

## Zelená a reverzná logistika ako nástroj zefektívnenia spaľovania odpadu v Slovenskej republike<sup>1</sup>

Ivan BREZINA\* – Andrej DUPAL\*\* – Juraj PEKÁR\*

### Green and Reverse Logistics as Streamlining Instrument of Waste Combustion in Slovak Republic

#### Abstract

*The paper presents a possible approach to the modelling of waste incinerators deployment in Slovakia within the purview of Green and Reverse logistics. Uneven distribution of certain waste incinerators types in the SR may lead to the efficiency reduction in waste collection and disposal. Building up the effective network of waste collection sites and waste incinerators depending on a type of waste and a number of separated components, this presumes to satisfy the requirements of acceptable availability. In this process, there can be as effective tools applied the location models, based on the theories and methods of Mathematical programming. In this paper is applied the group of location models so as to optimise the deployment of waste incinerators.*

**Keywords:** *Green Logistics, Reverse Logistics, optimisation, location models, mathematical programming, deployment of waste incinerators*

**JEL Classification:** C02, M11, O13, Q57

#### Úvod

Jednou z nových výziev súčasnosti, ktoré stoja pred celkovou environmentálnou stratégiou Slovenskej republiky, je pri stále sa zhoršujúcom životnom prostredí rozvoj zelenej, resp. reverznej logistiky, ktorá je svojou podstatou orientovaná

---

\* Ivan BREZINA – Juraj PEKÁR, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra operačného výskumu a ekonometrie, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava 5; e-mail: ivan.brezina@euba.sk; juraj.pekar@euba.sk

\*\* Andrej DUPAL, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta podnikového manažmentu, Katedra manažmentu výroby a logistiky, Dolnozemska cesta 1, 852 35 Bratislava 5; e-mail: andrej.dupal@euba.sk

<sup>1</sup> Príspevok bol spracovaný v rámci riešenia grantovej úlohy VEGA 1/0360/10 *Model rozmiestnenia recyklačných miest pre Slovenskú republiku*.

a zameraná tak, že tvorba a ochrana životného prostredia je jej integrovanou zložkou. Takto možno zohľadniť požiadavku, aby sa logistika stala prierezovou a komplexnou funkciou rozvoja podnikov, s nimi spojených regiónov (miest a obcí), ako aj samotného obyvateľstva.

V poslednom období sa v rámci logistiky zvýšená pozornosť venuje najmä logistike návratu, v rámci ktorej sa rozvíja zelená alebo environmentálna, prípadne ekologická logistika (*green logistics, ecological logistics*) a reverzná, spätná logistika (*reverse logistics, backward logistics*).

*Logistika návratu* predstavuje novodobý fenomén v ekonomickej praxi. Jej prvoradým cieľom je integrovať pôvodné funkcie logistiky s tvorbou a ochranou životného prostredia. Zrejme jej najvýstižnejšiu charakteristiku podávajú Rogers a Tibben-Lembke (1998, s. 101 – 102), ktorí ju chápu ako „... štúdium následkov na životné prostredie, s cieľom merať a minimalizovať ekologický vplyv logistických činností. Zelená logistika meria napríklad vplyv konkrétnych druhov dopravy na životné prostredie, má väzby na certifikáciu podľa súboru noriem rady ISO 14 000, snaží sa znížiť energetickú, ako aj materiálovú náročnosť logistických činností a podobne“. Zelená logistika je tou súčasťou reverznej logistiky, ktorou možno rozumieť predovšetkým analýzu účinkov logistických a výrobných činností na životné prostredie a ich riadenie tak, aby sa zabezpečila minimalizácia odpadov.

Vymedzenie *reverznej logistiky*, podobne ako v klasickej logistike, je determinované jej rozdelením na reverznú logistiku na makroekonomickej a mikroekonomickej úrovni a ich vzájomnou integráciou. Podstatou reverznej logistiky na makroekonomickej úrovni je celospoločenský pohľad na reverzné procesy, vytváranie legislatívneho rámca reverznej, resp. zelenej logistiky, kontrola jeho dodržiavania, vytváranie celospoločenských a národohospodárskych podmienok na ich uplatnenie a podobne. Na mikroekonomickej úrovni je podstatou reverznej logistiky organizácia a sledovanie konkrétnych logistických činností podniku spojených s návratom produktu, príp. viacerých kooperujúcich podnikov v rámci logistického reťazca. Cieľom príspevku je v intenciách zelenej a reverznej logistiky analyzovať a modelovať možnosti zefektívnenia spaľovania odpadu v SR. Navrhované prístupy sú podľa nášho názoru všeobecne aplikovateľné aj na širší okruh alokačných problémov.

## 1. Spaľovanie odpadu v Slovenskej republike

Jednou zo základných otázok ochrany životného prostredia je nakladanie s komunálnym odpadom, ktorý sa produkuje v čoraz väčšom množstve. Legislatívny rámec (Brezina a kol., 2009) pre túto problematiku tvorí v Slovenskej republike

zákon č. 223/2001 Z. z., ktorý reguluje nakladanie s odpadmi, ich zber a prepravu, zhodnocovanie a zneškodňovanie vrátane starostlivosti o miesto ich zneškodňovania.<sup>2</sup> Tento zákon definuje odpad (rôzne odpady, až po odpady z domácnosti...) ako huteľnú vec, ktorej sa jej držiteľ zbavuje, chce sa jej zbaviť, alebo je povinný sa jej zbaviť.

Pojmom *komunálny odpad* sa chápu odpady z domácností vznikajúce na území obce pri činnosti fyzických osôb, a odpady podobného charakteru vznikajúce pri činnosti právnických osôb, ako aj odpady vznikajúce pri činnosti obce (čistenie, údržba a pod.). Zákon definuje aj zneškodňovanie odpadov, čo predstavuje nakladanie s odpadom, ktoré nespôsobuje poškodzovanie životného prostredia, ani ohrozenie zdravia ľudí.

S problematikou komunálneho odpadu úzko súvisí *riadenie odpadového hospodárstva*, ktorého ťažiskové subsystemy predstavujú zhromažďovanie odpadov, manipuláciu s nimi, ich triedenie, výkup, úpravu a skladovanie. V tejto súvislosti sa v SR už od roku 1993 vypracúvajú Programy odpadového hospodárstva Slovenskej republiky (POH SR). Program vypracovaný na obdobie rokov 2006 – 2010 je už štvrtým takýmto programom.

Súčasný POH SR vychádza z citovaného zákona č. 223/2001 Z. z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov. Je to základný koncepčný dokument strategicky usmerňujúci odpadové hospodárstvo SR do roku 2010. Tento dokument determinuje základné princípy a hierarchiu odpadového hospodárstva; jeho záväzná časť sa rozčleňuje na jednotlivé prúdy odpadov v členení na komodity a kategórie odpadov. Ostatný POH SR na roky 2006 – 2010 obsahuje ciele a opatrenia, z ktorých vyplýva jeho základný cieľ: dosiahnuť v roku 2010 materiálové zhodnotenie 70 % odpadov z celkového množstva odpadov vzniknutých v SR a znížiť množstvo skládkovaného odpadu na 13 % z celkovo vzniknutého odpadu. Relevantné čiastkové ciele na materiálové zhodnotenie odpadov predstavuje pritom podpora separovaného zberu odpadov a uprednostňovanie likvidácie odpadov pred ich skládkovaním.

*Likvidácia odpadov* sa realizuje zvyčajne v tých prípadoch, keď už nie je možné odpad zhodnotiť iným spôsobom. Efektívna likvidácia sa musí realizovať len v zariadeniach, ktoré sú prevádzkované bez negatívneho vplyvu na zdravie obyvateľstva a kvalitu všetkých zložiek životného prostredia. Popri skládkovaní základnú metódu likvidácie odpadu predstavuje jeho spaľovanie. Pritom spaľovanie niektorých odpadových materiálov (napr. vybrané druhy chemického priemyslu,

---

<sup>2</sup> S týmto zákonom úzko súvisia zákon č. 529/2002 Z. z. o obaloch a o zmene a doplnení niektorých zákonov, a predovšetkým zákon č. 733/2004 Z. z., ktorým sa mení a dopĺňa zákon č. 223/2001 Z. z. o odpadoch a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov a o zmene a doplnení niektorých zákonov.

resp. odpady zo zdravotníckych zariadení a pod.) predstavuje v súčasnosti z technologického aspektu jediný spôsob ich likvidácie (v prípade nespáliteľných častí odpadu ich možno pôsobením vysokých teplôt aspoň sterilizovať, aby sa negovala ich hygienická škodlivosť).

Pozitívom spaľovania je predovšetkým hygienické odstraňovanie odpadov, redukcia pôvodného objemu odpadu o 70 – 90 %, redukcia hmotnosti odpadu, resp. využitie tepelnej energie uvoľnenej v procese spaľovania. Negatívom sú hlavne vysoké investičné a prevádzkové náklady, potenciálne riziko znečistenia ovzdušia a podobne. Na báze druhu a množstva zneškodňovaného odpadu možno spaľovne rozdeliť na:

- spaľovne komunálneho odpadu (SKO),
- spaľovne priemyselného odpadu (SPO),
- spaľovne odpadu zdravotnej starostlivosti (SZO),
- spaľovne určené na spoluspaľovanie odpadov (SZ).

V tabuľke 1 uvádzame celkový počet spaľovní v SR k 31. 12. 2005 (MŽP SR, 2006, s. 194), a to 40, v členení podľa druhov a umiestnenia (počet obyvateľov a rozloha k 31. 12. 2005 podľa ŠÚ SR):

T a b u ľ k a 1

**Celkový počet spaľovní v SR podľa druhov a ich umiestnenia v roku 2005**

Kraj	Počet obyv.	Rozloha v km <sup>2</sup>	SKO	SPO	SZO	SZ	Spolu
Banskobystrický	655 762	9 455		2	2		4
Bratislavský	603 699	2 052,6	1	4	1	1	7
Košický	773 086	6 752	1	1			2
Nitriansky	708 498	6 343,4		1	4		5
Prešovský	800 483	8 974		2	2	1	5
Trenčiansky	600 386	4 502		2	5	2	9
Trnavský	554 172	4 147			2		2
Žilinský	694 763	6 807		3	2	1	6
Spolu	5 390 849	49 033	2	15	18	5	40

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

Z tabuľky 1 je zrejmá nerovnomernosť rozloženia niektorých druhov spaľovní podľa druhov, ako aj podľa rozlohy a počtu obyvateľov jednotlivých krajov. Systém zberu a likvidácie odpadu môže byť pritom efektívny len vtedy, ak zberné miesta a spaľovne budú v prijateľnej dostupnosti pre občanov, obce a mestá, ktorí chcú a musia separovať a likvidovať odpad. Preto je nevyhnutné vybudovať efektívnu sieť zberných miest a spaľovní v závislosti od druhu odpadu a od počtu separovaných zložiek v mestách a obciach tak, aby túto podmienku spĺňala. Pri budovaní tejto siete možno ako efektívny nástroj využiť modely umiestnenia obslužných stredísk v sieti, založené na báze teórie a metód matematického programovania.

## 2. Modely rozmiestnenia siete spaľovní v Slovenskej republike

Modely umiestnenia obslužných stredísk v sieti svojou podstatou vychádzajú predovšetkým z koncepcie pokrytia obyvateľov obslužnými strediskami. Ďalej sa aplikuje skupina modelov pokrytia na optimalizáciu rozmiestnenia spaľovní odpadového materiálu. Pri riešení problémov tohto typu sa vo všeobecnosti možno stretnúť s dvomi základnými koncepciami: jedna je založená na pokrytí všetkých obyvateľov minimálnym počtom obslužných stredísk (*Location Set Covering Problem – LSCP*), druhá na maximalizácii pokrytia obyvateľov pri obmedzenom počte obslužných stredísk (*Maximal Covering Location Problem – MCLP*).

V literatúre sa pri riešení tejto problematiky možno stretnúť s rôznymi aplikáciami lokačných modelov, napríklad: Geoffrion a Graves (1974), Geoffrion, Graves a Lee (1982), Hanjoul a Peeters (1985), Gelders, Pintelon a Van Wasenhove (1987), Robinson, Gao a Muggenborg (1993), Geoffrion a Powers, (1995), Vasko a kol. (2003), Drezner a kol. (2004), Marin a kol. (2006), Chuang a Lin (2007), Vidović, Dimitrijević a Ratković (2008), na Slovensku napríklad v Janáček (2006; 2008), Jánošíková (2007; 2008; 2009), Brezina, Pekár a Čičková (2009), Brezina a kol. (2009).

V POH SR na roky 2006 – 2010 je ako jeden z hlavných cieľov formulovaná požiadavka vybudovať sieť zberu a likvidácie odpadu predovšetkým v mestách s vysokou koncentráciou obyvateľstva. Preto sme aj pri modelovaní siete spaľovní SR uvažovali len s ich umiestnením v 138 mestách SR so známym počtom obyvateľov (3 021 964). Prioritný bol pritom predpoklad, že nie je ekonomické umiestňovať spaľovne do každého mesta, ale treba určiť ekonomicky únosný počet spaľovní ( $p$ ) príslušného druhu pri minimálnej vzdialenosti pre zvoz odpadu od obyvateľov do spaľovní (pri známych minimálnych vzdialenostiach medzi mestami).

Pri riešení modelov boli formulované nasledujúce predpoklady:

- [1] z každého mesta sa vozi odpad len do jednej spaľovne;
- [2] v prípade, ak sa má realizovať prevoz odpadu do príslušnej ( $i$ -tej) spaľovne, treba ju v príslušnej lokalite zriadiť;
- [3] počet spaľovní je rovný hodnote  $p$ ;
- [4] treba zabezpečiť, aby premenná reprezentujúca maximálnu vzdialenosť všetkých spaľovní od všetkých miest (dodávateľov odpadu) nadobudla hodnotu maximálnej vzdialenosti pre používané prepravné trasy medzi spaľovňami a mestami v príslušnom riešení;
- [5] ak je daná maximálna prípustná vzdialenosť  $K$  mesta od spaľovne, treba ju rešpektovať.

Pri modelovaní sme riešili tri problémy s cieľom zabezpečiť dostupnosť príslušného druhu spaľovne pre väčšinu obyvateľov slovenských miest:

- problém minimalizácie maximálnej vzdialenosti mesta od spaľovne pri stanovenom počte spaľovní (úloha 1),
- problém minimalizácie váženého súčtu vzdialeností medzi mestami a spaľovňami pri stanovenom počte spaľovní (úloha 2),
- problém maximálneho pokrytia obyvateľov miest pri stanovenom počte spaľovní a maximálnej vzdialenosti (úloha 3).

Matematická formulácia modelu pre prvý problém (úloha 1) poskytuje možnosť nájdenia minimálnej vzdialenosti potrebnej na pokrytie všetkých lokalít pre príslušný druh spaľovne pri ich danom počte. Model vychádza z myšlienky minimálnej dostupnosti príslušného druhu spaľovne pre obyvateľov miest SR pri ich určenom počte; pri stanovení počtu spaľovní treba teda určiť ich minimálnu možnú vzdialenosť z jednotlivých slovenských miest.

Matematická formulácia modelu pre druhý problém (úloha 2) umožňuje určiť minimálnu celkovo prejdenú vzdialenosť všetkými dodávateľmi odpadu do spaľovní pri ich vopred danom počte. Základnou myšlienkou tohto modelu je nájdenie minimálnej celkovo prejdenej vzdialenosti dodávateľov odpadu pri určenom počte spaľovní, t. j. minimalizácia možnej celkovej prejdenej vzdialenosti.

Pre tretí problém (úloha 3) bol formulovaný matematický model, ktorý pri určenom počte spaľovní a maximálnej prípustnej vzdialenosti pre vzdialenosť mesta od spaľovne umožňuje určiť lokality na zriadenie spaľovne pri maximálnom pokrytí obyvateľov miest SR.

### 3. Metodologický aparát na riešenie úloh vytvorenia siete spaľovní v SR

Na riešenie uvedenej skupiny problémov sme formulovali tri základné úlohy matematického programovania, ktoré sme aplikovali na výber lokalít pre spaľovne v SR. V uvedených úlohách sme použili nasledovné parametre:

**Parametre:**

$n$  – počet miest (podľa ŠÚ SR  $n = 138$  s 3 021 964 obyvateľmi);

$\mathbf{D}$  ( $n \times n$ ) – matica minimálnych vzdialeností medzi mestami (prvky  $d_{ij}$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$  predstavujú najkratšiu vzdialenosť z mesta  $i$  do mesta  $j$ );

$p$  – určený počet spaľovní;

$b_j$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$  – počet obyvateľov  $j$ -tého mesta, v úlohe 2 a v úlohe 3 reprezentujú „váhy“ jednotlivých miest z hľadiska produkovaného odpadu;

$K$  – maximálna prípustná vzdialenosť mesta od najbližšej spaľovne;

$A$  ( $n \times n$ ) – prvky  $a_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, \dots, n$ ) nadobúdajú binárnu hodnotu, ktorá reprezentuje dostupnosť spaľovne od mesta – dodávateľa odpadu (hodnota koeficientu 1 –  $j$ -tá spaľovňa je dostupná od  $i$ -tého mesta do vzdialenosti  $K$ , hodnota koeficientu 0 – spaľovňa nie je dostupná do vzdialenosti  $K$ ).

**Premenné:**

$y_{ij}$  – binárna premenná reprezentuje použitie trasy z  $i$ -tého mesta do  $j$ -tej spaľovne (hodnota premennej 1 – obyvatelia  $i$ -tého mesta dodávajú odpad do  $j$ -tej spaľovne, hodnota premennej 0 – uvedená trasa sa nepoužíva) pre  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ,

$z$  – hodnota premennej reprezentuje maximálnu vzdialenosť všetkých spaľovní od všetkých miest – dodávateľov odpadu,

$x_i$  – binárna premenná reprezentujúca zriadenie spaľovne (hodnota 1), prípadne jej nezriadenie (hodnota 0) v  $i$ -tom meste pre  $i = 1, 2, \dots, n$ ,

$y_i$  – binárna premenná reprezentuje dostupnosť  $i$ -tého mesta z niektorej spaľovne na vzdialenosť  $K$  (hodnota premennej 1 – mesto je dostupné do vzdialenosti  $K$  od niektorej spaľovne, hodnota premennej 0 – mesto nie je dostupné) pre  $i = 1, 2, \dots, n$ .

**Úloha minimalizácie maximálnej vzdialenosti mesta od spaľovne pri stanovenom počte spaľovní**

Problém možno formulovať ako úlohu matematického programovania s premennými  $y_{ij} \in \{0, 1\}, x_i \in \{0, 1\}, i, j = 1, 2, \dots, n, z \geq 0$ , kde  $n$  predstavuje počet miest SR. Premenné  $y_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = 1, 2, \dots, n$  reprezentujú skutočnosť, že  $j$ -tý dodávateľ odpadu použije  $i$ -tú spaľovňu na jeho likvidáciu. Bivalentné premenné  $x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n$  nadobúdajú hodnotu 0, ak sa  $i$ -tá spaľovňa nezriadi, a hodnotu 1, ak sa  $i$ -tá spaľovňa zriadi. Premenná  $z$  reprezentuje hodnotu najväčšej vzdialenosti spaľovne od dodávateľov odpadu – miest SR. Z určeného cieľa – nájsť minimálnu vzdialenosť medzi spaľovňou a jednotlivými mestami – možno účelovú funkciu zapísať:

$$f(x, y, z) = z \rightarrow \min \quad (1)$$

Prvá skupina ohraničujúcich podmienok vychádza z predpokladu [1]:

$$\sum_{i=1}^n y_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

Druhá skupina ohraničujúcich podmienok rešpektuje predpoklad [2]:

$$y_{ij} - x_i \leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Predpoklad [3] je reprezentovaný ohraničujúcou podmienkou:

$$\sum_{i=1}^n x_i = p \quad (4)$$

Štvrtá skupina ohraničujúcich podmienok reprezentuje predpoklad [4]:

$$\sum_{i=1}^n d_{ij} y_{ij} - z \leq 0 \quad (5)$$

Formulácia úlohy (úloha 1):

$$\begin{aligned} f(x, y, z) &= z \rightarrow \min \\ \sum_{i=1}^n y_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ y_{ij} - x_i &\leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n x_i &= p \\ \sum_{i=1}^n d_{ij} y_{ij} - z &\leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, n \\ x_i, y_{ij} &\in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\ z &\geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

#### **Úloha minimalizácie váženého súčtu vzdialeností medzi mestami a spaľovňami pri stanovenom počte spaľovní**

Tento problém opäť možno formulovať ako úlohu bivalentného programovania s premennými  $y_{ij} \in \{0, 1\}, x_i \in \{0, 1\}, i, j = 1, 2, \dots, n$ , kde  $n$  je počet všetkých miest SR. Premenné  $y_{ij} \in \{0, 1\}, i, j = 1, 2, \dots, n$  reprezentujú skutočnosť, že  $j$ -tý dodávateľ odpadu (mesto) použije  $i$ -tú spaľovňu na jeho likvidáciu. V modeli opäť vystupujú bivalentné premenné  $x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n$ , ktoré nadobúdajú hodnotu 0, ak sa spaľovňa v  $i$ -tom meste nezriadi, a hodnotu 1 v prípade zriadenia spaľovne.

Pri konštrukcii účelovej funkcie sa použijú parametre  $d_{ij}, i, j = 1, 2, \dots, n$  minimálnych vzdialeností medzi mestami SR. Hodnoty parametrov  $b_j, j = 1, 2, \dots, n$  reprezentujú počet obyvateľov  $j$ -tého mesta, a teda „váhy“ jednotlivých miest z hľadiska produkovaného odpadu. Na základe cieľa úlohy možno účelovú funkciu zapísať:

$$f(x, y) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_j d_{ij} y_{ij} \rightarrow \min \quad (7)$$

V tomto modeli sú rešpektované predpoklady [1], [2] a [3] a úlohu možno formulovať v tvare (úloha 2):



$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_j d_{ij} y_{ij} \rightarrow \min \\
 \sum_{i=1}^n y_{ij} &= 1, \quad j = 1, 2, \dots, n \\
 y_{ij} - x_i &\leq 0, \quad i, j = 1, 2, \dots, n \\
 \sum_{i=1}^n x_i &= p \\
 x_i, y_{ij} &\in \{0, 1\}, \quad i, j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned} \tag{8}$$

**Úloha maximálneho pokrytia pri stanovenom počte spaľovní a maximálnej vzdialenosti**

Aj tento problém sme riešili ako úlohu bivalentného programovania s premennými  $x_j \in \{0, 1\}, j = 1, 2, \dots, n$  a  $y_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n$ . Bivalentné premenné  $x_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n$  nadobúdajú hodnotu 0, ak sa  $i$ -tá spaľovňa nezriadi, a hodnotu 1, ak sa  $i$ -tá spaľovňa zriadi. Premenné  $y_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n$  nadobúdajú hodnotu 0, ak v okolí mesta  $i$  nie je dostupná spaľovňa do vzdialenosti  $K$ , resp. hodnotu 1, ak v okolí mesta  $i$  je dostupná spaľovňa do vzdialenosti  $K$ . Koefficienty účelovej funkcie sú reprezentované počtom obyvateľov v príslušnom  $i$ -tom meste  $b_i, i = 1, 2, \dots, n$ , potom je cieľ maximalizovať pokrytie obyvateľstva spaľovňami vyjadrený:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n b_i y_i \rightarrow \max \tag{9}$$

Prvá skupina ohraničení úlohy reprezentuje predpoklad [5] a zabezpečuje pre premennú  $y_i \in \{0, 1\}, i = 1, 2, \dots, n$  hodnotu 1 v prípade, ak vzdialenosť od najbližšej spaľovne je maximálne  $K$  a hodnotu 0, ak v okolí spaľovňa nie je. Pretože parametre  $d_{ij}$  predstavujú hodnoty vzdialeností medzi mestami  $i$  a  $j$  (matica  $\mathbf{D}$  je matica minimálnych vzdialeností medzi všetkými mestami), možno na jej základe skonštruovať maticu  $\mathbf{A}$  (tiež rozmeru  $n \times n$ ), ktorej prvky  $a_{ij}$  nadobúdajú hodnotu 0, ak vzdialenosť medzi  $i$ -tým a  $j$ -tým mestom je väčšia ako  $K$ , alebo hodnotu 1, ak je vzdialenosť menšia alebo sa rovná  $K$ :

$$a_{ij} = \begin{cases} 0, & d_{ij} > K \\ 1, & d_{ij} \leq K \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, n \tag{10}$$

Na základe toho možno uvedenú skupinu ohraničení zapísať:

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - y_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \tag{11}$$

Pretože v modeli sme rešpektovali aj predpoklad [3], formulácia problému je nasledujúca (úloha 3):

$$\begin{aligned}
 f(x, y) &= \sum_{i=1}^n b_i y_i \rightarrow \max \\
 \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - y_i &\geq 0, i = 1, 2, \dots, n \\
 \sum_{j=1}^n x_j &= p \\
 x_j, y_i &\in \{0, 1\} \\
 a_{ij} &= \begin{cases} 0, & d_{ij} > K \\ 1, & d_{ij} \leq K \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, n
 \end{aligned}
 \tag{12}$$

#### 4. Analýza a závery riešenia úloh rozmiestnenia siete spaľovní v SR

Formulované úlohy rozmiestnenia siete spaľovní v Slovenskej republike sme riešili prostredníctvom programového produktu GAMS. Ako stanovený počet spaľovní sme postupne uvažovali hodnoty  $p$  pre 10, 20, 30, 40 a 50.

Výsledky riešenia úlohy minimalizácie maximálnej vzdialenosti mesta od spaľovne pri stanovenom počte spaľovní (úloha 1) sú uvedené v tabuľke 2. Pre jednotlivé hodnoty  $p$  sme vypočítali maximálne vzdialenosti, ktoré by museli obyvatelia slovenských miest absolvovať pri odvoze odpadu. Okrem týchto vzdialeností sú v poslednom riadku uvedené spaľovne (napr. Dolný Kubín) a mestá (napr. Čadca), z ktorých bude musieť odpad vyprodukovaný obyvateľmi miest absolvovať najväčšiu vzdialenosť.

Tabuľka 2

**Výsledky riešenia úlohy minimalizácie maximálnej vzdialenosti mesta od spaľovne pri stanovenom počte spaľovní**

Počet spaľovní	$p = 10$	$p = 20$	$p = 30$	$p = 40$	$P = 50$
Maximálna vzdialenosť	65,5 km	41,9 km	35 km	29 km	24,4 km
Spaľovňa – Dodávateľ odpadu	Dolný Kubín – Čadca	Brezno – Liptovský Hrádok	Zvolen – Hriňová	Tornaľa – Rimavská Sobota	Turčianske Teplice – Martin

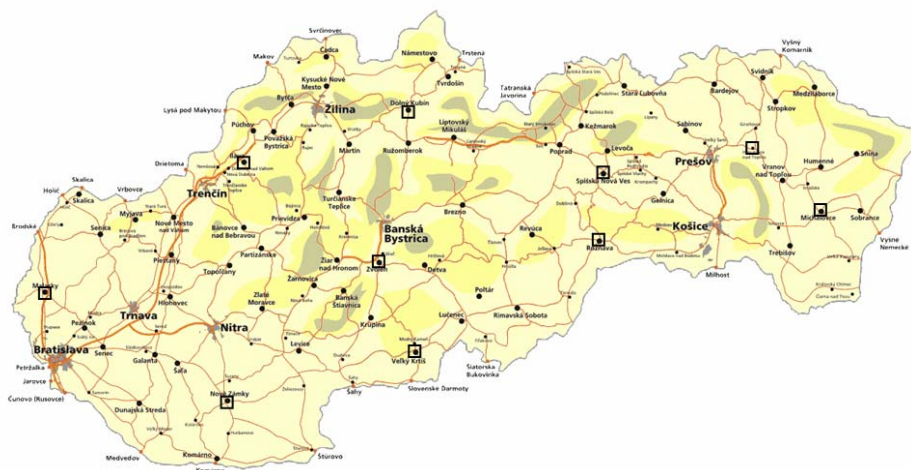
Prameň: Vlastné výpočty.

Z prezentovaných výsledkov je zrejmé, že voľba počtu spaľovní  $p$  je dôležitá z pohľadu maximálnej vzdialenosti, ktorú musí absolvovať odpad vyprodukovaný obyvateľmi miest, a treba pri nej zvoliť vhodnú efektívnu stratégiu, aby nedošlo k situácii, keď sa dovoz odpadu do spaľovne nebude realizovať z dôvodu príliš veľkej vzdialenosti.

Pri určenom počte príslušného druhu spaľovní pre parameter  $p = 10$  boli ako lokality pre spaľovne vypočítané pri maximálnej vzdialenosti 65,5 km tieto mestá: Dolný Kubín, Hanušovce nad Topľou, Ilava, Malacky, Michalovce, Nové Zámky, Rožňava, Spišská Nová Ves, Veľký Krtíš, Zvolen (obr. 1).

Obrázok 1

### Rozmiestnenie spaľovní z úlohy 1 pre $p = 10$



Prameň: Vlastné spracovanie.

Pre problém minimalizácie váženého súčtu vzdialeností medzi mestami a spaľovňami pri určenom počte príslušného druhu spaľovní (úloha 2) sme postupne uvažovali hodnoty  $p$  rovné 10, 20, 30, 40 a 50 (počet spaľovní). Výsledky pre jednotlivé úlohy sú uvedené v tabuľke 3.

Tabuľka 3

### Výsledky riešenia úloh minimalizácie váženého súčtu vzdialeností medzi mestami a spaľovňami pri stanovenom počte spaľovní

Počet spaľovní	$p = 10$	$p = 20$	$p = 30$	$p = 40$	$p = 50$
Minimálne prejdené celkové vzdialenosti	71 899 602.8	39 744 622.9	26 148 060.3	18 049 003.8	12 351 664.3

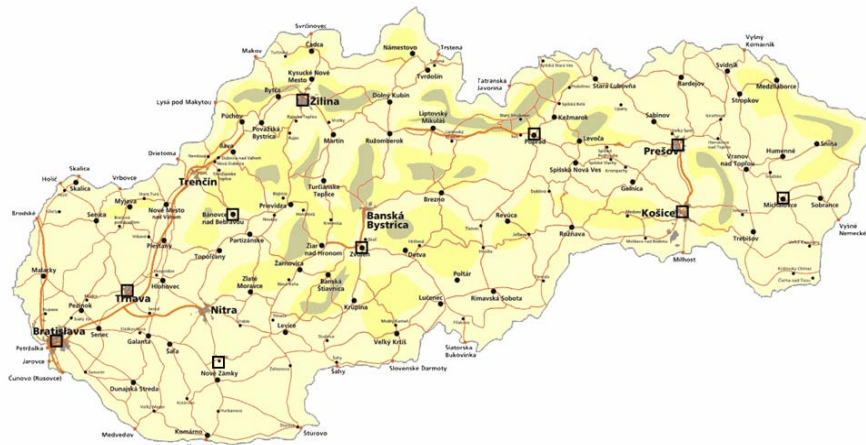
Prameň: Vlastné výpočty.

Aj v tomto prípade je z vypočítaných výsledkov je zrejmé, že voľba počtu spaľovní  $p$  je opäť dôležitá z pohľadu minimálnej celkovo prejdenej vzdialenosti, ktorá musí byť absolvovaná z jednotlivých miest a treba pri nej zvoliť efektívnu stratégiu. Pri analýze vypočítaných výsledkov uvedeného modelu sa ako hlavný problém javí nerovnomerné priestorové rozdelenie spaľovní, čo vyplýva z cieľa modelu minimalizovať celkovo prejdenú vzdialenosť, t. j. výsledné umiestnenie závisí od hustoty zaťaženia daného regiónu.

Riešením uvedeného problému pre parameter  $p = 10$  sme ako lokality pre spaľovne určili pri celkom prejdenej vzdialenosti 71 899 602,8 km (obr. 2) tieto mestá: Bánovce nad Bebravou (Stará Turá, 56 km), Bratislava (Dunajská Streda, 48,5 km), Košice (Tornaľa, 98,5 km), Michalovce (Medzilaborce, 70 km), Poprad (Hnúšťa, 72,5 km), Prešov (Svidník, 57,5 km), Šurany (Štúrovo, 61,5), Trnava (Gbely, 68,5 km), Zvolen (Rimavská Sobota, 87 km), Žilina (Trstená, 99,2 km). V zátvorkách za každou lokalitou pre spaľovňu je uvedené najvzdialenejšie mesto s jeho vzdialenosťou v km.

Obrázok 2

### Rozmiestnenie spaľovní z úlohy 2 pre $p = 10$



Prameň: Vlastné spracovanie.

Aj pri riešení úlohy 3 (problému maximálneho pokrytia obyvateľov miest pri určenom počte príslušného druhu spaľovní a stanovenej maximálnej vzdialenosti) sme postupne uvažovali hodnoty  $p$  rovné 10, 20, 30, 40 a 50 a  $K$  rovné 10, 20, 30, 40, 50 km. Počet obyvateľov, pre ktorých je dostupná spaľovňa na  $K$  km, je uvedený v tabuľke 4.

Tabuľka 4

### Výsledky riešenia úloh maximálneho pokrytia obyvateľov miest pri určenom počte spaľovní a stanovenej maximálnej vzdialenosti

Pokrytie obyvateľstva	$p = 10$	$p = 20$	$p = 30$	$p = 40$	$p = 50$
$K = 10$ km	1 347 379	1 795 140	2 094 062	2 325 437	2 515 780
$K = 20$ km	1 656 127	2 299 545	2 621 152	2 840 087	2 963 013
$K = 30$ km	2 103 815	2 736 724	2 951 495	3 021 964	3 021 964
$K = 40$ km	2 536 317	3 009 201	3 021 964	3 021 964	3 021 964
$K = 50$ km	2 844 737	3 021 964	3 021 964	3 021 964	3 021 964

Prameň: Vlastné výpočty.

Pre tie isté uvažované hodnoty je percentuálne pokrytie obyvateľov pre rôzny počet spaľovní a maximálnu vzdialenosť uvedené v tabuľke 5.

Tabuľka 5

**Percentuálne pokrytie obyvateľov pre rôzny počet spaľovní a maximálnu vzdialenosť  $K$  km**

Pokrytie obyvateľstva v %	$p = 10$	$p = 20$	$p = 30$	$p = 40$	$p = 50$
$K = 10$ km	45	59	69	77	83
$K = 20$ km	55	76	87	94	98
$K = 30$ km	70	91	98	100	100
$K = 40$ km	84	99	100	100	100
$K = 50$ km	94	100	100	100	100

Prameň: Vlastné výpočty.

Na základe vypočítaných výsledkov možno konštatovať, že voľba počtu spaľovní  $p$  je pri určenej maximálnej dostupnosti  $K$  km dôležitá z pohľadu percentuálneho pokrytia všetkých obyvateľov miest. Pri požadovanej dostupnosti s nízkymi hodnotami  $K$  a pri nízkych hodnotách  $p$  je pokrytie obyvateľstva relatívne nízke (napr. pri  $K = 10$  km a  $p = 20$  je pokrytie len 59 %, teda 1 795 140 obyvateľov; spaľovne: Banská Bystrica, Bojnice, Bratislava, Humenné, Komárno, Košice, Levica, Michalovce, Nitra, Nová Dubnica, Pezinok, Považská Bystrica, Spišská Nová Ves, Svit, Šurany, Trnava, Veľký Šariš, Vrútky, Zvolen, Žilina).

Obrázok 3

**Rozmiestnenie spaľovní z úlohy 3 pre  $p = 20$  a  $K = 50$  km**



Prameň: Vlastné spracovanie.

Vysoké hodnoty  $K$  umožňujú rozmiestniť menší počet spaľovní, napríklad vyše 90 % obyvateľstva je pri hodnote  $K = 50$  km pokrytých už pri 10 spaľovniach (pokrytie 2 844 737 obyvateľov; spaľovne: Bytča, Hnúšťa, Hurbanovo,

Krupina, Partizánske, Ružomberok, Senec, Senica, Spišská Nová Ves, Vranov nad Topľou), pre hodnotu  $K = 10$  km nemožno pokrytie 90 % vôbec dosiahnuť pre hodnoty  $p$  menšie alebo rovné 50. Príklad maximálneho pokrytia pri stanovenom počte spaľovní a maximálnej vzdialenosti pre  $p = 20$  a  $K = 30$  km je znázornený na obrázku 3.

Spaľovne sú umiestnené v týchto mestách: Čadca, Dubnica nad Váhom, Galanta, Giraltovice, Humenné, Kolárovo, Košice, Michalovce, Nováky, Piešťany, Rimavská Sobota, Ružomberok, Senec, Senica, Spišská Belá, Spišské Vlasy, Tisovec, Zlaté Moravce, Zvolen, Žilina (pokrytých je 91 % obyvateľov, t. j. 2 736 724).

## Záver

Ekologické riešenie a modelovanie v kontexte zelenej a reverznej logistiky sú nielen v súčasnosti, ale i v blízkej budúcnosti tým významným nástrojom, ktorý aj v oblasti spaľovania odpadov na Slovensku podstatným spôsobom prispeje k zefektívneniu a naplneniu cieľov environmentálne orientovanej logistiky v spoločenskej a hospodárskej praxi. V týchto intenciách je potrebné analyzovať a modelovať aj možnosti zefektívnenia rozmiestňovania spaľovní odpadu v SR.

Z riešení prezentovaných úloh je zrejmé, že ich prieniky sú minimálne, čo je spôsobené stanoveným cieľom jednotlivých modelov. Jednotlivé typy úloh možno aplikovať v rôznych podmienkach, ktoré sú determinované požiadavkami zadávateľa.

Z analýzy riešenia úlohy 2 možno pozorovať výrazný vplyv počtu obyvateľov jednotlivých miest na umiestnenie spaľovní, preferuje teda umiestnenie spaľovní vo veľkých mestách. Cieľ uvedeného modelu spôsobuje problém v dostupnosti spaľovne pre určitú skupinu obyvateľov, pretože v ňom nie je zahrnutá požiadavka minimálnej dostupnosti spaľovne každému obyvateľovi ako v úlohe 1. Taktiež formulácia úlohy 3 môže spôsobiť, že pre určité mestá nie je, na rozdiel od úlohy 1, splnená podmienka minimálnej dostupnosti. Z toho vyplýva, že úlohu 1 je vhodné použiť pri celi najrovnomernejšieho pokrytia miest spaľovňami (pozri aj Jánošíková, 2007). V prípade úlohy 3 je výhodou zlepšenie pokrytia väčšiny miest, pričom niektoré mestá nie sú pri určenej hodnote  $K$  zahrnuté do pôsobnosti spaľovní, a preto neovplyvňujú ich umiestnenie. Pre tieto mestá treba obsluhu zabezpečiť osobitne. Finančné úspory z takéhoto riešenia môžu byť potom vyššie aj pri zohľadnení osobitných nákladov z obsluhy nepokrytých miest. Týmto spôsobom možno zabezpečiť efektívnosť umiestnenia jednotlivých spaľovní, ktoré sa nebudú zriaďovať v oblasti s riedkym zaľudnením.

Vo všeobecnosti sú tieto modely použiteľné pre akúkoľvek množinu miest, líšiť sa môžu len rozmermi riešenej úlohy. Počet premenných je pri  $n$  mestách

v úlohe 1 rovný  $n^2 + n + 1$  s počtom ohraničení  $n^2 + n + 2$ ; v úlohe 2 je počet premenných  $n^2 + n$  a počet ohraničení  $n^2 + n + 1$ ; v úlohe 3 vystupuje  $2n$  premenných a  $n + 1$  ohraničení. Pritom pre úlohy 1 a 2 sa môžu vyskytnúť problémy s riešiteľnosťou problému pre vyššiu hodnotu  $n$ .

Uvedený postup modelovania rozmiestnenia spaľovní v SR môže slúžiť ako podklad pri rozhodovaní o umiestnení spaľovní v akýchkoľvek lokalitách, v ktorých by mali byť spaľovne (ale aj zberné miesta, triediace centrá a pod.) zriadené pri splnení požadovaných parametrov dostupnosti.

## Literatúra

- BREZINA, I. – ČIČKOVÁ, Z. – GEŽÍK, P. – PEKÁR, J. (2009): Modelovanie reverznej logistiky – optimalizácia procesov recyklácie a likvidácie odpadu. Bratislava: Vydavateľstvo Ekonóm. ISBN 978-80-225-2825-2.
- BREZINA, I. – PEKÁR, J. – ČIČKOVÁ, Z. (2009): Modelling of the Collection Centers in Slovak Republic. Strategic Management: International Journal of Strategic Management and Decision Support Systems in Strategic Management. (Subotica: University of Novi Sad, Faculty of Economics Subotica), 14, č. 3, s. 31 – 36.
- CHUANG, C. – LIN, R. (2007): A Maximum Expected Covering Model for an Ambulance Location Problem. Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers, 24, č. 6, s. 468 – 474.
- DREZNER, Z. et al. (2004): Facility Location. Applications and Theory. Berlin: Springer-Verlag. ISBN 3-540-21345-7.
- DUPAL, A. – BREZINA, I. (2006): Logistika v manažmente podniku. Bratislava: Sprint. ISBN 80-89085-38-5.
- FIALA, P. (2005): Modelování dodavatelských řetězců. Praha: Professional Publishing. ISBN 80-86419-62-2.
- GELDERS, L. F. – PINTELON, L. M. – VAN WASSENHOF, L. N. (1987): A Location-allocation Problem in a Large Belgian Brewery. European Journal of Operational Research, 28, č. 2, s. 196 – 206.
- GEOFFRION, A. M. – GRAVES, G. W. (1974): Multicommodity Distribution System Design by Benders Decomposition. Management Science, 20, č. 5, s. 822 – 844.
- GEOFFRION, A. M. – POWERS, R. F. (1995): Twenty Years of Strategic Distribution System Design: An Evolutionary Perspective. Interfaces, 25, č. 5, s. 105 – 127.
- GEOFFRION, A. M. – GRAVES, G. W. – LEE, S. J. (1982): A Management Support System for Distribution Planning. INFOR, 20, č. 4, s. 287 – 314.
- HANJOU, P. – PEETERS, D. (1985): A Comparison of Two Dual-based Procedures for Solving the p-median Problem. European Journal of Operational Research, 20, č. 3, s. 387 – 396.
- JANÁČEK, J. (2006): Safety on Roads from View of Emergency System Design. Journal of Information, Control and Management Systems, 4, č. 2/1, s. 91 – 101.
- JANÁČEK, J. (2008): Approximate Covering Models of Location Problems. In: Lecture Notes in Management Science. [Proceedings of the 1st International Conference on Applied Operational Research-ICAOR '08, Vol. 1.] Yerevan, Armenia september 2008, s. 53 – 61.
- JÁNOŠÍKOVÁ, L. (2007): Emergency Medical Service Planning. Communications: Scientific Letters of the University of Žilina, 9, č. 2, s. 64 – 68.
- JÁNOŠÍKOVÁ, L. (2008): Viackriteriálne lokačné úlohy v zdravotníctve. [Sborník príspevků ze semináře Úlohy diskretní optimalizace v dopravní praxi.] Pardubice: Univerzita Pardubice, s. 26 – 38. ISBN 978-80-7395-076-7.

- 
- JÁNOŠÍKOVÁ, E. (2009): Reduction of a Hospital Network as a Multiple Criteria Optimization Problem. *Ekonomie a management*, 12, č. 3, s. 50 – 57.
- MARIN, A. – NICKEL, S. – PUERTO, J. – VELTEN, S. (2006): A Flexible Model and Efficient Solution Strategies for Discrete Location Problems. In: HAASIS, H.-D. et al. (eds): *Operations Research Proceedings 2005*. Berlin – Heidelberg: Springer Verlag, s. 349 – 354.
- MŽP SR (2006): *Správa o stave ŽP v SR v roku 2005*. Dostupné na: <[http://enviroportal.sk/pdf/spravy\\_zp/05/svk05.pdf](http://enviroportal.sk/pdf/spravy_zp/05/svk05.pdf)>.
- PEKÁR, J. – BREZINA, I. – ČIČKOVÁ, Z. (2010): Model Support for Construction of Regional Models. In: *Regional Disparities in Central and Eastern Europe: Theoretical Models and Empirical Analyses*. [Zborník z konferencie v Smoleniciach 17. –19. novembra 2010.] Bratislava: Ekonomický ústav SAV – Vydavateľstvo Ekonóm, s. 11 – 195. ISBN 978-80-7144-180-9.
- ROBINSON, E. P. Jr. – GAO, L. L. – MUGGENBORG, S. D. (1993): Designing an Integrated Distribution System at DowBrands, Inc. *Interfaces*, 23, č. 3, s. 107 – 117.
- ROGERS, D. S. – TIBBEN-LEMBKE, R. S. 1998. Going Backwards: Reverse Logistics Trends and Practices. Reverse Logistics Executive Council. [International Transportation and Logistics Exhibition & Conference.] Nevada: Reno Center for Logistics Management, s. 101 – 102.
- VASKO, F. J. – NEWHART, D. D. – STOTT, K. L. – WOLF, F. E. (2003): A Large-scale Application of the Partial Coverage Uncapacitated Facility Location Problem. *Journal of the Operational Research Society*, 54, s. 11 – 20.
- VIDOVIĆ, M. – DIMITRIJEVIĆ, B. – RATKOVIĆ, B. (2008): Locating Collection Centers for ELV. In: XXXV Simpozijum o operacionim istraživanjima. [Zbornik radova.] Soko Banja: University of Beograd. ISBN 978-86-7395-248-2.