GEOGRAFICKÝ ČASOPIS

ROČNÍK 27 1975 ČÍSLO 1

JÁN PAULOV

ENTROPIA A PRIESTOROVÁ ŠTRUKTÚRA

Ján Paulov: Entropie und die räumliche Struktur. Geogr. čas., 27, 1975, 1; 1 Tab., 3 Abb., 16 Lit.

In der Studie wird die Verwendung der Entropie bei der Analyse der räumlichen Struktur diskutiert, u.zw. in zwei Ebenen: (a) in der Ebene der Beschreibung und (b) in der Ebene der Modellierung.

O. ÚVOD

Pri štúdiu priestorovej štruktúry sa prejavuje tendencia používať stále analytickejšie nástroje. Jedným z nich sa v poslednom čase stala entropia.

Čo je entropia? Na takto formulovanú otázku sotva možno poskytnúť jednoznačnú odpoveď, pretože pojem entropie prekonal vo vedeckom myslení značný vývin. Všimnime si základné črty tohto vývinu.

0.1 Genéza pojmu entropia je bezprostredne spojená s formuláciou druhého termodynamického zákona. Podľa tohto zákona teplo sa spontánne šíri z telies teplejších na telesá chladnejšie; nikdy nie opačne. Jednotlivé formy energie sa postupne premieňajú na tepelnú energiu. Obrátený postup však nie je úplne možný (Ilkovič 1959). Je zrejmé, že týmto zákonom je stanovený smer prírodných procesov — v prírode spontánne nastáva postupná kvalitatívna degradácia energie, degradácia energie vzhľadom na jej schopnosť konať mechanickú prácu (Brillouin 1969). Entropia — v prvotnej interpretácii — je práve mierou tejto kvalitatívnej degradácie energie. Matematicky vyjadrené (Levič 1954):

$$dS \geq dQ/T, \tag{1}$$

kde dS — prírastok entropie, dQ — množstvo tepla, ktoré sa odovzdalo určitému systému a T — absolútna teplota systému.

Vzťah nerovnosti platí pre ireverzibilné procesy, vzťah rovnosti pre reverzibilné procesy. Pre uzavretý termodynamický systém platí $dQ = 0$, z čoho vyplýva, že $dS > 0$. Entropia uzavretého systému, ako vidieť, nikdy neklesá. Spontánny vývin uzavretého termodynamického systému speje k postupnému vyrovnaniu teplôt, k termodynamickej rovnováhe, kedy entropia dosahuje maximum a preto sa entropia niekedy interpretuje aj ako miera spetia uzavretého termodynamického systému k stavu rovnováhy (Faukner 1960).

0.2 V súvislosti s rozvojom kinetických predstáv o teple, s budovaním štatistickej mechaniky (termodynamiky), došlo k reinterpretácii aj samotného pojmu entropia na štatistickej báze. Táto reinterpretácia upúšťa od striktne deterministického rámca; tendencia uzavretých termodynamických systémov spieť k stavu rovnováhy sa vysvetľuje iba ako globálna tendencia, pri ktorej môžu nastať časové a priestorové fluktuácie. V matematickom vyjadrení je entropia definovaná ako prirodzený logaritmus tzv. štatistickej, resp. termodynamickej pravdepodobnosti, t. j.

$$S = k \ln W, \tag{2}$$

kde
S — entropia[1], k — Boltzmannova konštanta, pričom

$$W = \frac{m!}{m_1!\, m_2! \ldots m_i! \ldots m_n!} \tag{3}$$

kde
W — štatistická, resp. termodynamická pravdepodobnosť (počet všetkých možných preskupení častíc medzi n-stavmi pri zadanom počte častíc v jednotlivých stavoch), m — celkový počet častíc v sledovanom systéme, m_i — počet častíc v stave i.

V štatistickej interpretácii je entropia mierou neusporiadanosti (dezorganizácie) systému (Kaempffer 1972). Stav maximálnej entropie je najpravdepodobnejším stavom uzavretého termodynamického systému.

0.3 Tretie chápanie pojmu entropie sa vynorilo v súvislosti s budovaním teórie informácie. Tu sa entropia chápe ako priemerné, resp. očakávané množstvo informácie pripadajúce na jednu správu (udalosť) z určitej množiny správ (udalostí). V matematickom vyjadrení (Jaglom, Jaglom 1964):

$$H = -\sum_{i=1}^{n} p_i \log p_i, \tag{4}$$

kde
H — entropia[2], p_i — pravdepodobnosť určitej správy (udalosti) z množiny správ (udalostí).

V našej krátkej štúdii budeme diskutovať použitie entropie v dvoch rovinách, a to v rovine opisu priestorovej štruktúry a v rovine modelovania priestorovej štruktúry.

1. OPIS PRIESTOROVEJ ŠTRUKTÚRY

Pod priestorovou štruktúrou budeme v kontexte tejto práce rozumieť (a) rozloženie aktivít na zemskom povrchu (podľa oblastí) a (b) vzájomné väzby medzi aktivitami; keďže aktivity študujeme podľa oblastí, v druhom prípade ide vlastne o väzby medzi oblasťami.

obr.1		aktivity: b_j			
		1	2	3	4
oblasti: a_i	1	V_{11}	V_{12}	.	V_{14}
	2	V_{21}	V_{22}	.	V_{24}
	3	.	.	.	.
	4	V_{41}	V_{42}	.	V_{44}

Majme m oblastí a n aktivít. Oblasti označme a_i (i=1, 2, ..., m) a aktivity b_j (j=1,2, ..., n). Množina oblastí nech je A a množina aktivít B, t. j. $a_i \in A$ a $b_j \in B$. Zaveďme ešte kartézsky súčin množín A a B, t. j. $AxB = M$. Množina M predstavuje množinu všetkých usporiadaných párov jednotlivých oblastí a aktivít, t. j. $M = \{a_i, b_j\}$, $a_i \in A$, $b_j \in B$. Každý prvok množiny M. t. j. každý usporiadaný pár sa takto chápe ako celok. Kvantitatívne zastúpenie jednotlivých aktivít v jednotlivých oblastiach možno zobraziť v podobe maticovej schémy (obr. 1).

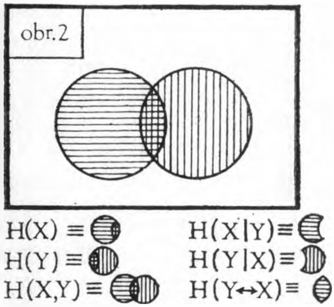
Hodnoty V_{ij}, ktoré vytvárajú maticu $\left[V_{ij} \right]_{i,j=1}^{m,n}$, sú vlastne váhami jednotlivých prvkov množiny M. V prípade, že pracujeme s rovnakými mernými jednotkami, je užitočné zaviesť veličiny V_i, V_j a V, kde

$$
\begin{aligned}
\sum_{j=i}^{n} V_{ij} &= V_i && \text{(a)} \\
\sum_{i=1}^{m} V_{ij} &= V_j && \text{(b)} \qquad (5) \\
\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=i}^{n} V_{ij} &= V && \text{(c)}.
\end{aligned}
$$

Zo vzťahov (5) vyplýva tiež, že $\sum_{i=1}^{m} V_i = \sum_{j=1}^{n} V_j = V$.

Sústava (5) dovoľuje prejsť od absolútnych hodnôt k relatívnym hodnotám, a to $P_i = V_i / V$, $P_j = V_j / V$, $P_{ij} = V_{ij} / V$, $P_{j|i} = V_{ij} / V_i$, $P_{i|j} = V_{ij} / V_j$. Tieto relatívne hodnoty predstavujú vlastne relatívne početnosti a možno ich interpretovať ako pravdepodobnosti. Napr. P_i predstavuje pravdepodobnosť udalosti X_i, že určité náhodne vybrané jednotkové množstvo aktivít bude pochádzať z oblasti a_i. Podobne možno interpretovať aj ďalšie pravdepodobnosti, pričom pravdepodobnosti P_i, P_j a P_{ij}. sú nepodmienenými pravdepodobnosťami, kým $P_{j|i}$ a $P_{i|j}$ sú podmienenými pravdepodobnosťami. Použijúc vzťah (4) možno stanoviť tieto entropie:

$$
\begin{aligned}
H(X) &= -\sum_{i=1}^{n} P_i \log P_i && \text{(a)}, \\
H(Y) &= -\sum_{j=1}^{n} P_j \log P_j && \text{(b)}, \\
H(X, Y) &= -\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} P_{ij} \log P_{ij} && \text{(c)}, \qquad (6) \\
H(Y \mid X_i) &= -\sum_{i=1}^{n} P_{j|i} \log P_{i|j} && \text{(d)}, \\
H(X \mid Y_j) &= -\sum_{j=1}^{m} P_{i|j} \log P_{j|i} && \text{(e)}, \\
H(Y \mid X) &= \sum_{i=1}^{m} H(Y \mid X_i) \,.\, P_i && \text{(f)}, \\
H(X \mid Y &= \sum_{j=1}^{n} H(X \mid Y_j) \,.\, P_j && \text{(g)}.
\end{aligned}
$$



$$H(X,Y) = H(X) + H(Y|X) = H(Y) + H(X|Y) =$$
$$H(X) + H(Y) - H(Y \leftrightarrow X)$$
$$H(Y \leftrightarrow X) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X) =$$
$$H(X) + H(Y) - H(X,Y) = I(Y \leftrightarrow X)$$

Výrazy (6a, b, c) predstavujú nepodmienené entropie, výrazy (6d, e, f, g) podmienené entropie. Sústavu (6) je užitočné zobraziť graficky (Kilchenman 1971), (obr. 2).

Výraz (6c) je vhodné rozložiť takto:

$$H(X,Y) = H(X) + H(Y \mid X) = H(Y) + H(X \mid Y)\,. \tag{7}$$

Z tejto dekompozície je možné usúdiť, ako sa na celkovom rozložení aktivít podieľa medzioblastné rozloženie $H(X)$ a vážené vnútrooblastné rozloženie $H(Y \mid X)$, resp. medziaktivitové rozloženie $H(Y)$ a vážené vnútroaktivitové rozloženie $H(X \mid Y)$.

Z hľadiska opisu regionálnej, resp. priestorovej štruktúry je dôležité, že vzťahy v sústave (6) možno interpretovať ako miery rozloženia, resp. koncentrácie aktivít. Charakter rozloženia (koncentrácie) možno posúdiť adkvátnejšie, ak zavedieme predstavu extrémnych situácií, t. j. úplne rovnomerného rozloženia (minimálnej koncentrácie) a krajne nerovnomerného rozloženia (maximálnej koncentrácie). Prvému prípadu odpovedá maximálna hodnota entropie (H_{max}), druhému prípadu minimálna hodnota (H_{min}). Rozdiel medzi maximálnou a skutočnou hodnotou entropie (H_{skt}) je potom vhodnou mierou rozloženia (koncentrácie) aktivít. Vychádzajúc napr. zo vzťahu (6c) pre tento rozdiel platí, že $H(X,Y)_{max} - H(X,Y)_{skt} = K(X,X) \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} P_{ij} \log (mnP_{ij})$. Čím je tento rozdiel menší, tým je nižšia koncentrácia a naopak. Pre H_{min} vždy platí $M_{min} = 0$.

Aby bolo možné lepšie porovnávať systémy s rozdielnym počtom prvkov, je vhodné zaviesť relatívnu entropiu (H_{rel}) definovanú takto: $H_{rel} = H_{skt}/H_{max}$. Jej hodnoty sa môžu pohybovať v intervale $0 \leq H_{rel} \leq 1$. $H_{rel} = 0$ značí maximálnu koncentráciu a $H_{rel} = 1$ minimálnu koncentráciu. Ako komplement k H_{rel} možno definovať $K_{rel} = 1 - (H_{skt}/H_{max})$.

Pre posúdenie ohraničenia úplne rovnomerného rozloženia zaviedol Gurevič (1972) dve komplementárne veličiny, a to λ a L. Každú skutočnú hodnotu entropie možno totiž, vychádzajúc zo vzťahu (4), vyjadriť takto: $H = \log \lambda n$.

Pre $H(X,Y)$ platí napr. $H(X,Y) = \log \lambda\, mn$. Z tohto vzťahu (ak použijeme ako základ dvojkový logaritmus) vyplýva, že $\lambda = \frac{1}{mn} 2^{H(X,Y)}$, kde λ sa mení v intervale $\langle \frac{1}{mn}, 1 \rangle$. Multiplikátor λ dovoľuje definovať tzv. limitátora homogenity (rovnomerného rozloženia), pre ktorý platí, že $L = 1 - \lambda$, pričom $0 \leq L \leq 1 - \frac{1}{mn}$. $L = 0$ značí neexistenciu redukcie homogenity, $L = 1 - \frac{1}{mn}$ značí maximálnu redukciu homogenity. Gurevič považuje L za najcitlivejšieho ukazovateľa, ktorý odzrkadľuje všetky možné vplyvy na rozloženie.

Pri štúdiu rozloženia aktivít je účelné sledovať vzájomný vzťah medzi distribúdiou hodnôt V_i a V_j. Pre prípad stochastickej nezávislosti distribúcie hodnôt V_i a V_j platí, že $P_{ij} = P_i \,.\, P_j$, odkiaľ vyplýva, že

$$V_{ij} = \frac{V_i \,.\, V_j}{V}\,. \tag{8}$$

Hodnoty V_{ij} dané vzťahom (8) označme ako $\overset{*}{V}_{ij}$. Hodnoty $\overset{*}{V}_{ij}$ môžu slúžiť ako teoretická porovnávacia báza vzhľadom na skutočné rozloženie hodnôt $\overset{*}{V}_{ij}$. Hodnotám $\overset{*}{V}_{ij}$ možno prisúdiť príslušnú entropiu, pre ktorú platí, že

$$H(X,Y)^* = H(X) + H(Y). \tag{9}$$

Mieru závislosti distribúcie hodnôt V_i a V_j možno potom posúdiť tzv. úplnou vzájomnou informáciou $I(Y \leftrightarrow X) = H(Y \leftrightarrow X) = H(X,Y)^* - H(X,Y) = H(X) - H(X|Y) = H(Y) - H(Y|X)$, (pozri obr. 2).

Doteraz sme diskutovali priestorovú štruktúru v zmysle bodu (a). ods. 1. Teraz venujme jej pozornosť v zmysle bodu (b).

Vzájomné väzby (toky) medzi oblasťami (hodnoty T_{ij}) možno zapísať analogickou maticovu schémou ako v prípade (a), obr. 3. Možno zapísať aj analogickú sústavu bilančných rovníc.

$$\begin{aligned} &\sum_{j=1}^{n} T_{ij} = T_i && \text{(a)}, \\ &\sum_{i=1}^{m} T_{ij} = T_j && \text{(b)}, \\ &\sum_{i=1}^{m} \sum_{i=1}^{n} T_{ij} = T && \text{(c)}. \end{aligned} \tag{10}$$

Rovnako platí, že $\sum_{i=1}^{m} T_i = \sum_{j=i}^{n} T_j = T$. Možno zaviesť aj príslušné pravdepodobnosti $P_i = T_i/T$, $P_j = T_j/T$, $P_{ij} = T_{ij}/T$, $P_{j|i} = T_{ij}/T_i$, $P_{i|j} = T_{ij/j}$ a definovať prí-

obr.3		cieľové oblasti: b_j			
		1	2	3	4
východisk. oblasti: a_i	1	T_{11}	T_{12}	·	T_{14}
	2	T_{21}	T_{22}	·	T_{24}
	3	·	·	·	·
	4	T_{41}	T_{42}	·	T_{44}

slušné entropie; tieto sú formálne identické so sústavbou (6). Aj ďalší postup by bol z formálne matematického hľadiska identický s postupom, pri ktorom sa sledovalo rozloženie aktivít. Pretože však v prípade (b) študujeme väzby medzi oblasťami, je potrebné v súlade s týmto interpretovať aj príslušné matematické vzťahy. Ak napr. budeme sledovať migračné toky medzi oblasťami, výrazy $H_i^- = H(Y|X_i) \cdot P_i$, $H_j^+ = H(X|Y_j) \cdot P_j$ možno interpretovať ako miery vypudzovania, resp. priťahovania migrantov jednotlivými oblasťami. Mierami vypudzovania, resp. priťahovania migrantov celým systémom oblastí sú potom $H^- = \sum_{i=1}^{m} H_i$ a $H^+ = \sum_{j=1}^{n} H_j$.

2. MODELOVANIE PRIESTOROVEJ ŠTRUKTÚRY

Entropia sa osvedčuje ako vhodný analytický prostriedok nielen pri opise priestorovej štruktúry, ale aj pri jej hlbšom zvládnutí — modelovaní. K pozoruhodným výsledkom v tejto oblasti dospel anglický regionálny analytik A. G. Wilson (1967, 1970, 1971). Stručne naznačíme možnosti tohto prístupu v zmysle prác A. G. Wilsona.

Modelovanie priestorovej štruktúry pomocou entropie buduje na istej analógii so štatistickou mechanikou, vychádza z chápania entropie naznačenom v odseku 0.2.

Štatistická mechanika opisuje systémy skladajúce sa z veľkého množstva častíc (napr. systémy zložené z molekúl plynu). Pri svojom postupe sa nezaujíma o správanie jednotlivých elementov-častíc, ale o určité priemerné správanie celého súboru častíc. Prístup klasickej mechaniky založený na sledovaní súradníc a impulzu každej častice sa pri opise takýchto systémov ukázal ako nerealizovateľný. Štatistická mechanika si preto musela vypracovať nový spôsob opisu spomenutých systémov. Tento spôsob spočíva v tom, že systém sleduje v rovnovážnom stave a všíma si určité makroskopické, resp. mezoskopické charakteristiky — makrostav, resp. mezostav, pričom predpokladá, že mikrostavy môžu nastupovať s rovnakou pravdepodobnosťou. Ak pod makrostavom budeme rozumieť celkovú energiu systému (E) a celkový počet častíc (m) a pod mezostavom počet častíc v jednotlivých energetických stavoch[3] (m_i), potom počet vzájomných preskupení častíc medzi n-stavmi pri zadanom mezostave, t. j. počet mikrostavov za daného mezostavu je daný výrazom

$$W(\{m_i\}) = \frac{m!}{\prod_i m_i!}, \tag{11}$$

kde

m — celkový počet častíc a m_i — počet častíc v stave i. Tento výraz je identický s výrazom (2). Prirodzený logaritmus výrazu (11) je entropiou, t. j. $S = \ln W$.

Prístup štatistickej mechaniky sa ukázal vhodným aj pre potreby regionálnej analýzy. Ak napr. sledujeme vzájomné väzby medzi oblasťami v podobe toku osôb (maticu $\left[T_{ij} \right]_{i,j=1}^{m,n}$), potom si nevšímame každú konkrétnu osobu individuálne (mikrostavy), ale počet osôb premiestňujúcich sa medzi oblasťami, t. j. hodnoty T_{ij} (mezostav) ako aj celkový počet premiestňujúcich sa osôb (T) a celkovú energiu systému (C) (makrostav). V prípade regionálneho systému je vhodné za makroskopické charakteristiky považovať tiež hodnoty T_i s T_j, t. j.

$$\sum_{j=1}^{n} T_{ij} = T_i \qquad \text{(a)},$$
$$\sum_{i=1}^{m} T_{ij} = T_j \qquad \text{(b)}, \qquad (12)$$
$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} T_{ij}\, c_{ij} = C \qquad \text{(c)},$$

kde

C_{ij} — dopravné náklady z východiskovej oblasti a_i do cieľovej oblasti b_j, C — celkové dopravné náklady (analogické celkovej energii systému).

V prípade, že hodnoty T_i, T_j a C by neboli dopredu zadané, počet mikrostavov za daného mezostavu by bol daný výrazom formálne identickým s výrazom (2), resp. (11), t. j.

$$W(\{T_{ij}\}) = \frac{T!}{\prod_{ij} T_{ij}!} \qquad (13)$$

Ak sú však hodnoty T_i, T_j, C zadané vopred, t. j. ak predstavujú určité obmedzujúce podmienky pre daný regionálny systém, potom počet mikrostavov bude odlišný od výrazu (13). Cieľom je nájsť taký mezostav, t. j. takú distribúciu hodnôt T_{ij}, ktorá sa vyznačuje extrémnou štatistickou pravdepodobnosťou, t. j. maximalizovať výraz (13), resp. $\ln W$ za obmedzujúcich podmienok (12); Hľadaná distribúcia hodnôt T_{ij} je daná vzťahom (Wilson 1970):

$$T_{ij} = A_i B_j T_i T_j \exp(-\beta c_{ij}), \qquad (14)$$

$$A_i = \frac{\exp(-\lambda_i^{(1)})}{T_i} = [\sum_j B_j T_j \exp(-\beta c_{ij})]^{-1},$$

$$B_j = \frac{\exp(-\lambda_j^{(2)})}{T_j} = [\sum_i A_i T_i \exp(-\beta c_{ij})]^{-1},$$

kde

$\lambda_i^{(1)}$ — množina Lagrangeových multiplikátorov vzťahujúcich sa k (12a),
$\lambda_j^{(2)}$ — množina Lagrangeových multiplikátorov vzťahujúcich sa k (12b),
β — Lagrangeov multiplikátor vzťahujúci sa k (12c).

Vzťah (14) však z formálne matematického hľadiska nie je nič iné ako alternatívna forma zápisu známeho gravitačného modelu používaného na opis priestorovej interakcie. Gravitačný model má vo všeobecnosti tvar

$$T_{ij} = K M_i M_j f(c_{ij}), \qquad (15)$$

kde

M_i, M_j — miery masy (napr. počet obyv. a pod.),
$f(c_{ij})$ — funkcia vzdialenosti,
K — parameter (konštanta).

Vzťah (15) predstavuje takú formu gravitačného modelu, pri ktorej nie sú za-

Tabuľka 1

Migrácia medzi československými krajmi (10 krajov) a jej informačné miery (v bitoch) (1961—1965)

	1961	1962	1963	1964	1965
$H(X)$	3,2169	3,2130	3,2141	3,2183	3,2249
$H(Y)$	3,2590	3,2636	3,2656	3,2677	3,2737
$H(X, Y)$	5,4173	5,4546	5,4366	5,4390	5,7335
$H(X, Y)^*$	6,4759	6,4766	6,4797	6,4860	6,4986
$H(X, Y)_{max}$	6,6445	6,6445	6,6445	6,6445	6,6445
H^-	2,2004	2,2416	2,2225	2,2207	2,5086
H^+	2,1583	2,1910	2,1710	2,1713	2,4598
$H(Y \leftrightarrow X)$	1,0586	1,0220	1,0431	1,0470	0,7651
λ	0,4275	0,4422	0,4325	0,4334	0,5321
L	0,5725	0,5578	0,5675	0,5666	0,4679

dané obmedzujúce podmienky (12); vzťah (14) naproti tomu tieto podmienky berie do úvahy.

Gravitačný model, ktorého pôvodná podoba bola formulovaná na základe určitej analógie s klasickou Newtonovou mechanikou, tak možno odvodiť, ako ukázal A. G. Wilson, analytickou cestou z realistickejších podmienok, ktoré lepšie vyhovujú situácii v regionálnej analýze. Analytické odvodenie gravitačného modelu prináša so sebou značné bádateľské prednosti, pretože umožňuje tento model ďalej analyticky skúmať, ako sa o to pokúsil napr. Curry (1972).

A. G. Wilson ukázal, že na rovnakom metodologickom princípe, princípe maximalizácie entropie, možno odvodiť celú triedu interakčných modelov, ktoré môžu fungovať i ako lokalizačné modely. Napokon i ďalšie priestorové modely možno vybudovať, resp. reinterpretovať na takomto základe (napr. Boussière, Snickars 1970, Marchand 1972).

3. ZÁVER

V predloženom príspevku sme v skrátenej podobe chceli poukázať na niektoré možnosti použitia entropie pri štúdiu priestorovej štruktúry. Zvolili sme pritom dve roviny, a to rovinu opisu a rovinu modelovania priestorovej štruktúry. Obe roviny nie sú, pochopiteľne, od seba absolútne oddelené a bolo by možné poukázať na prechody medzi nimi.

S entropiou sme v tejto stati narábali prevažne iba v matematickom zmysle, nesledovali sme, do akej miery je použitie tohto nástroja na poli geografickej analýzy vôbec opodstatnené. Táto otázka, hoci príťažlivá a relevantná, by však vyžadovala osobitnú štúdiu. Zdá sa, že hoci pojem entropie vznikol na pôde fyziky, má svoje hlbšie vedecké korene (Brillouin 1966, Chambadal 1967). Pojem entropie sa postupne stáva jedným zo základných pojmov celej súčasnej vedy, najmä však systémovej teórie. Napokon jeho prenikanie do geografickej analýzy bude ovplyvňované aj tým, do akej miery sa modely budované na základe tohto pojmu osvedčia pri opise pristorovej štruktúry.

LITERATÚRA

1. BRILLOUIN, L.: Scientific Uncertainty and Information (preklad), Mir, Moskva 1966. — 2. BOUSSIÈRE, R., SCICKARS, F.: Derivation of the Negative Exponential Model by an Entropy Maximising Method, Environment and Planning, 2, 1970, 295—301. — 3. CHAMBADAL, P.: Evolution et application du concept d' entropie (preklad). Nauka, Moskva 1967. — 4. CURRY, L.: A Spatial Analysis of Gravity Flows, Regional Studies, 6, 2, 1972, 131—147. — 5. FAUKNER, R.: Moderná fyzika. Osveta, Bratislava 1960. — 6. GUREVIČ, B. L.: Die geographische Differenzierung und ihre Maße im diskreten Schema, Mathematik in der ökonomischen Geographie (preklad) H. Haack, Gotha, Leipzig. 1972, 11—45. — 7. ILKOVIČ, D.: Fyzika. SNTL, Bratislava 1959. — 8. JAGLOM, A. M., JAGLOM, I. M.: Verojatnost i informacija (preklad). NČSAV, Praha 1964. — 9. KAEMPFFER, F. A.: The Elements of Physics: a New Approach (preklad). Mir. Moskva 1972. — 10. KAMMER, H., SCHWABE, K.: Einführung in die statistische Thermodynamik. Akademie Verlag, Berlin 1971.

11. KILCHENMANN, A.: Geographical Character Analysis Based on an Information Theory Model (European Regional Conference), Budapest 1971, s. 25. — 12. LEVIČ, V. G.: Úvod do statistické fyziky (preklad). UČSAV, Praha 1954. — 13. MARCHAND, B.: Information Theory and Geography, Geographical Analysis, 4, 4, 1972, 234—257. — 14. WILSON, A. G.: A Statistical Theory of Spatial Distribution Models, Transportation Research, 1, 1967, 253—269. — 15. WILSON, A. G.: Entropy in Urban and Regional Modelling, Pion, London, 1970. — 16. WILSON, A. G.: A Family of Spatial Interaction Models and Assotiated Developments, Environment and Planning, 3, 1, 1971, 1—32.

Ján Paulov

ENTROPY AND SPATIAL STRUCTURE

In this study, an application of entropy in the analyses of the spatial structure is discussed in an abbreviated review form and two planes: (a) in that of description and (b) that of modelling whereby, in the contex of this study, spatial structure is understood either as the distribution of activities throughout the surface of Earth, according to the regions, or as the bonds between the regions. In addition, in the article's introduction part, the genesis and evolution of the notion of entropy is outlined in the (a) classical thermodynamics, (b) statistical mechanics and (c) information theory.

In the case of describing spatial structure, different possibilities are shown, offered by the information statistics, especially the possibility of using information measures when following the concentration of activities in space.

In the case of modelling the spatial structure, mainly the ideas of A. G. Wilson are mentioned, who is the author of the new modelling technique based on the entropy maximizing principle. This technique allows to deduce, in analytical way, the whole family of interaction models or further spatial models what, from the standpoint of research, represents an important progress.

Translated by J. Belaj

---

[1] Striktne vzaté do výrazu (2) by mala byť zahrnutá ešte aj aditívna konštanta, t. j. $S = k \ln W + \text{const.}$ Veľkosť tejto konštanty je však záležitosťou vhodnej voľby.

[2] Medzi výrazmi (2) a (4) existuje takýto vzťah: $S = kmH$, za predpokladu, že $P_i = m_i/m$ a ak vo výraze (4) narábame s prirodzeným logaritmom. Odtiaľ vyplýva, že $H = S/km$.

[3] Počet častíc v jednotlivých energetických stavoch sa vo fyzikálnej literatúre považuje tiež za makroskopickú charakteristiku (Kammer, Schwabe 1971). Rozlíšenie tu robíme v súlade s A. G. Wilsonom (1971).