GEOGRAFICKÝ ČASOPIS

ROČNÍK 28 1976 ČÍSLO 4

ŠTÚDIE

JOZEF KRCHO

VYJADRENIE MIERY PRIESTOROVEJ DIFERENCIÁCIE KRAJINY AKO SYSTÉMU S_{FG} A PRIESTOROVEJ DIFERENCIÁCIE RELIÉFU POMOCOU MIERY ENTROPIE

Jozef Krcho: Expression of the Degree of Spatial Differentiation of Landscape as System S_{FG} and Spatial Differentiation of Relief by Means of Entropy. Geografický časopis, Bratislava 1976, *28*, 4; 6 fig., 22 rfs.

In the work the landscape is considered as spatial dynamic system S_{FG}. This system S_{FG} is spatially differentiated into individual spatial subsystems S'_{FGn} ($n = 1, 2, 3, \ldots$) which form in the landscape spatial landscape units. The degree of spatial differentiation of system S_{FG} into subsystems $S'_{FG\,n}$ is expressed by the degree of entropy.

The relief as a form is considered as special subsystem S_{RF}, expressed by a set of quantitative morphometric indices, considered as elements of the system S_{RF}. In the work we have expressed the spatial differentiation of individual elements of relief by means of the degree of entropy.

ÚVOD

V práci sa budeme zaoberať problémom kvantitatívneho vyjadrenia priestorovej diferenciácie fyzickogeografickej krajiny a priestorovej diferenciácie reliéfu pomocou miery entropie. Fyzickogeografickú krajinu budeme v zmysle práce (10, 11, 12) považovať za priestorovodiferencovaný systém $\mathbf{S}_{FG}$ a reliéf budeme v zmysle týchže prác považovať za zvláštny priestorovodiferencovaný subsystém systému $\mathbf{S}_{FG}$. Preto je symbolika v tejto práci významovo totožná so symbolikou citovaných prác (10, 11, 12). V zmysle týchto prác budeme reliéf i teraz chápať ako formu považovanú za nehmotnú veličinu (hmotný je nositeľ tejto formy), študovanú vo vymedzenej oblasti v kartézskej súradnicovej sústave (O, x, y, z), v ktorej je táto forma v každom svojom ľubovoľnom bode v zmysle práce [13] jednoznačne určená množinou kvantitatívnych morfometrických veličín z, γ_N, A_N, ω, K_r, F. Uvedené kvantitatívne morfometrické veličiny majú v zmysle práce [13] nasledovný význam:

z — nadmorská výška
γ_N — uhol sklonu reliéfu v smere spádových kriviek

A_N — orientácia reliéfu voči svetovým stranám
ω — normálová krivosť reliéfu
K_r — horizontálna krivosť reliéfu
F — formy reliéfu geometricky charakterizujúce reliéf v zmysle práce [13] pomocou štyroch kvadrantovo fázového priestoru (O, ω, K_r) nasledovne:

F_{XX} — konvex-konvexné formy ($\omega > 0$, $K_r > 0$),
F_{KX} — konkáv-konvexné formy ($\omega < 0$, $K_r > 0$),
F_{KK} — konkáv-konkávne formy ($\omega < 0$, $K_r < 0$),
F_{XK} — konvex-konkávne formy ($\omega > 0$, $K_r < 0$).

Tieto formy sú potom ešte bližšie kvantitatívne charakterizované pomocou veličín ω, K_r.

VYJADRENIE PRIESTOROVEJ DIFERENCIÁCIE SYSTÉMU $\mathbf{S}_{FG}$ POMOCOU MIERY ENTROPIE

Priestorovo diferencovaný systém $\mathbf{S}_{FG}$ na jednotlivé subsystémy $\mathbf{S}'_{FGn}$ ako komplexné relatívne homogénne priestorové jednotky vyjadríme pomocou miery entropie v Shanonovom tvare

$$H = -\Sigma\, p_i \log p_i$$

a ukážeme, ako navzájom súvisí miera entropie jednotlivých prvkov a_k systému $\mathbf{S}_{FG}$ s vertikálnym prenosom informácie realizovaným pomocou vertikálnych väzieb medzi prvkami a_k (resp. podsubsystémami $\mathbf{S}a_k$), obr. 5. v práci [11]. Aby sme mohli kvantitatívne posúdiť mieru skutočnej priestorovej diferencovanosti vzhľadom na teoreticky maximálne možnú, určme najprv teoreticky možnú maximálnu entropiu študovanej časti priestoru.

Majme teda v zmysle uvedeného zvolenú mierku M, v ktorej zvolenú časť priestoru študujeme. Majme ďalej v zmysle práce [11] zvolený v tejto mierke M diskrétny priestor, ktorého veľkosti jednotlivých elementov $\triangle V_m$ nech optimálne odpovedajú zvolenej mierke M, pričom každý element $\triangle V_m$ je opísaný maticou (2.27) práce [11].

Predpokladajme, že vymedzená oblasť je rozdelená do -m- priestorových elementov $\triangle V_m$ ($m = 1,2,\ldots$), pričom nech každý element opísaný maticou (2.27) práce [11] je navzájom odlišný od ostatných elementov, takže máme m rozličných matíc (2.27) a teda aj m rozličných subsystémov $\mathbf{S}'_{FGm}$.

Prisúďme každému elementu $\triangle V_i$ v pomere k počtu všetkých elementov

$$\sum_{i=1}^{m} \triangle V_i = V_C \tag{1}$$

význam pravdepodobnosti, p_i tak, že

$$p_i = \frac{\triangle V_i}{\sum\limits_{i=1}^{m} \triangle V_i} \quad \frac{h_i \triangle P_i}{\sum\limits_{i=1}^{m} h_i P_i} . \tag{2}$$

Pre zjednodušenie považujme veličinu h_i v (2) pre celú uvažovanú oblasť priestoru v priemere za konštantnú, takže v mape mierky M môžeme pravdepodobnosť p_i uvažovať v tvare

$$\frac{\triangle P_i}{\sum_{i=1}^{m} \triangle P_i} = \frac{\triangle P_i}{P_C} . \tag{3}$$

Nech ďalej plošný element $\Delta P = 1$. Potom vzhľadom na zvolený predpoklad, že každý element ΔP_i je vnútorne odlišný navzájom od ostatných elementov, bude

$$p_i = \frac{1}{m} , \tag{4}$$

takže v uvažovanej časti priestoru vzhľadom na celkový počet elementov ΔP rovný počtu m, dostaneme maximálnu entropiu

$$H_{max} = - \Sigma \frac{1}{m} \log \frac{1}{m} , \tag{5}$$

ktorá súčasne vyjadruje z hľadiska zvolenej mierky M maximálne možnú priestorovú diferenciáciu.

Maximálna entropia (5) vyjadruje maximálnu priestorovú diferenciáciu systému $\mathbf{S}_{FG}$ vzhľadom na to, že každý jeden priestorový element ΔV_i vyjadrený v mape mierky M plošným elementom ΔP_i je opísaný maticau (2.27) práce [11] s rozdielnou skladbou prvkov. Pretože však každá matica v priestorovom elemente ΔP_i opisuje jeden subsystém $\mathbf{S}'_{FGi}$, máme toľko teoreticky možných rozdielnych subsystémov, koľko máme v študovanej oblasti elementov ΔP_i diskrétneho priestoru.

Ak znížime počet druhov n subsystémov $\mathbf{S}'_{FGn}$ na s, pričom

$$s < m$$

(m — počet prvkov ΔP diskrétneho priestoru), potom v skúmanej oblasti bude viac elementov ΔP_i diskrétneho priestoru opísaných rovnakou maticou (2.27) práce [11], takže tieto elementy ΔP_i s rovnakou skladbou prvkov matíc (2.27) budú vytvárať spoločné areály (pozri obr. 10 práce [11]).

Nech z s druhov subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ druh $\mathbf{S}'_{FG1}$ vytvára areál tvorený z i elementov diskrétneho priestoru ΔP_i, takže

$$\sum_{1}^{i} \Delta P_i = P_{(1)} \tag{6}$$

druh $\mathbf{S}'_{FG2}$ vytvára areál tvorený z j elementov ΔP_j diskrétneho priestoru, takže

$$\sum_{1}^{j} \Delta P_j = P_{(2)} , \tag{7}$$

$$\vdots$$

atď., až druh $\mathbf{S}'_{FGs}$ vytvára areál tvorený z l elementov ΔP_l diskrétneho priestoru, takže

$$\sum_1^l \Delta P_l = P_{(s)} \tag{8}$$

kde $P_{(1)}, P_{(2)}, \ldots, P_{(s)}$ sú plošné rozlohy jednotlivých areálov subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ $(s = 1,2,\ldots)$. Je zrejmé, že počet elementov ΔP diskrétneho priestoru jednotlivých areálov je

$$i + j + \ldots + l = m,$$

t. j. rovná sa celkovému počtu elementov celej študovanej oblasti diskrétneho priestoru, takže súčet plôch jednotlivých areálov

$$P_{(1)} + P_{(2)} + \ldots + P_{(s)} = P_C \tag{9}$$

tvorí celkovú plochu P_C diskrétneho priestoru celej študovanej oblasti v mape, v dôsledku čoho v zmysle (3) súčet pravdepodobností je

$$\frac{P_{(1)}}{P_C} + \frac{P_{(2)}}{P_C} + \ldots + \frac{P_{(s)}}{P_C} = 1\,. \tag{9}$$

Preto mieru priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ na subsystémy $\mathbf{S}'_{FGs}$ môžeme vyjadriť pomocou entropie

$$H_{C(s)} = -\frac{P_{(1)}}{P_C}\log\frac{P_{(1)}}{P_C} - \frac{P_{(2)}}{P_C}\log\frac{P_{(2)}}{P_C} - \ldots - \frac{P_{(s)}}{P_C}\log\frac{P_{(s)}}{P_C}\,, \tag{10}$$

pre ktorú však platí, že

$$H_{C(s)} < H_{max}\,.$$

Ak sa však areál každého predtým uvažovaného subsystému $\mathbf{S}'_{FGs}$ rozpadne na viac areálov tak, že jednotlivé areály subsystému $\mathbf{S}'_{FG1}$ sa skladajú z i_1, $i_2, \ldots$ počtu elementov diskrétneho priestoru P_i, pričom

$$i_1 + i_2 + \ldots + i_{vi} = i\,,$$

takže

$$\sum_1^{i_1} \Delta P_{i_1} = P_{(1)1}\,;\ \sum_1^{i_2} \Delta P_{i_2} = P_{(1)2}\,;\ldots \sum_1^{i_{v_i}} \Delta P_{i_{v_i}} = P_{(1)v_i} \tag{11}$$

a teda

$$P_{(1)} + P_{(1)2} + \ldots + P_{(1)v_i} = P_{(1)}\,,$$

ďalej jednotlivé areály subsystému $\mathbf{S}'_{FG2}$ sa skladajú z $j_1, j_2, \ldots j_{vj}$ počtu elementov ΔP diskrétneho priestoru, pričom

$$j_1 + j_2 + \ldots + j_{vj} = 1 ,$$

takže

$$\sum_{1}^{j_1} \Delta P_{j_1} = P_{(2)1} \; ; \; \sum_{1}^{j_2} \Delta P_{j_2} = P_{(2)2} \; ; \ldots ; \; \sum_{1}^{j_{vj}} \Delta P_{j_{vj}} = P_{(2)v_j} \tag{12}$$

a teda

$$P_{(2)1} + P_{(2)2} + \ldots + P_{(2)v_j} = P_{(2)}$$

$$\vdots$$

atď., až nakoniec jednotlivé areály s-tého subsystému $\mathbf{S}'_{FGs}$ sa skladajú z l_1, $l_2, \ldots, l_{vl}$ počtu elementov ΔP_l diskrétneho priestoru, pričom opäť nech

$$l_1 + l_2 + \ldots + l_{vl} = l,$$

takže

$$\sum_{1}^{l_1} \Delta P_{l_1} = P_{(s)1} \; ; \; \sum_{1}^{l_2} \Delta P_{l_2} = P_{(s)2} \; ; \ldots ; \; \sum_{1}^{l_{vl}} \Delta P_{l_{vl}} = P_{(s)v_l} \tag{13}$$

a teda

$$P_{(s)1} + P_{(s)2} + \ldots + P_{(s)v_l} = P_{(s)} ,$$

potom sa celková diferenciácia vyjadrená mierou entropie zmení (stúpne), lebo síce platí, že

$$\begin{aligned}
\frac{P_{(1)1}}{P_C} + \frac{P_{(1)2}}{P_C} + \ldots + \frac{P_{(1)v1}}{P_C} &= \frac{P_{(1)}}{P_C} \\
\frac{P_{(2)1}}{P_C} + \frac{P_{(2)2}}{P_C} + \ldots + \frac{P_{(2)v2}}{P_C} &= \frac{P_{(2)}}{P_C} \\
&\vdots \\
\frac{P_{(s)1}}{P_C} + \frac{P_{(s)2}}{P_C} + \ldots + \frac{P_{(s)v_s}}{P_C} &= \frac{P_{(s)}}{P_C}
\end{aligned} \tag{14}$$

avšak pre parciálne entropie $H_{D1}, H_{D2}, \ldots, H_{Ds}$ vyjadrené z (14) bude platiť, že

$$H_{D1} = - \sum_{i=1}^{i_{v1}} \frac{P_{(1)i}}{P_C} \log_2 \frac{P_{(1)i}}{P_C} > - \frac{P_{(1)}}{P_C} \log_2 \frac{P_{(1)}}{P_C}$$

$$H_{D2} = -\sum_{j=1}^{l_{v2}} \frac{P_{(2)j}}{P_C} \log_2 \frac{P_{(2)j}}{P_C} > - \frac{P_{(2)}}{P_C} \log_2 \frac{P_{(2)}}{P_C} \qquad (15)$$

$$\vdots$$

$$H_{Ds} = -\sum_{l=1}^{l_{vs}} \frac{P_{(s)l}}{P_C} \log_2 \frac{P_{(s)l}}{P_C} > - \frac{P_{(s)}}{P_C} \log_2 \frac{P_{(s)}}{P_C} .$$

Pretože však tieto parciálne entropie tvoria zložky celkovej entropie

$$H_{C(s)v} = H_{D1} + \ldots + H_{Ds} \qquad (16)$$

bude pre celkovú entropiu (16) v porovnaní s celkovou entropiou (10) platiť, že

$$H_{C'(s)v} > H_{C(s)} .$$

Entropia $H_{C(s)v}$ nám vyjadruje mieru priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ na jednotlivé subsystémy $\mathbf{S}'_{FGs}$ do jednotlivých areálov ($s = 1,2, \ldots$), avšak nám nevyjadruje priestorové usporiadanie týchto subsystémov. To by nám vyjadrovala až polohová entropia, lokačná entropia atď. O význame týchto entropií pre štúdium priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ hovoríme v samostatnej štúdii, a preto sa nimi z hľadiska miesta i zamerania práce nebudeme teraz zaoberať.

V dôsledku možného rozpadu jednotlivých areálov (11) až (13) jednotlivých subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ na viac plošných areálov u každého jednotlivého subsystému $\mathbf{S}'_{FGs}$, dostávame určitý počet kombinácií možného priestorového usporiadania subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ pri ich nezmenenej variete, pri nezmenenej celkovej entropii (16) a taktiež pri jej nezmenených jednotlivých čiastkových entropiách (15). Počet možných kombinácií vzájomných zoskupení pri každom stupni entropií (15) a (16) bude tým väčší, čím väčšia bude entropia (16) a jej parciálne entropie (15).

Uvedené je ilustratívne vyjadrené na obr. 1, v ktorom sa uvažovaný diskrétny priestor skladá z $m = 36$ plošných elementov ΔP diskrétneho priestoru, pričom pre jednoduchosť kladieme $\Delta P = 1$. Systém $\mathbf{S}_{FG}$ je na obr. 1 rozdiferencovaný do $s = 6$ priestorových subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$. Na prvých dvoch častiach, t. j. na obr. 1a a obr. 1b sa subsystém $\mathbf{S}'_{FG1}$ skladá z

$$i = i_1 + i_2 = 7 + 2 = 9$$

plošných elementov ΔP_i diskrétneho priestoru, pričom vzhľadom na $\Delta P = 1$ a vzhľadom na (11) až (13)

$$P_{(1)} = P_{(1)1} + P_{(1)2} = 7 + 2 = 9 ,$$

teda subsystém $\mathbf{S}'_{FG1}$ sa skladá z dvoch plošných areálov. Subsystém $\mathbf{S}'_{FG2}$ sa v zmysle tých istých vzťahov (11) až (13) skladá z troch plošných areálov

$$P_{(2)} = P_{(2)1} + P_{(2)2} + P_{(2)3} = 5 + 3 + 1 = 9 \,,$$

subsystém $\mathbf{S}'_{FG3}$ sa skladá z dvoch plošných areálov

$$P_{(3)} = P_{(3)1} + P_{(3)2} = 4 + 2 = 6 \,,$$

subsystém $\mathbf{S}'_{FG4}$ je vytvorený z troch plošných areálov

$$P_{(4)} = P_{(4)1} + P_{(4)2} + P_{(4)3} = 2 + 1 + 1 = 4 \,,$$

subsystém $\mathbf{S}'_{FG5}$ je vytvorený z troch plošných areálov

$$P_{(5)} = P_{(5)1} + P_{(5)2} + P_{(5)3} = 3 + 2 + 1 = 6$$

a nakoniec subsystém $\mathbf{S}'_{FG6}$ sa skladá z dvoch plošných areálov

$$P_{(6)} = P_{(6)1} + P_{(6)2} = 1 + 1 = 2 \,,$$

kde každý areál je tvorený jedným plošným elementom ΔP.

Na obr. 1 a, b, sú vyjadrené jednak parciálne entropie (15) jednotlivých subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ (s = 1, 2, 3, 4, 5, 6) spolu s ich zložkami ako i celková entropia

$$H_{C(s)} = 3{,}6007 \text{ bit.}$$

Maximálna entropia H_{max} je spoločná pre všetky tri časti a, b, c, obr. 1 a jej veľkosť je

$$H_{max} = 5{,}1984 \text{ bit.}$$

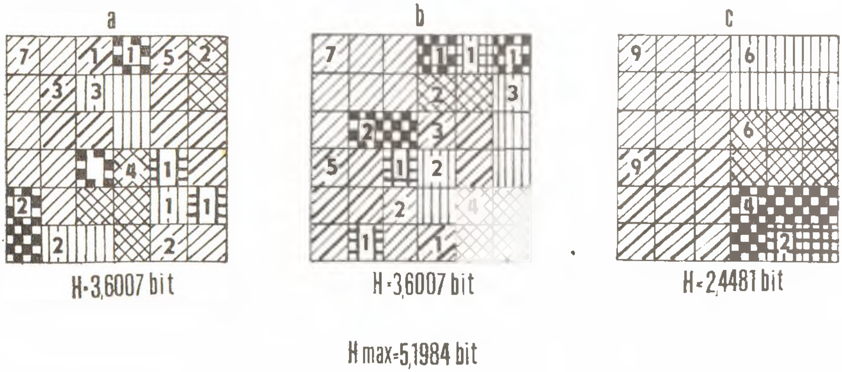
Napriek rôznemu priestorovému usporiadaniu subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ na obr. 1 a, b sú parciálne entropie i celková entropia rovnaké. Počet rôznych možných kombinácií priestorového zoskupenia (usporiadania) subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ pri nezmenených parciálnych entropiách i nezmenenej celkovej entropii sme na obrázku pre prehľadnosť nevyjadrili. Z rovnakej entropie $H_{C(s)}$ v oboch častiach a, b obr. 1 vyplýva, že systém $\mathbf{S}_{FG}$ je v týchto častiach rovnako diferencovaný i keď jeho subsystémy sú rôzne priestorovo zoskupené (usporiadané). Mieru rôznorodosti priestorového zoskupenia subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ by na obr. 1 a, b udávala lokačná, polohová, resp. konfiguračná entropia.

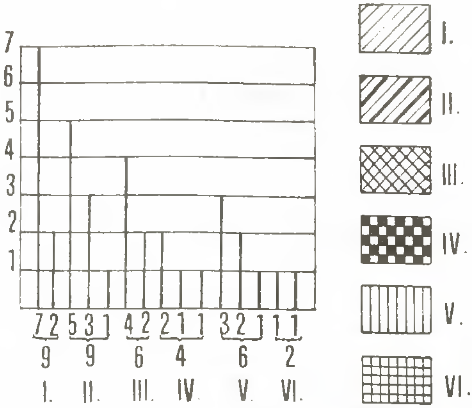
Na obr. 1 c vytvára každý subsystém $\mathbf{S}'_{FGs}$ (s = 1, 2, 3, 4, 5, 6) jeden areál pri nezmenenom celkovom počte plošných elementov ΔP diskrétneho priestoru pre jednotlivé subsystémy, v dôsledku čoho sú menšie jednak ich parciálne entropie a jednak celková entropia

$$H_{C(s)} = 2{,}4481 \text{ bit.},$$

t. j. stúpne priestorová koncentrácia subsystémov. To znamená, že subsystémy na obr.1 a, b sú viac priestorovodiferencované, ako sybsystémy na obr. 1 c.

Rôznu mieru priestorovej diferenciácie subsystému $\mathbf{S}_{FG}$ do jednotlivých subsystémov $\mathbf{S}'_{FGs}$ s vyjadrením pomocou diskrétneho priestoru a s vyčíslením sku-





9	0,5000
9	0,5000
6	0,4312
4	0,3520
6	0,4312
2	0,2329
	2,4481 bit

7, 2	I.	0,4590 0,2329	0,6919
5, 3, 1	II.	0,3957 0,2980 0,1444	0,8381
4, 2	III.	0,3520 0,2329	0,5849
2, 1, 1	IV.	0,2329 0,1444 0,1444	0,5217
3, 2, 1	V.	0,2980 0,2329 0,1444	0,6753
1, 1	VI.	0,1444 0,1444	0,2888
		3,6007 bit	3,6007 bit

Obr. 1a, b, c.

točnej celkovej entropie i maximálnej entropie ilustratívne vyjadrujeme na obr. 2 a, b, c, d.

Pomocou miery entropie môžeme vyjadriť i mieru priestorovej diferenciácie reliéfu, čo nám umožní kvantitatívne študovať mieru vplyvu reliéfu na priestorovú diferenciáciu jednak jednotlivých podsubsystémov Sa_k (k = 1, 2, 3, 4, 5) systému $\mathbf{S}_{FG}$ a jednak celého systému $\mathbf{S}_{FG}$ na jednotlivé subsystémy $\mathbf{S}'_{FGn}$ (pozri obr. 5 práce [11]). Týmto problémom sa budeme zaoberať v ďalšej časti práce.

Mieru priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ na jednotlivé subsystémy $\mathbf{S}'_{FGn}$ môžeme odstupňovať do r- stupňov tvoriacich intervaly zvolenej stupnice. Dolnú hranicu tejto stupnice bude tvoriť minimálna teoretická rozdiferencovanosť (t. j. teoreticky maximálna priestorová koncentrácia) systému $\mathbf{S}_{FG}$ vyjadrená minimálnou entropiou H_{min}. a hornú hranicu bude tvoriť maximálna teoretická rozdiferencovanosť systému $\mathbf{S}_{FG}$ vyjadrená maximálnou entropiou H_{max}. V zjednodušených prípadoch môžeme považovať $H_{min} = 0$.

Zaujíma nás teda, akú konkrétnu hodnotu q v stupnicovej škále r-stupňov bude mať skutočná entropia $H_{C(s)}$, pričom platí, že $q \leq r$. Číslo q udávajúce hodnotu diferenciácie vo zvolenej stupnicovej škále dostaneme zo vzťahu

$$(H_{max} - H_{min})\, q = r\, H_{C(s)}, \tag{17}$$

odkiaľ

$$q = \frac{r\, H_{C(s)}}{H_{max} - H_{min}} . \tag{18}$$

Ak teda za počet stupňov priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ zvolíme r = 10, potom vzorec (18) nadobudne tvar

$$q = \frac{10\, H_{C(s)}}{H_{max} - H_{min}} . \tag{19}$$

Ak budeme však ďalej pre jednoduchosť predpokladať, že $H_{min} = 0$, potom (19) bude mať tvar

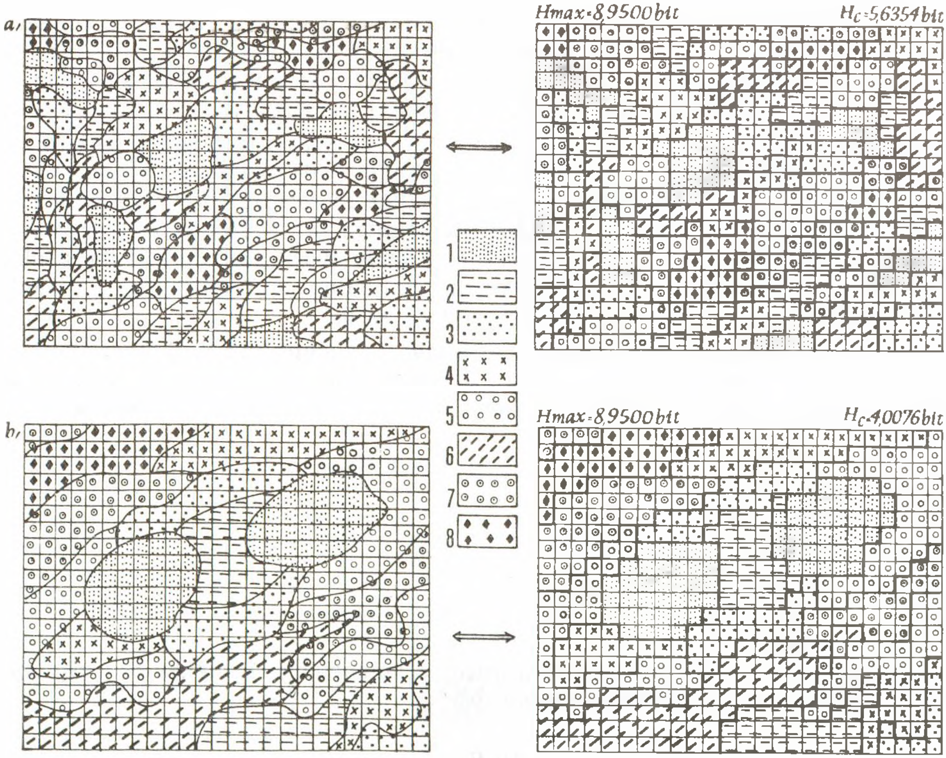
$$q = \frac{10\, H_{C(s)}}{H_{max}} . \tag{20}$$

Číslo q je bezrozmerovou veličinou podobne ako číslo r a ukazuje z hľadiska zvolenej veľkostnej stupnice stupeň priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ na jednotlivé subsystémy $\mathbf{S}'_{FGn}$.
Tak na obr. 2. a, b, c, d sú nasledovné hodnoty q:

$$q_1 = 6{,}296; \quad q_2 = 4{,}478; \quad q_3 = 3{,}466; \quad q_4 = 2{,}911. \tag{21}$$

Tým dostávame vo zvolenej stupnicovej škále okrem slovného vyjadrenia i kvantitatívne vyjadrenie priestorovej diferencovanosti. Majme napríklad nasledovné slovné vyjadrenie priestorovej diferenciácie pre r = 10:

0 — 0,9 extrémne málo diferencovaný systém (resp. nediferencovaný)
1 — 1,99 málo diferencovaný systém
2 — 2,99 veľmi mierne diferencovaný systém



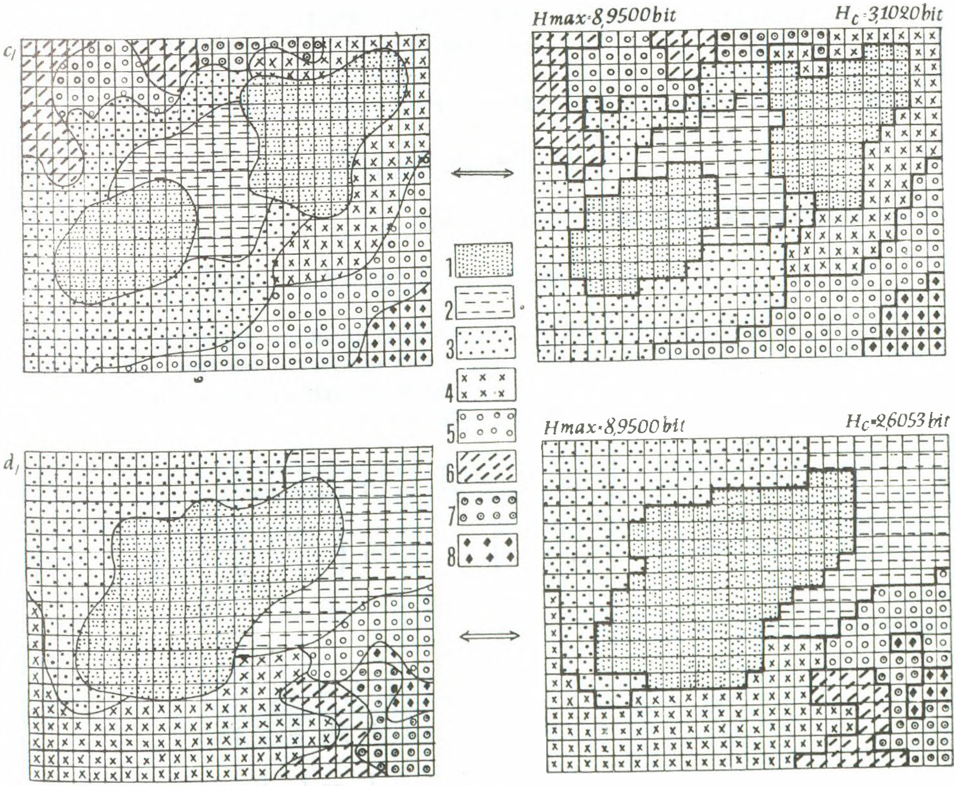
Obr. 2a, b.

3 — 3,99 mierne diferencovaný systém
4 — 4,99 stredne diferencovaný systém
5 — 5,99 stredne silno diferencovaný systém
6 — 6,99 silno diferencovaný systém
7 — 7,99 značne silno diferencovaný systém
8 — 8,99 veľmi silno diferencovaný systém
9 — 10 extrémne silno diferencovaný systém.

Potom z hodnôt (21) vypočítaných podľa vzťahu (20), hodnota q_1 zapadá do intervalu udávajúceho silno diferencovaný systém q_2 zapadá do intervalu udávajúceho stredne diferencovaný systém, q_3 zapadá do intervalu udávajúceho mierne diferencovaný systém a q_4 zapadá do intervalu udávajúceho veľmi mierne diferencovaný systém.

Problém entropie je omnoho širší, ako sme ho uviedli. Z hľadiska zamerania našej práce sme ho len stručne načrtli. Poznamenajme ešte, že vyjadrenie priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ pomocou miery entropie má okrem praktického významu ešte metodologický význam:

1. Umožňuje kvantitatívne jednoznačne vyjadriť zmenu priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ v súvislosti so zmenou členitosti reliéfu, napr. veľkosť rozčlenenia reliéfu a jej zmenu v závislosti od vzdialenosti horského masívu a



Obr. 2c, d.

veľkosť priestorovej diferenciácie systému $\mathbf{S}_{FG}$ do jednotlivých subsystémov $\mathbf{S}_{FGn}$ v závislosti od miery členitosti reliéfu.

2. Umožňuje globálne študovať tesnosť väzieb vo vertikálnom prepojení (vertikálny prenos informácie, pozri obr. 5 práce (11)), medzi jednotlivými prvkami a_k (k = 1, 2, 3, 4, 5) systému $\mathbf{S}_{FG}$, resp. podsubsystémami $\mathbf{S}a_k$ systému $\mathbf{S}_{FG}$ z hľadiska ich priestorovej diferenciácie. Ak totiž mieru priestorovej diferenciácie jednotlivých podsubsystémov vyjadríme pomocou miery entropie

$$H_{C(\mathbf{S}a_k)} = H_{D(\mathbf{S}a_k)1} + H_{D(\mathbf{S}a_k)2} + \ldots + H_{D(\mathbf{S}a_k)n} \qquad (22)$$

(kde k 1, 2, 3, 4, 5 a H_D sú parciálne entropie jednotlivých podsubsystémov $\mathbf{S}a_k$ vždy pre zvolené k) obdobným spôsobom ako to bolo pri priestorovej diferenciácii celého systému $\mathbf{S}_{FG}$, potom platí nasledovné pravidlo: Čím je tesnosť väzby vo vertikálnom prepojení dvoch podsubsystémov $\mathbf{S}a_i$, $\mathbf{S}a_j$ pre $i \neq j$, pričom $i, j \in k$ = 1, 2, 3, 4, 5, väčšia, tým viac sa blíži celková entropia $H_{C(\mathbf{S}a_i)}$ podsubsystému $\mathbf{S}a_i$ ku celkovej entropii $H_{C(\mathbf{S}a_j)}$ podsubsystému $\mathbf{S}a_j$, t. j.

$$H_{C(\mathbf{S}a_i)} \rightarrow H_{C(\mathbf{S}a_j)} \ .$$

VYJADRENIE PRIESTOROVEJ DIFERENCIÁCIE RELIÉFU POMOCOU MIERY ENTROPIE

Reliéf ako formu považujeme v zmysle práce [11] za systém

$$\mathbf{S}_{RF} = \{Q , R_{RF}\} , \tag{23}$$

v ktorom symbol Q označuje množinu prvkov

$$Q = \{Q_1, Q_2, Q_3, Q_4, Q_5, Q_6\} \tag{24}$$

a symbol R_{RF} označuje množinu závislostí medzi prvkami množiny Q. Prvkami množiny (24) sú jednotlivé kvantitatívne morfometrické veličiny tak, že $Q_1 = z$, $Q_2 = \gamma_N$, $Q_3 = A_N$, $Q_4 = \omega$, $Q_5 = K_r$, $Q_6 = F$, pričom v zmysle práce [13] $z = f(x, y)$, na základe čoho v zmysle tejže práce

$$Q_2 = \gamma_N = \text{arc tg}\,(\sqrt{f'_x(x,y)^2 + f'_y(x,y)^2}) \tag{25}$$

$$Q_3 = A_N = \text{arc cos}\left(\frac{-f'_x(x,y)}{M}\right) = \text{arc sin}\left(\frac{-f'_y(x,y)}{M}\right) \tag{26}$$

kde $M = \sqrt{f'_x(x,y)^2 + f'_y(x,y)^2}$,

$$Q_4 = \omega = \frac{f_{xx}\, f^2_x + 2\, f_{xy}\, f_x\, f_y + f_{yy}\, f^2_y}{(f^2_x + f^2_y)\, \sqrt{(1 + f^2_x + f^2_y)^3}} \tag{27}$$

$$Q_5 = K_r = \frac{-f_{xx}\, f^2_y + 2\, f_{xy}\, f_x\, f_y - f_{yy}\, f^2_x}{\sqrt{(f^2_x + f^2_y)^3}} , \tag{28}$$

pričom

$$f_x = \frac{\partial f(x,y)}{\partial x} \; ; \; f_y(x,y) = \frac{\partial f(x,y)}{\partial y} \; ; \; f_{xy} = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x\, \partial y} \; ;$$

$$f_{xx} = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial x^2} \; ; \; f_{yy} = \frac{\partial^2 f(x,y)}{\partial y^2} \; .$$

Poznamenajme, že takto vyjadrený systém $\mathbf{S}_{RF}$ predstavuje statický model reliéfu, čo však z krátkodobého časového hľadiska vyhovuje.

Vzhľadom na to, že v nejakej zvolenej oblasti študovanej v kartézskej súradnicovej sústave $(O, x\, y, z)$ je reliéf hlavným diferenciačným faktorom systému $\mathbf{S}_{FG}$, zaujíma nás, ako sa jeho jednotlivé prvky (24) zúčastňujú na tejto priestorovej diferenciácii. Preto vyjadríme mieru priestorovej diferenciácie jednotlivých prvkov reliéfu pomocou miery entropie.

Ako prvú vyjadríme priestorovú diferenciáciu sklonu reliéfu γ_N v smere spádových kriviek.

Majme r rôznych hodnôt sklonu reliéfu γ_N, ktoré tvoria r-stupňovú intervalovú škálu $\gamma_{N1}, \gamma_{N2}, \ldots, \gamma_{Nr}$.

Predpokladajme, že sa v študovanej oblasti hodnota sklonu γ_{N1} nachádza v ΔP_i elementoch diskrétneho priestoru, ktoré však vytvárajú v_i plošných areálov tak, že sa jednotlivé plošné areály skladajú z $i_1, i_2, \dots$ elementov diskrétneho priestoru, pričom

$$i_1 + i_2 + \dots + i_{vi} = i,$$

takže

$$\sum_1^{i_1} \Delta P\gamma_{N(1)i_1} = P\gamma_{N(1)1} \; ; \; \sum_1^{i_2} \Delta P\gamma_{N(1)i_2} = P\gamma_{N(1)2} \; ; \; \dots$$

$$\dots \; ; \; \sum_1^{i_{v_i}} \Delta P\gamma_{N(1)i_{v_i}} = P\gamma_{N(1)v_i} \; . \qquad (29)$$

Nech sa ďalej hodnota sklonu γ_{N2}, ktorá tvorí druhý intervalový stupeň nachádza v ΔP_j elementoch diskrétneho priestoru, ktoré však spolu vytvárajú v_j plošných areálov tak, že jednotlivé areály sa skladajú z $_{j1}, _{j2}, \dots$ elementov ΔP_j, pričom

$$j_1 + j_2 + \dots + j_{v_j} = j \; ,$$

takže

$$\sum_1^{j_1} \Delta P\gamma_{N(2)j_1} = P\gamma_{N(2)1} \; ; \; \sum_1^{j_2} \Delta P\gamma_{N(2)j_2} = P\gamma_{N(2)2} \; ; \; \dots \qquad (30)$$

$$\sum_1^{j_{v_j}} \Delta P\gamma_{N(2)j_{v_j}} = P\gamma_{N(2)v_j}$$

atď., až hodnota sklonu $\gamma_{N(r)}$, ktorá tvorí r-tý stupeň intervalovej stupnicovej škály, nech sa nechádza v ΔP_l elementoch diskrétneho priestoru, ktoré vytvárajú v_l plošných areálov tak, že jednotlivé plošné areály sa skladajú z $l_1, l_2, \dots$ elementov ΔP_l diskrétneho priestoru, pričom

$$l_1 + l_2 + \dots + l_{v_l} = l,$$

takže

$$\sum_1^{l_1} \Delta P\gamma_{N(r)l_1} = P\gamma_{N(r)1}; \; \sum_1^{l_2} \Delta P\gamma_{N(r)l_2} = P\gamma_{N(r)2}; \; \dots$$

$$\dots \; ; \; \sum_1^{l_{v_l}} \Delta P\gamma_{N(r)l_{v_l}} = P\gamma_{N(r)v_l} \; , \qquad (31)$$

Pravé strany $P\gamma_{N(r)1}, P\gamma_{N(r)2}, \dots, P\gamma_{N(r)v_l}, v_j, \dots, v_l$ jednotlivých súčtov

$P\gamma_{N(r)}$ vo vzťahoch (29), (30) a (31) označujú plošnú veľkosť jednotlivých areálov s hodnotami sklonu $\gamma_{N(r)}$ pre $r = 1, 2, 3, \ldots$.

Súčasne vo vzťahoch (29) až (31) pre jednotlivé plošné areály platí, že ich súčet tvorí celkovú plochu P_C študovanej oblasti, t. j.

$$\sum_1^{v_i} P\gamma_{N(1)v_i} + \sum_1^{v_j} P\gamma_{N(2)v_j} + \ldots + \sum_1^{v_l} P\gamma_{N(r)v_l} = \sum_1^{r} \sum_1^{v_q} P\gamma_{N(r)v_q} = P_C \tag{31'}$$

kde $q = i, j, \ldots, l$.

Potom analogicky v zmysle (14) bude i pre vzťahy (29), (30) a (31) platiť, že

$$\begin{aligned}
\frac{P\gamma_{N(1)1}}{P_C} + \frac{P\gamma_{N(1)2}}{P_C} + \ldots + \frac{P\gamma_{N(1)v_i}}{P_C} &= \frac{\sum_1^{v_i} P\gamma_{N(1)v_i}}{P_C} \\
\frac{P\gamma_{N(2)1}}{P_C} + \frac{P\gamma_{N(2)2}}{P_C} + \ldots + \frac{P\gamma_{N(2)v_j}}{P_C} &= \frac{\sum_1^{v_j} P\gamma_{N(2)v_j}}{P_C} \\
&\vdots \\
\frac{P\gamma_{N(r)1}}{P_C} + \frac{P\gamma_{N(r)2}}{P_C} + \ldots + \frac{P\gamma_{N(r)v_l}}{P_C} &= \frac{\sum_1^{v_l} P\gamma_{N(r)v_l}}{P_C}
\end{aligned} \tag{32}$$

pričom na základe vzťahu (31') pre súčet pravých strán v (32) platí, že

$$\sum_1^{r} \frac{\sum_1^{v_q} P\gamma_{N(r)q}}{P_C} = 1 \, , \tag{33}$$

kde $q = i, j, \ldots, l$,

v dôsledku čoho môžeme celkovú priestorovú diferenciáciu sklonu reliéfu v smere spádových kriviek vyjadriť z ľavých strán vzťahov (32) pomocou miery celkovej entropie $H_C\gamma_{N(r)}$ v tvare

$$H_C\gamma_{N(r)} = - \sum_1^{r} \sum_1^{v_q} \frac{P\gamma_{N(r)q}}{P_C} \log \frac{P\gamma_{N(r)q}}{P_C} \, . \tag{34}$$

Tu opäť v zmysle vzťahov (16) platí, že celková entropia (34) vyjadrená z ľavých strán vzťahov (32) bude vyššia, ako celková entropia

$$H^*_C[\gamma_{N(r)}] = - \sum_1^{r} \frac{\sum_1^{v_q} P[\gamma_{N(r)}]_{v_q}}{P_C} \log \frac{\sum_1^{v_q} P[\gamma_{N(r)}]_{v_q}}{P_C} \tag{35}$$

$(q = i, j, \ldots, l)$

vyjadrená z pravých strán vzťahov (32), t. j. platí, že

$$H_C[\gamma_{N(r)}] > H^*_C[\gamma_{N(r)}] \; . \tag{36}$$

Entropia $H_C\gamma_{N(r)}$ vyjadruje takú priestorovú diferenciáciu sklonov $\gamma_{N(r)}$ r-stupňovej intervalovej škály, ktorej každý stupeň $\gamma_{N(1)}, \gamma_{N(2)}, \ldots$ tvorí vždy iba jeden teoretický areál. Priestorová diferenciácia sklonu reliéfu γ_N vyjadrená pomocou miery entropie je ukázaná na obr. 3.

Pre úplnosť poznamenajme, že reliéf môže mať v rôznych študovaných oblastiach rozličné navzájom odlišné sklony, ale nemusí mať rôznu priestorovú diferenciáciu. Týmto problémom sa podrobnejšie zaoberáme v ďalšej našej práci.

Analogickým spôsobom ako priestorovú diferenciáciu sklonu reliéfu γ_N, môžeme vyjadriť i priestorovú diferenciáciu orientácie reliéfu A_N voči svetovým stranám (nesprávne tiež nazývanej expozícia reliéfu). Aj pri A_N platia vzťahy (29) až (36), avšak v tých vzťahoch na miesto veličiny γ_N uvažujeme v našom terajšom prípade veličinu A_N, ktorú do nich na miesto γ_N dosadíme.

Miera priestorovej diferenciácie orientácie reliéfu A_N voči svetovým stranám (miera priestorovej diferenciácie expozície reliéfu) vyjadrená aj pomocou miery entropie bude potom určená vzťahom

$$H_{C(A_N)} = - \sum_{1}^{s} \sum_{1}^{v_q} \frac{PA_{N(s)v_q}}{P_C} \log \frac{PA_{N(s)v_q}}{P_C} \tag{37}$$

$q = i, j, \ldots l.$

Tu opäť v zmysle vzťahov (1) platí podobne ako pri vzťahoch (34) a (35), že celková entropia (37) bude menšia ako entropia

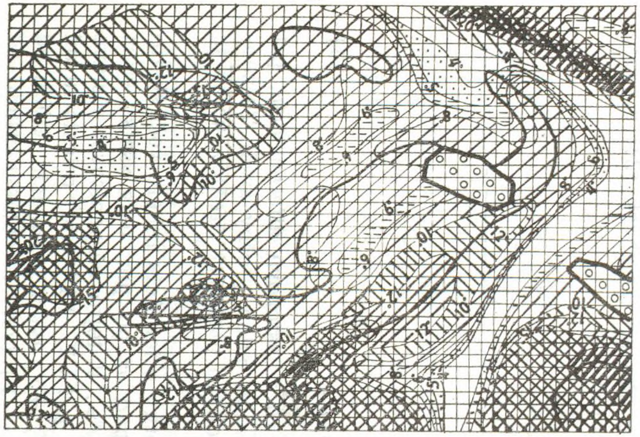
$$H^*_C[A_{N(s)}] = - \sum_{1}^{s} \frac{\sum_{v}^{v_q} PA_{N(s)v_q}}{P_C} \log \frac{\sum_{1}^{1_q} PA_{N(s)v_q}}{P_C} \tag{38}$$

$q = j, i, \ldots l,$
t. j. platí, že

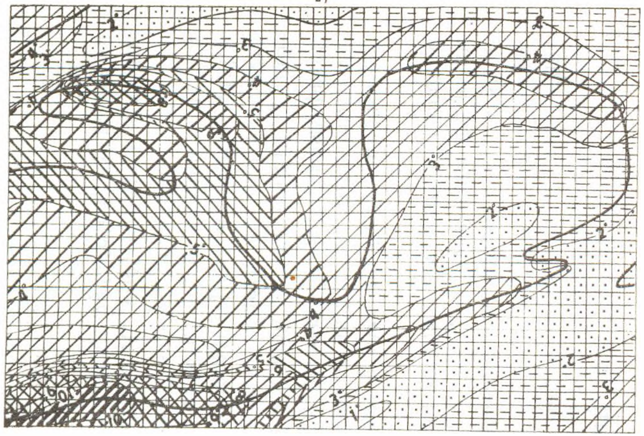
$$H_C[A_{N(s)}] > H^*_C[A_{N(s)}] \tag{39}$$

Entropia (38) vyjadruje opäť takú teoretickú priestorovú diferenciáciu, pri ktorej každá hodnota $A_{N(1)}, A_{N(2)}, \ldots$ vytvára len jeden plošný areál. To znamená, že v študovanej oblasti je toľko teoretických plošných areálov, koľko je hodnôt $A_{N(s)}$ v tejto oblasti.

Vo vzťahoch (37) a (38) sú obsiahnuté všetky orientácie reliéfu voči svetovým stranám od juhu cez východ, sever, západ až po juh, teda všetky štyri kvadranty súradnicovej sústavy $< O, x, y, z >$. V tejto súradnicovej sústave $< O, x, y, z >$ prvý kvadrant roviny X, Y, t. j. $(+X, +Y)$ tvorí orientáciu od juhu S až po východ E; druhý kvadrant $(-X, +Y)$ tvorí orientáciu reliéfu od východu E po sever N; tretí kvadrant $(-X, -Y)$ tvorí orientáciu reliéfu od a)



b)

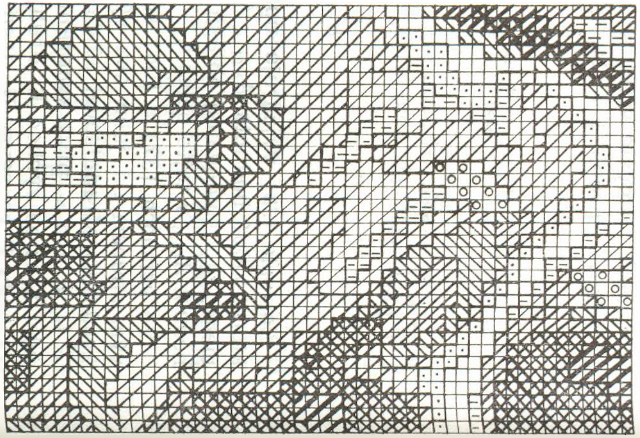


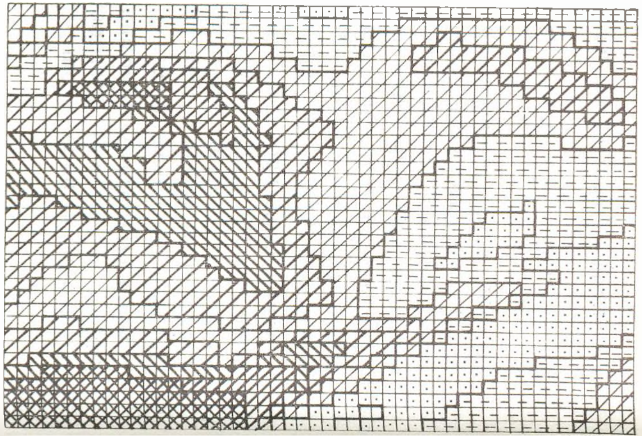
0°–4° 4°–5° 5°–6° 6°–8° 8°–10° 10°–12° 12°–15° 15°–20° 20°–25° 25° a viac

anthropogenic ground edges
terénne hrany antropogénne

parabolic lines
parabolické čiary

0°–1° 1°–2° 2°–3° 3°–4° 4°–5° 5°–6° 6°–7° 7°–10° 10°–12° 12°–15°





severu N po západ W; štvrtý kvadrant $(+X, -Y)$ tvorí orientáciu reliéfu voči svetovým stranám od západu W po juh, S, čo symbolicky vyjadríme nasledovne:

$$\begin{array}{rll} \text{I. Q.} & (+X;\ +Y) & (S \rightarrow E) \\ \text{II. Q.} & (-X;\ +Y) & (E \rightarrow N) \\ \text{III. Q.} & (-X;\ -Y) & (N \rightarrow W) \\ \text{IV. Q.} & (+X;\ -Y) & (W \rightarrow S) \end{array}$$

Ak v každom kvadrante predpokladáme r-stupňovú škálu, potom v štyroch kvadrantoch máme spolu $s = 4r$ intervalov stupnicovej škály.

Celková entropia orientácie reliéfu voči svetovým stranám vyjadrená podľa kvadrantov bude potom daná vzťahom

$$H_{C(A_N)} = H_{C(A_N)\,\text{I. Q}} + H_{C(A_N)\,\text{II. Q}} + H_{C(A_N)\,\text{III. Q}} + H_{C(A_N)\,\text{IV. Q}}\,, \tag{40}$$

v ktorom jednotlivé entropie na pravej strane sú úhrnné parciálne entropie podľa jednotlivých kvadrantov.

Jednotlivé parciálne entropie pre každý jeden areál jednotlivých kvadrantov sú určené vzťahmi

$$\begin{aligned} H_{(A_N)\,\text{I. Q}} &= \sum_{1}^{r-1} \sum_{1}^{v_q} (L_{v_q}) \log (L_{v_q}) \\ H_{(A_N)\,\text{II. Q}} &= \sum_{1}^{2r-1} \sum_{1}^{v_q} (L_{v_q}) \log (L_{v_q}) \\ H_{(A_N)\,\text{III. Q}} &= \sum_{1}^{3r-1} \sum_{1}^{v_q} (L_{v_q}) \log (L_{v_q}) \\ H_{(A_N)\,\text{IV. Q}} &= \sum_{1}^{4r-1} \sum_{1}^{v_q} (L_{v_q}) \log (L_{v_q}) \end{aligned} \tag{41}$$

kde

$$L_{v_q} = \frac{P\,[A_{N(s)}]\,v_q}{P_C}$$

a $q = i, j, \ldots l$.

Tieto parciálne entropie (41) nám ukazujú, ako je každý jeden príslušný areál vo vnútri priestorovodiferencovaný vzhľadom na celkovú plochu P_C uvažovanej študovanej oblasti.

Pretože však v študovanej oblasti môže prvý kvadrant I. Q tvoriť u_1 plošných areálov, druhý kvadrant II. Q môže tvoriť (resp. môže pozostávať) u_2 plošných areálov, tretí kvadrant III. Q môže pozostávať z u_3 plošných areálov a štvrtý kvadrant IV. Q môže pozostávať z u_4 plošných areálov, kde $(u_1, u_2, u_3 = 1, 2, 3, \ldots)$,
potom jednotlivé globálne parciálne entropie na pravej strane (40) sú určené vzťahmi

←

Obr. 3

$$H_{C(A_N)\,\mathrm{I.\,Q}} = \sum_{u=1}^{u_1} H\,[A_N\;\mathrm{I.\,Q}]_u$$

$$H_{C(A_N)\,\mathrm{II.\,Q}} = \sum_{u=1}^{u_2} H\,[A_N\;\mathrm{II.\,Q}]_u$$

$$H_{C(A_N)\,\mathrm{III.\,Q}} = \sum_{u=1}^{u_3} H\,[A_N\;\mathrm{III.\,Q}]_u \qquad (42)$$

$$H_{C(A_N)\,\mathrm{IV.\,Q}} = \sum_{u=1}^{u_4} H\,[A_N\;\mathrm{IV.\,Q}]_u$$

Priestorovú diferenciáciu orientácie reliéfu voči svetovým stranám môžeme vyjadriť aj bez vnútornej kvantitatívnej diferenciácie jednotlivých kvadrantov tak, že každý kvadrant berieme ako celok. To znamená, že jednotlivé plošné areály v mape zapadajúce do príslušných kvadrantov orientácie reliéfu voči svetovým stranám (expozície reliéfu) berieme ako celky, ktoré vnútorne bližšie nediferencujeme. Takáto diferenciácia orientácie reliéfu voči svetovým stranám bude však prirodzene hrubšia. Na obr. 4 je vyjadrená priestorová diferenciácia orientácie reliéfu na študovanom území z máp práce [13].

Entropia sklonu reliéfu γ_N v smere spádových kriviek, t. j. $H_{C(\gamma_N)}$ môže byť v tej istej študovanej oblasti značne rozdielna od entropie orientácie reliéfu $H_{C(A_N)}$ voči svetovým stranám. Ak je entropia $H_{C(\gamma_N)}$ veľká a entropia $H_{C(A_N)}$ malá, potom to znamená, že reliéf je v študovanej oblasti silne sklonitostne (spádovo) diferencovaný, ale je málo diferencovaný, čo sa týka orientácie voči svetovým stranám, t. j. je orientovaný (exponovaný) prevažne na jednu svetovú stranu (napr. sever, severovýchod, atď.).

Priestorová diferenciácia horizontálnej krivosti reliéfu K_r.

Pri horizontálnej krivosti reliéfu nás zaujíma buď jej priestorové rozdelenie do konvexných a konkávnych horizontálnych foriem bez ich bližšieho vnútorného kvantitatívneho členenia, buď nás zaujíma aj ich vnútorné kvantitatívne priestorové rozdelenie.

Najprv vyjadríme mieru priestorovej diferenciácie horizontálnej krivosti reliéfu pomocou miery entropie bez bližšieho vnútorného rozdelenia kvantitatívnych hodnôt konvexných a konkávnych foriem. To znamená, že nás bude zaujímať len samo priestorové rozloženie konvexných a konkávnych horizontálnych foriem do jednotlivých plošných areálov.

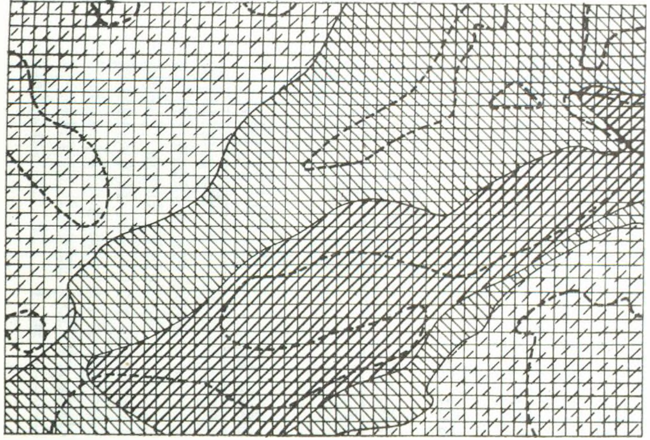
Konvexné tvary horizontálnej krivosti K_r označíme symbolom $(K_r)_X$, konkávne horizontálne tvary označíme symbolom $(K_r)_K$.

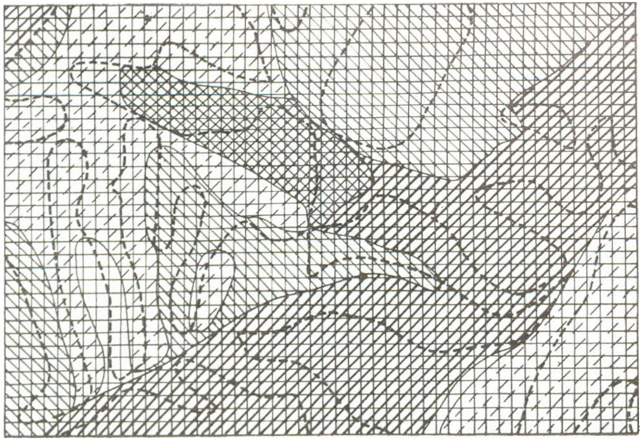
Konvexné horizontálne tvary $(K_r)_X$ nech sa nachádzajú v ΔP_i elementoch diskrétneho priestoru, ktoré však vytvárajú v_i plošných areálov tak, že jednotlivé plošné areály sa skladajú z $i_1, i_2, \ldots$ počtu elementov ΔP_i diskrétneho priestoru, pričom

$$i_1 + i_2 + \ldots + i_{v_i} = i$$

$(i_1, i_2, \ldots = 1, 2, 3, \ldots)$, takže

Obr. 4





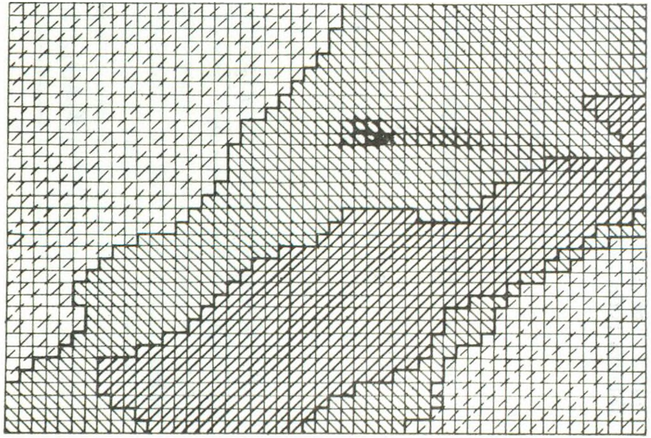
I.Q 0°-80°

II.Q 90°-170°

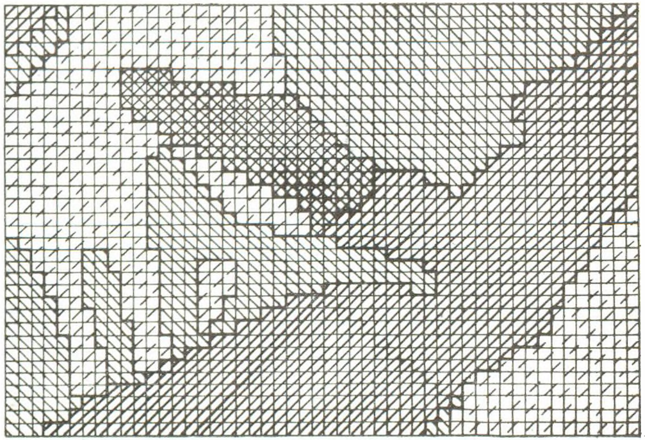
III.Q 180°-260°

IV.Q 270°-350°

Isoline of the zero curvature of contour lines / izočiary nulovej krivosti vrstevnic



H_{max}=10,2000 bit H_C=2,0754 bit H_C^*=1,5595 bit



H_{max}=10,2000 bit H_C=2,6588 bit H_C^*=1,8332 bit

$$\sum_{1}^{i_1} \Delta P\,[(K_r)_X]_i = P\,[(K_r)_X]_1\,;\ \sum_{1}^{i_2} \Delta P[(K_r)_X]_{i_2} = P[(K_r)_X]_2\,;\ \ldots$$

$$\ldots\,;\ \sum_{1}^{i_{v_i}} \Delta P\,[(K_r)_X]_{i_{v_i}} = P\,[(K_r)_X]_{v_i}\,, \tag{43}$$

kde $P\,[(K_r)_X]_{v_i}$ označujú veľkosť jednotlivých plošných areálov konvexných horizontálnych tvarov reliéfu.

Konkávne tvary horizontálnej krivosti reliéfu $(K_r)_K$ nech sa nachádzajú v ΔP_j elementoch diskrétneho priestoru, ktoré však vytvárajú v_j plošných areálov tak, že jednotlivé areály sa skladajú z j_1, j_2, ... elementov ΔP_j diskrétneho priestoru, pričom

$$j_1 + j_2 + \ldots + j_{v_j} = j,$$

$(j_1, j_2, \ldots, j_{v_j} = 1, 2, 3, \ldots)$, takže

$$\sum_{1}^{j_1} \Delta P[(K_r)_K]_{j_1} = P\,[(K_r)_K]_1\ ;\ \sum_{1}^{j_2} \Delta P\,[(K_r)_K]_{j_2} = P\,[(K_r)_K]_2\ ;\ \ldots$$

$$\ldots\,;\ \sum_{1}^{j_{v_j}} \Delta P\,[(K_r)_K]_{j_{v_j}} = P\,[(K_r)_K]_{v_j}\,. \tag{44}$$

Súčet všetkých plošných areálov konvexných i konkávnych horizontálnych foriem tvorí celkovú študovanú oblasť P_C, takže platí

$$\sum_{1}^{v_i} P[K_r)_X]_{v_i} + \sum_{1}^{v_j} P\,[(K_r)_K]_{v_j} = P_C\,. \tag{44'}$$

Potom v zmysle vzťahu (14) bude analogicky platiť, že

$$\frac{P\,[(K_r)_X]_1}{P_C} + \frac{P\,[(K_r)_X]_2}{P_C} + \ldots + \frac{P\,[(K_r)_X]_{v_i}}{P_C} = \frac{\Sigma\ P\,[(K_r)_X]_{v_i}}{P_C}\,,$$

$$\frac{P\,[(K_r)_K]_1}{P_C} + \frac{P\,[(K_r)_K]_2}{P_C} + \ldots + \frac{P\,[(K_r)_K]_{v_j}}{P_C} = \frac{\sum_{1}^{v_i} P\,[(K_r)_K]_{v_j}}{P_C}\,, \tag{45}$$

takže

$$\frac{\sum_{1}^{v_i} P\,[(K_r)_X]_{v_i}}{P_C} + \frac{\sum_{1}^{v_j} P\,[(K_r)_K]_{v_j}}{P_C} = 1\,. \tag{46}$$

Z ľavých strán (45) vyjadríme celkovú entropiu horizontálnej krivosti K_r v tvare

$$H_{C(K_r)} = -\sum_{1}^{v_i} \frac{P[(K_r)_X]_{v_i}}{P_C} \log \frac{P[(K_r)_X]_{v_i}}{P_C} - $$

$$- \sum_{1}^{v_j} \frac{P[(K_r)_K]_{v_j}}{P_C} \log \frac{P[(K_r)_K]_{v_j}}{P_C} \tag{47}$$

a z pravých strán (45) vyjadríme celkovú entropiu

$$H^{*}_{C(K_r)} = - \frac{\sum_{1}^{v_i} P[(K_r)_X]_{v_i}}{P_C} \log \frac{\sum_{1}^{v_j} P[(K_r)_X]_{v_i}}{P_C} -$$

$$- \frac{\sum_{1}^{v_i} P[(K_r)_K]_{v_j}}{P_C} \log \frac{\sum_{1}^{v_j} P[(K_r)_K]_{v_j}}{P_C} . \tag{48}$$

Označme vo vzťahu (47) prvý člen na pravej strane symbolom $H_{(Kr)X}$ a druhý člen symbolom $H_{(Kr)K}$. Obdobne označme vo vzťahu (48) prvý člen na pravej strane symbolom $H^{*}_{(Kr)X}$ a druhý člen označme symbolom $H^{*}_{(Kr)K}$. Tieto symboly označujú parciálne entropie celkovej entropie, ktorú sme označili $H_{C(Kr)}$ a $H^{*}_{C(Kr)}$. Potom vzťahy (47) a (48) napíšeme v tvare

$$H_{C(K_r)} = H_{C(K_r)X} + H_{C(K_r)K} ,$$
$$H^{*}_{C(K_r)} = H^{*}_{C(K_r)X} + H^{*}_{C(K_r)K} . \tag{49}$$

Opäť platí, že

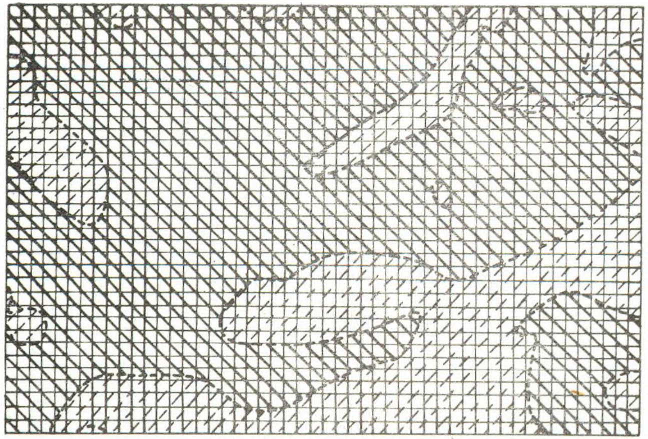
$$H_{C(K_r)} > H^{*}_{C(K_r)} \tag{50}$$

a podobne platí, že

$$H_{(K_r)X} > H^{*}_{(K_r)X}$$
$$H_{(K_r)K} > H^{*}_{(K_r)K} \tag{50'}$$

Entropia $H^{*}_{C(K_r)}$ určená vzťahom (48) vyjadruje opäť takú priestorovú diferenciáciu, pri ktorej konvexné horizontálne formy vytvárajú jeden teoretický plošný areál a konkávne horizontálne formy vytvárajú tak isto jeden teoretický plošný areál. Veľkosť týchto teoretických plošných areálov sa rovná súčtu jednotlivých reálnych plošných areálov konvexných foriem (43) a konkávnych foriem (44) určených vzťahom (44'). Entropia konvexných a konkávnych horizontálnych foriem reliéfu bez vnútornej kvantitatívnej diferenciácie je vyjadrená na obr. 5.

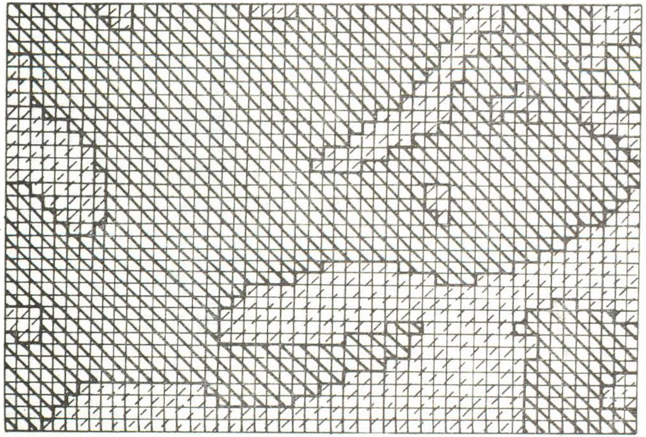
HORIZONTAL CURVATURE OF RELIEFS



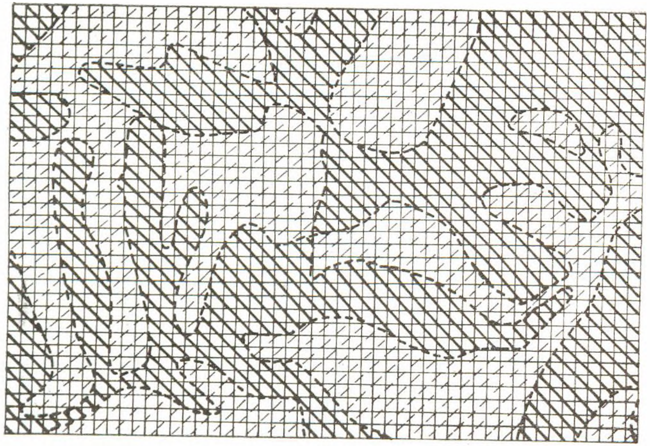
$H_{max} = 10{,}2000$ bit

$H_{C(Kr)} = 1{,}7100$ bit

$H^{*}_{C(Kr)} = 0{,}8889$ bit



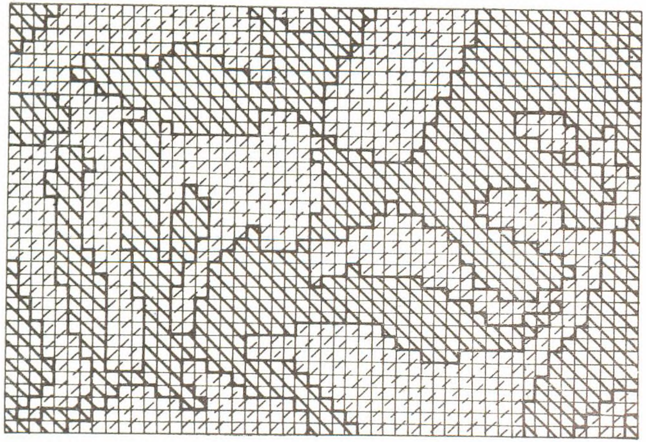
HORIZONTÁLNA KRIVOSŤ RELIÉFU



$H\ max = 10{,}2000$ bit

$H_{C(Kr)} = 2{,}9332$ bit

$H^{*}_{C(Kr)} = 0{,}9999$ bit



convex forms — konvexné formy

Za predpokladu, že nás zaujíma i vnútorná priestorová diferenciácia jednotlivých kvantitatívnych hodnôt konvexných a konkávnych tvarov $(K_r)_X$ a $(K_r)_K$, pričom $(K_r)_X$ i $(K_r)_K$ máme rozdelené do r-stupňov stupnicovej intervalovej škály, potom problém je analogický problému uhlov sklonu $\gamma_{N(r)}$ v smere spádových kriviek, ktorých rozdelenie do jednotlivých plošných areálov je určené vzťahmi (29 až 30) a ktorých pravdepodobnosti sú vyjadrené výrazom (32).

V našom terajšom prípade však musíme uvažovať podobné rozdelenie (29) až (31) jednak pre konvexné horizontálne formy, jednak pre konkávne horizontálne formy. Potom celkovú entropiu horizontálnej krivosti s vnútorným kvantitatívnym priestorovým rozdiferencovaním dostaneme v tvare

$$H_C\,[K_{r(r)}] = -\sum_{1}^{r}\sum_{1}^{q}\frac{P\,[(K_r)_X]_{rq}}{P_C}\log\frac{P\,[(K_r)_X]_{rq}}{P_C} - \sum_{1}^{r}\sum_{1}^{q}\frac{P\,[(K_r)_K]_q}{P_C}\log\frac{P\,[(K_r)_K]_q}{P_C} \qquad (51)$$

kde $q = v_i, v_j, \ldots, v_l = 1, 2, 3, \ldots$
a $r = 1, 2, 3, \ldots$.

Vyjadrenie priestorovej diferenciácie normálovej krivosti reliéfu ω

Úplne analogickým spôsobom, ako bolo vyjadrenie priestorovej diferenciácie horizontálnej krivosti reliéfu K_r, vyjadríme i priestorovú diferenciáciu konvexných normálových foriem ω_X a konkávnych normálových foriem ω_K.

V prípade, že nás zaujíma len jednoduchá priestorová diferenciácia foriem ω_X, ω_K bez vnútorného kvantitatívneho rozdelenia, vyjadríme ju pomocou miery entropie na základe vzťahov (45) a (46), v ktorých na miesto veličín $(K_r)_X$, $(K_r)_K$ budú teraz vystupovať veličiny ω_X, ω_K, takže celkovú entropiu $H_C(\omega)$ dostaneme v tvare

$$H_C(\omega) = -\sum_{1}^{v_i}\frac{P\,(\omega_X)_{v_i}}{P_C}\log\frac{P\,(\omega_K)_{v_i}}{P_C} - \sum_{1}^{v_j}\frac{P\,(\omega_K)_{v_j}}{P_C}\log\frac{P\,(\omega_K)_{v_j}}{P_C} \qquad (52)$$

Priestorová diferenciácia konvexných normálových foriem ω_X, a konkávnych normálových foriem ω_K vyjadrená pomocou entropie (52) je znázornená na obr. 6. Na obrázku 6 sú rôzne oblasti z reliéfu, vyjadrujúce rôznu diferenciáciu normálových foriem reliéfu. Územie na obrázku 6 je zvolené z mapy normálovej krivosti reliéfu práce [13].

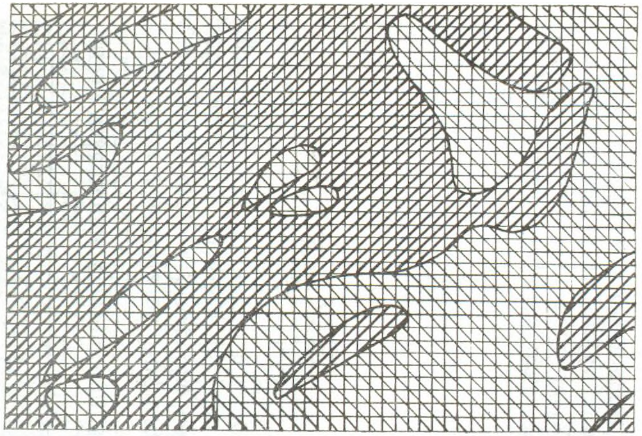
Za predpokladu, že nás zaujíma i priestorová diferenciácia jednotlivých kvan-

←

Obr. 5

NORMAL CURVATURE OF RELIEFS

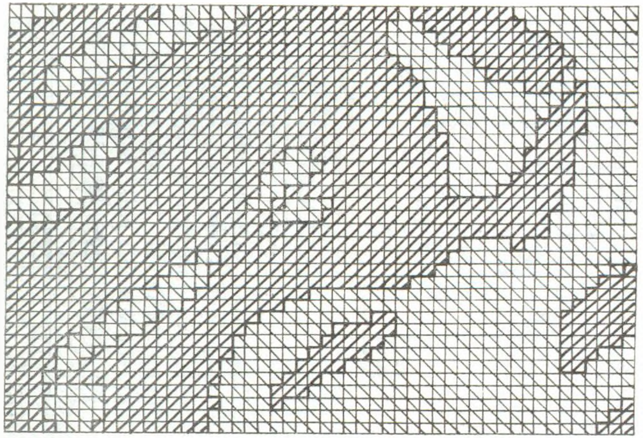
NORMÁLOVÁ KRIVOSŤ RELIÉFU

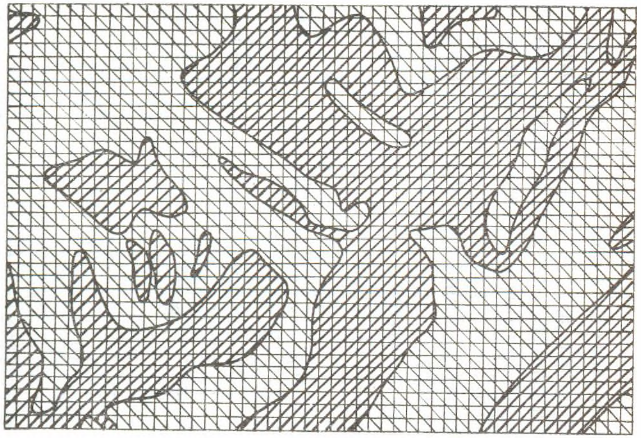


H max = 10,2000 bit

$H_{C(\omega)}$ = 1,9987 bit

$H^{*}_{C(\omega)}$ = 0,9862 bit

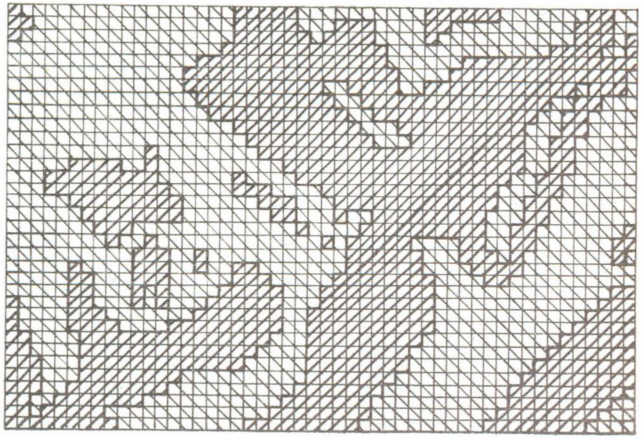




H max = 10,2000 bit

$H_{C(\omega)}$ = 2,7114 bit

$H^{*}_{C(\omega)}$ = 0,9980 bit



convex forms — konvexné formy

titatívnych hodnôt konvexných normálových tvarov ω_X konkávnych normálových tvarov ω_K rozdelených do r-intervalov intervalovej škály, potom je problém opäť analogický problému uhlov sklonu γ_N v smere spádových kriviek, ktorých pravdepodobnosti sú vyjadrené vo vzorcoch (32). Postupujeme teda obdobne ako pri priestorovej diferenciácii horizontálnej krivosti reliéfu. To znamená, že priestorovú diferenciáciu jednotlivých kvantitatívnych hodnôt konvexných normálových tvarov ω_X i konkávnych normálových tvarov ω_K vyjadrených v r-stupnicovej intervalovej škále vyjadríme celkovou entropiou

$$H_C(\omega) = - \sum_1^r \sum_1^q \frac{P(\omega_X)_{r,q}}{P_C} \log \frac{P(\omega_X)_{r,q}}{P_C} - \sum_1^r \sum_1^q \frac{P(\omega_K)_{r,q}}{P_C} \log \frac{P(\omega_K)_{r,q}}{P_C}, \qquad (53)$$

kde $r = 1, 2, \ldots$

$q = v_i, v_j, \ldots, v_l = 1, 2, \ldots$.

Úplne analogickým spôsobom môžeme pomocou miery entropie vyjadriť i priestorovú diferenciáciu geometrických foriem reliéfu F_{XX}, F_{KX}, F_{KK}, F_{XK}.

ZÁVER

V práci sme rozobrali problematíku priestorového vyjadrenia diferenciácie krajiny ako teritoriálneho kybernetického systému $\mathbf{S}_{GF}$ a problematiku priestorovej diferenciácie reliéfu ako samostatného subsystému $\mathbf{S}_{RF}$ systému $\mathbf{S}_{FG}$. Z tohto hľadiska sme nadviazali na doterajšie výsledky a tieto sme rozpracovali v oblasti reliéfu. Problém vyjadrenia priestorovej diferenciácie pomocou miery entropie sme dokumentovali na praktických ukážkach z konkrétneho územia prevzatého z práce [13]. Chceli sme ukázať na praktický význam tohto problému pre všetky disciplíny, ktoré sa zaoberajú priestorovými systémami a ich zobrazovaním do mapy.

LITERATÚRA

1. ARMAND, A. D.: Prirodnyje komplexy kak samoregulirujemyje sistemy. Izv. AN SSSR, ser. geogr., 1966, 2. — 2. ARMAND, A. D.: Ispoľzovanije teorii informacii dľa modelirovanija prirodnych sistem. Doklady Inst. geografii Sibiri i daľnogo Vostoka, 1972, 34. — 3. ARMAND, A. D.: Metod informacionnych gradientov v geografičeskom rajonirovanii. Izd. AN SSSR, ser. geogr., 1973, 3. — 4. ASHBY, R. W.: Kybernetika. Praha 1961. — BERLIANT, A. M.: Kartografičeskij metod issledovanija prirodnych javlenij. Izd. Moskovskogo Univ. 1971. — 6. DEVDARIANI, A. S., GREJSUCH, V. L.: Roľ kibernetičeskich metodov v izučenii i preobrazovanii prirodnych kompleksov. Izv. AN SSSR, ser. geogr., 1967, 6. — 7. GREJSUCH, V. L.: Obraznoje predstavlenije geomorfologičeskoj informacii. Zborník Reľjef zemli i matematika. Izd. Mysľ, Moskva 1967. — 8. HAVERLÍK, I., KRCHO, J.: Spatial Organisation in Natural Part of Geosphere and Computer Modelling (v tlači). — 9. FEDINA, A. E.: Fizikogeografičeskoje rajonirovanije. Izd. Moskovskogo Universiteta, Moskva 1973. — 10. KRCHO, J.: Prírodná časť geosféry ako kybernetický systém a jeho vyjadrenie v mape. Geogr. Čas., *20*, 1968, 2.

Obr. 6

11. KRCHO, J.: Štruktúra a priestorová diferenciácia fyzickogeografickej sféry ako kybernetického systému. Geogr. Čas., *26*, 1974, 2. — 12. KRCHO, J., HAJDUK, J.: Priemyselné exhaláty a bilancia imisií v prírodnej časti geosféry ako kybernetickom systéme, Geogr. Čas., 24, 1972, 4. — 13. KRCHO, J.: Morphometric Analysis of Relief on the Basis of Geometric Aspect of Field Theory. Acta UC., Phys.—geogr., *1*, Bratislava 1973. — 14. KRCHO, J.: Teoretické problémy modelovania prírodnej časti geografie sféry ako kybernetického systému. Geogr. Čas., 24, 1972, 2. — 15. KOSMIN, V. V.: Morfometričeskij analiz pri proektirovanii inžernych sooruženij. Zborník Reľjef zemli i matematika. Izd. Mysľ, Moskva 1967. — 17. JENÍK, J.: Homeostase krajiny. Acta ecol. natur. region., Praha 1970. — 18. PAULOV, J.: Entropia a priestorová štruktúra. Geogr. Čas., *27*, 1975, 1. — 19. ŠARAPOV, I. P.: Funkcii raspredelenija vysoty reľjefa. Zborník Reľjef zemli i matematika. Izd. Mysľ, Moskva 1967. — 20. NEEF, E.: Die theoretischen Grundlagen der Landschaftslehre. Gotha 1967.

21. CAROL, H., NEFF, E.: Zehn Grundsätze über Geographie und Landschaft. Pett. gogr. Mitt., *101*, 1957, 2. — 22. VÝSKOT, M., POLÁK, V.: Perspektívy pěstění lesů a modely. Lesnictví, *11*, 1972.

Jozef Krcho

EXPRESSION OF THE DEGREE OF SPATIAL DIFFERENTIATION OF LANDSCAPE AS SYSTEM S_{FG} AND SPATIAL DIFFERENTIATION OF RELIEF BY MEANS OF ENTROPY MEASURE

In the work we have dealt with the problem of quantitative expression of the degree of spatial differentiation of landscape and relief by means of measure entropy. The work links up with the results of works [11, 13]. The relief is an important differentiation factor in the differentiation of landscape. The relief as a whole in each of its arbitrarily chosen place can be characterized by means of a set of quantitative morphometric quantities.

To the effect of the work [13] they are in each arbitrary point P_n $(x, y, z,)$ where n = 1, 2, 3, ... the following quantities: z — altitude (above sea level), γ_N — angle of inclination (slope angle) of relief in the direction of declivity curves, A_N — orientation of relief towards the cardinal points (incorrectly called also as the exposition of relief), ω — normal curvature of relief K_r — horizontal curvature of relief, F — geometric forms of relief characterizing quantitatively the relief to the effect of the work [13] by means of four quadrants of phase space (O, ω, K_r) as follows:

I. Q. F_{XX} — convex-convex forms $(\omega > 0, K_r > 0)$
II. Q. F_{KX} — concave-convex forms $(\omega < 0, K_r > 0)$
III. Q. F_{KK} — concave-concave forms $(\omega < 0, K_r < 0)$
IV. Q. F_{XK} — convex-concave forms $(\omega > 0, K_r < 0)$

These forms are then quantitatively characterized more in detail by means of the size of variables ω, K_r.

These variables $z, \gamma_N, A_N, \omega, K_r, F_{XX}, F_{KX}, F_{KK}, F_{XK}$, are differentiated in space. The degree of this differentiation can be expressed by entropy measure. The relief as a whole influences the spatial differentiation of physical-geographical landscape through these mentioned variables.

From the standpoint of the transfer of information by means of the degree of entropy we can deduce also the closeness of linkages between individual elements of landscape as territorial system S_{FG}. The nearer is the measure of entropy of individual elements of landscape (i. e. the entropies mutually converge), the greater is the closenes of linkage among the elements of system S_{FG} (components of landscape), or the dependence is more intensive.

In the work we have analyzed the problems of expression of spatial differentiation of elements of relief by means entropy measure.

Translated by P. Miššeje

Йозеф Крхо

ИЗОБРАЖЕНИЕ МЕРЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ ЛАНДШАФТА КАК СИСТЕМЫ S_{FG} И ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИФФЕРЕНЦИАЦИИ РЕЛЬЕФА С ПОМОЩЬЮ МЕРЫ ЭНТРОПИИ

В работе разбирается проблема количественного изображения меры пространственной дифференциации ландшафта и рельефа с помощью меры энтропии. Работа исходит из результатов работ [11, 13]. Рельеф является важным дифференциальным фактором при дифференциации ландшафта. Рельеф как целое можно в каждом его избранном любом месте характеризовать с помощью множества количественных морфометрических величин (переменных). В смысле работы [13] в каждом любом пункте P_n (x, y, z) где $n = 1, 2, 3, \dots,$ дело идет о следующих величинах: z — высота над уровнем моря, γ_N — угол наклона рельефа в направлении линий падения, A_N — ориентация рельефа по отношению к сранам света (неправильно называемая также экспозицией рельефа), ω — нормальная кривизна рельефа, K_r — горизонтальная кривизна рельефа, F — геометрические формы рельефа характеризующие количественно рельеф в смысле работы [13] с помощью четырех квадрантов фазового пространства (O, ω, K_r) следующим образом:

I. Q . F_{XX} — выпукло-выпуклые формы $(\omega > O, K_r > O)$
II. Q . F_{KX} — вогнуто-выпуклые формы $(\omega < O, K_r > O)$
III. Q . F_{KK} — вогнуто-вогнутые формы $(\omega < O, K_r < O)$
IV. Q . F_{XK} — выпукло-вогнутые формы $(\omega > O, K_r < O)$.

Эти формы потом еще ближе количественно характеризованы с помощью размера величин ω, K_r.

Эти величины z, γ_N, A_N, ω, K_r, F_{XX}, F_{KX}, F_{KK}, F_{XK} являются в просторе дифференцированными. Меру этой дифференциации можно изобразить мерой энтропии. Рельеф как целое влияет на пространственную дифференциацию физико-географического ландшафта при помощи этих своих приведенных величин.

С точки зрения передачи информации можно с помощью меры энтропии заключать также о тесноте связей между отдельными элементами ландшафта как территориальной системы S_{FG}. Чем мера энтропии отдельных элементов ландшафта ближе (т. е. энтропии взаимно сходятся друг с другом) тем теснота связи между элементами системы S_{FG} (составными частями ландшафта) больше, или же зависимость является более интенсивной.

В работе разобрана проблематика изображения меры пространственной дифференциации элементов рельефа с помощью меры энтропии.

Перевод Ольга Габашова