

## Rozdelenie a faktory najvyšších miezd zamestnancov v Slovenskej republike

Viera PACÁKOVÁ – Bohdan LINDA\* – Ľubica SIPKOVÁ\*\*

---

### Distribution and Factors of the Highest Wages in the Slovak Republic

#### Abstract

*This article contains the results of analysis of the highest wages of the employees in the Slovak Republic in 2010 using the methods of statistical inference. The information from the sample of the employees with wage higher than the 99<sup>th</sup> percentile of sampling data is generalized to the population using the Pareto distribution of wages. There are also identified the factors that have a significant impact on the frequency and on the level of extreme wages. These factors are gender, classification of occupations, industry, region of residence and age interval. The analysis has not confirmed a significant effect of the factor level of education on the amount of gross monthly salary of the employees in Slovakia with wage exceeds the upper percentile. According to these factors the paper identified groups of employees with the highest proportion or with the highest level of gross monthly salaries higher than 99<sup>th</sup> percentile in Slovakia in 2010.*

**Keywords:** gross wage, Pareto distribution, goodness-of-fit tests, quantiles, analysis of variance, histogram, box-plot

**JEL Classification:** C46, C83, D14, D31, D33

---

#### Úvod

Spoľahlivé informácie o príjmoch obyvateľstva a domácností patria v každom štáte medzi tie najdôležitejšie z viacerých ekonomických a politických dôvodov. Údaje o príjmoch sa zisťujú viacerými výberovými zisťovaniami a zistené údaje sa analyzujú rôznymi metódami. Analýza často končí na úrovni

---

\* Viera PACÁKOVÁ – Bohdan LINDA, Univerzita Pardubice, Fakulta ekonomicko-správni, Ústav matematiky a kvantitatívnych metod, Studentská 84, 532 10 Pardubice, Česká republika; e-mail: viera.pacakova@upce.cz, bohdan.linda@upce.cz

\*\* Ľubica SIPKOVÁ, Ekonomická univerzita v Bratislave, Fakulta hospodárskej informatiky, Katedra štatistiky, Dolnozemska cesta 1/b, 852 35 Bratislava 5; e-mail: lubica.sipkova@euba.sk

výberových údajov, bez zovšeobecnenia zistených skutočností na celý základný súbor. Keďže výberové zisťovanie je vždy ovplyvnené náhodnosťou, výsledky takýchto analýz musíme brať so značnou rezervou. Metódy štatistickej indukcie pri využití kvalitných štatistických programových balíkov poskytujú účinný nástroj na zovšeobecnenie informácií z výberového súboru na súbor základný. Ak je predmetom analýzy jedna náhodná premenná, najkvalitnejším a najkomplexnejším zovšeobecnením informácií z výberových údajov je zákon rozdelenia pravdepodobnosti sledovanej premennej v základnom súbore. Jeho znalosť umožní výpočet všetkých dôležitých charakteristík základného súboru, kvantilov, pravdepodobností ľubovoľných intervalov hodnôt a pod.

Článok poskytuje výsledky takéhoto zovšeobecnenia pri analýze najvyšších miezd zamestnancov v Slovenskej republike v roku 2010 na základe výberového zisťovania Informačný systém o cene práce,<sup>1</sup> ktoré od roku 1992 v SR realizuje spoločnosť TREXIMA. Sledovanou náhodnou premennou je priemerná hrubá mesačná mzda v eurách (*hmes\_mzda*)<sup>2</sup> zamestnancov v SR v roku 2010. Východiskom analýzy je 9 900 hodnôt tejto náhodnej premennej (resp. 1 % výberového súboru), ktoré presiahli 99. percentil, rovný 3 434,86 eur.

Analýza sa venuje aj posúdeniu vplyvu piatich faktorov, o ktorých predpokladáme, že významne ovplyvňujú výšku najvyšších miezd v SR. Týmito faktormi sú: *pohlavie, dosiahnuté vzdelanie, kraj bydliska zamestnanca, klasifikácia zamestnania a vek zamestnanca*.

Vo vedeckých časopisoch slovenskí a českí autori v posledných rokoch publikovali viacero zaujímavých článkov, zameraných na analýzu príjmov domácností na základe údajov z mikrocenzov, mikroúdajov EU SILC, prípadne databáz Eurostatu. Modelovaniu príjmov domácností sa venovali Pacáková, Sipková a Sodomová (2005), v Českej republike Bartošová (2007); faktormi vplývajúcimi na príjmy domácností Šoltés a Labudová (2008); regionálnymi rozdielmi Vojtková a Labudová (2010), ako aj Petr, Křupka a Provazníková (2010). Viacerí autori skúmali najnižšie príjmy domácností v rámci analýzy chudoby, resp. sociálnej inklúzie, napríklad Želinský (2010) aj Želinský a Hudec (2008). Regionálnou príjmovou stratifikáciou populácie Slovenska na základe individuálnych údajov Sociálnej poisťovne SR v období 2005 – 2007 sa zaoberá Pauhofová (2010). O úrovni miezd zamestnancov a ich disparitách na základe údajov EU SILC pojednáva článok autorov Sipková a Sipko (2010).

Predložený článok sa na rozdiel od uvedených prístupov venuje podrobnejšej analýze najvyšších príjmov zamestnancov v SR v roku 2010 metódami štatistickej indukcie na základe údajov z výberového zisťovania ISCP.

<sup>1</sup> *Informačný systém o cene práce* je vedený ako zisťovanie pod značkou ISCP (MPSVR SR) 1-04 <<https://www.trexima.sk/iscp>>.

<sup>2</sup> *hmes\_mzda* je podiel zúčtovanej mzdy zamestnanca a počtu skutočne odpracovaných mesiacov.

## 1. Výsledky analýzy výberového súboru

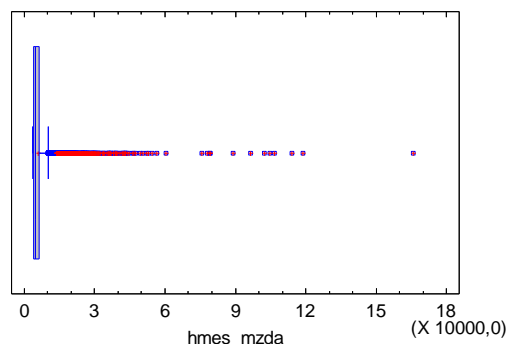
Výberový súbor tvorilo 9 900 zamestnancov SR s hrubou mesačnou mzdou nad 3 434,86 eur v roku 2010 (ďalej len výberový súbor). Vo výberovom súbore bola priemerná hrubá mesačná mzda 6 109,57 eur, polovica zamestnancov mala mzdu nižšiu a polovica vyššiu ako medián rovný 4 662,1 eur. Polovica miezd medzi dolným kvartilom (3 915,86 eur) a horným kvartilom (6 387,11 eur) sa líšila maximálne o 2 471,25 eur. Hrubá mesačná mzda štvrtiny zamestnancov vo výberovom súbore presiahla 6 387,11 eur, pričom maximálna mzda bola 165 970 eur. Existenciu extrémnych hodnôt v súbore najvyšších miezd potvrdzuje aj vysoká hodnota variačného koeficientu 88,65 %.

V článku budeme pre zvýšenie názornosti výsledkov často využívať krabicové grafy, ktoré napriek svojej jednoduchosti poskytujú široké spektrum informácií o úrovni zistených hodnôt, ich variabilite a tvare rozdelenia. Ich základom je obdĺžnik, resp. „krabica“, alebo aj v slovenčine zaužívaný „box“, ktorého ľavá strana zobrazuje dolný kvartil, pravá horný kvartil a zvislá úsečka vnútri obdĺžnika medián. Vodorovné strany obdĺžnika sú potom grafickým znázornením kvartilového rozpätia a charakterizujú variabilitu zistených hodnôt. Krížik vnútri obdĺžnika predstavuje aritmetický priemer, ktorého posuv voči mediánu charakterizuje asymetriu rozdelenia zistených hodnôt. Úsečka, ktorá vychádza z ľavej strany obdĺžnika, sa začína v minimálnej zistenej hodnote a tá, ktorá vychádza z pravej strany, sa končí v maximálnej. Ak sa v súbore vyskytujú odľahlé pozorovania, teda také, ktoré sú o viac ako 1,5-násobok kvartilového rozpätia nižšie ako dolný kvartil, resp. vyššie ako horný kvartil, sú znázornené samostatnými bodmi.

Názorný obraz o rozložení hodnôt hrubých mesačných miezd nad 99. percentilom vo výberovom súbore poskytuje krabicový graf na obrázku 1. V detailnejšom rozlíšení je tento graf znázornený na obrázku 1a.

O b r á z o k 1

### Krubicový graf hrubých mesačných miezd vyšších ako 99. percentil



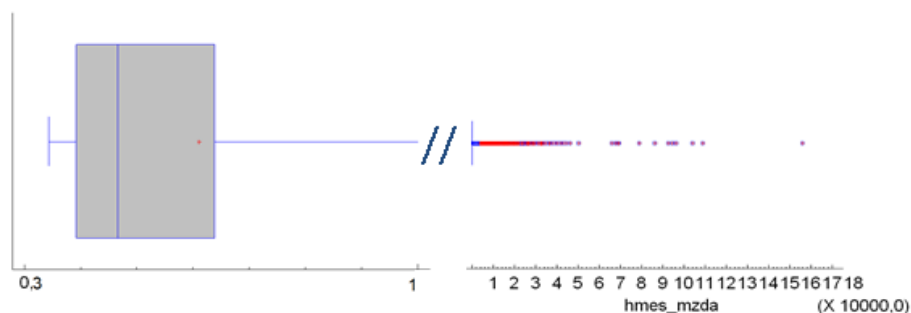
*Prameň:* Vlastná analýza v systéme Statgraphics Centurion XV.

Z krabicového grafu (obr. 1) sú zrejmé viaceré dôležité informácie o rozdelení najvyšších miezd zamestnancov v SR v roku 2010: kvartilové rozpätie je veľmi malé v porovnaní s variačným rozpätím, nie sú príliš veľké rozdiely v hodnotách 3/4 miezd vo výberovom súbore, ale existuje veľký počet miezd, presahujúcich nielen 1,5-násobok, ale niekoľkonásobok kvartilového rozpätia. Existencia extrémne vysokých miezd a značný posuv aritmetického priemeru k hornému kvartilu na obrázku 1a signalizujú pravostranné zošikmenie výšky hrubých mesačných miezd, presahujúcich 99. percentil.

Dolná polovica miezd sa líši maximálne o 1 227,24 eur, dolné 3/4 miezd maximálne o 2 952,25 eur. Značná variabilita je v mzdách, ktoré prevyšujú horný kvartil výberového súboru, rovný 6 387,11 eur, čo je evidentné aj z krabicových grafov (obr. 1 a 1a). Súčet týchto miezd, ktorý je 27 639 390,57 eur, tvorí až 45,7 % súčtu všetkých hrubých mesačných miezd analyzovaného výberového súboru.

Obrázok 1a

**Krubicový graf hrubých mesačných miezd vyšších ako 99. percentil v detailnejšom rozlíšení od 1 000 eur do 10 000 eur**



Prameň: Vlastná analýza v systéme Statgraphics Centurion XV.

## 2. Paretovo rozdelenie najvyšších hrubých mesačných miezd

Toto rozdelenie je pomenované po ekonómovi W. Paretovi (1848 – 1923), ktorý ho použil pri pravdepodobnostnom modelovaní príjmových premenných v ekonomii blahobytu. My ho využijeme ako pravdepodobnostný model výšky hrubých mesačných miezd, vyšších ako 3 434,86 eur v SR v roku 2010. Túto premennú budeme ďalej označovať  $X_a$ .

Hodnoty náhodnej premennej  $X_a$  nad hodnotou  $a$  (v našom prípade  $a = 3 434,86$ ) modelujeme Paretoovým rozdelením s distribučnou funkciou

$$F_a(x) = 1 - \left(\frac{a}{x}\right)^b \quad \text{pre } x \geq a \quad (1)$$

Stredná hodnota je vyjadrená pomocou parametrov  $a$ ,  $b$  tohto rozdelenia vzťahom

$$E X_a = \frac{a \cdot b}{b - 1} \quad \text{pre } b > 1 \quad (2)$$

a rozptyl vzťahom

$$D(X_a) = \frac{a^2 \cdot b}{b - 1^2 \cdot (b - 2)} \quad \text{pre } b > 2 \quad (3)$$

Procedúra *Distribution Fitting* štatistického programového systému Statgraphics Centurion XV umožňuje na základe výberových údajov, presahujúcich určitú hodnotu  $a$ , odhadnúť parametre  $a$ ,  $b$  Paretovho rozdelenia metódou maximálnej vierohodnosti (Kubanová, 2003, s. 50) a overiť pomocou siedmich testov dobrej zhody, či výberové údaje môžu pochádzať z takéhoto rozdelenia. My sme použili Kolmogorovov-Smirnov test (Kubanová, 2003, s. 84 – 86). Tento test potvrdil na hladine významnosti 0,05 dobrú zhodu s Paretovým rozdelením ( $p$ -hodnota = 0,334834 > 0,05) s parametrami  $a = 3\,434,86$  a  $b = 2,26487$ , ako vyplýva z výstupov procedúry *Distribution Fitting* na obrázku 2.

O b r á z o k 2

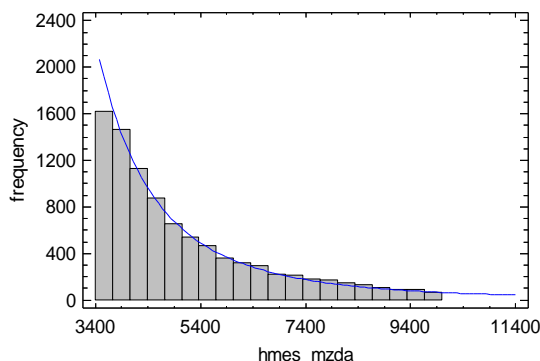
#### Výsledok testu dobrej zhody s Paretovým rozdelením

Data variable: hmes_mzda		Goodness-of-Fit Tests for hmes_mzda	
9900 values ranging from 3434,86 to 165970,		Kolmogorov-Smirnov Test	
Fitted Distributions			
Pareto (2-Parameter)		Pareto (2-Parameter)	
shape = 2,26487		DPLUS	0,0073479
lower threshold = 3 434,86		DMINUS	0,00950703
		DN	0,00950703
		P-Value	0,334834

Prameň: Výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

O b r á z o k 3

#### Grafické overenie dobrej zhody s Paretovým rozdelením



Prameň: Vlastná analýza v systéme Statgraphics Centurion XV.

Aj na obrázku 3, na ktorom je histogram výberových údajov preložený uvedeným Paretoovým rozdelením, je zrejماً ich dobrá zhoda, a tak je oprávnený predpoklad, že výberové údaje pochádzajú zo základného súboru s Paretoovým rozdelením s odhadnutými parametrami.

Statgraphics *Centurion XV* na základe znalosti rozdelenia náhodnej premennej  $X_a$  umožní zistiť ľubovoľný kvantil rozdelenia hrubých mesačných miezd základného súboru, tvoreného všetkými zamestnancami v SR, ktorých hrubé mesačné mzdy v roku 2010 boli vyššie ako 3 434,86 eur. V tabuľke 1, ktorá je výstupom zo systému Statgraphics *Centurion XV*, sú uvedené hodnoty vybraných kvantilov Paretovho rozdelenia hrubých mesačných miezd v základnom súbore. Poskytujú nám cenné informácie, že napr. polovica zamestnancov s hrubou mesačnou mzdou nad 3 488,76 eur mala mzdu vyššiu ako 4 664,68 eur, štvrtina vyššiu ako 6 334,83 eur a 5% zamestnancov malo hrubú mesačnú mzdu vyššiu ako 12 892,9 eur.

T a b u ľ k a 1

**Niektoré kvantily rozdelenia hrubých mesačných miezd nad 99. percentilom v SR v roku 2010**

<i>Lower Tail Area (&lt;=)</i>	<i>Pareto (2-Parameter)</i>
0.1	3 598.42
0.5	4 664.68
0.75	6 334.83
0.9	9 493.71
0.95	12 892.90

*Prameň:* Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics *Centurion XV*.

Podľa vzťahov (2) a (3) dostávame základné charakteristiky Paretovho rozdelenia:  $E(X_a) = 6\,150,44$  eur,  $D(X_a) = 26\,721\,532$ , štandardnú odchýlku  $\sigma(X_a) = 7\,940,876$  eur a variačný koeficient až 129,11 %. Sú to už charakteristiky základného, a nie výberového súboru a líšia sa od výberových charakteristík, ktoré sú len ich odhadom, teda od výberového priemeru  $x = 6\,109,57$  eur, výberovej štandardnej odchýlky  $s = 5\,416,4$  eur a výberového variačného koeficienta  $VK = 88,65$  %. Výberové charakteristiky sú nižšie ako príslušné charakteristiky základného súboru, lebo najvyššie mzdy, ktoré sú málo pravdepodobné, sa obyčajne nedostanú do výberového súboru. Práve preto je znalosť Paretovho rozdelenia najvyšších a aj málo pravdepodobných miezd na získanie informácií o nich veľmi dôležitá.

Medzi cenné informácie patrí znalosť distribučnej funkcie  $F_a(x)$ , definovanej pre ľubovoľné reálne číslo  $x$  vzťahom  $F_a(x) = P(X_a \leq x)$  (*Lower Tail Area*). Z jej hodnoty získame informáciu, aká je pravdepodobnosť, že ak mzda zamestnanca prevýši hodnotu horného percentilu miezd vo výberovom súbore, teda hodnotu  $a = 3\,434,86$  eur, neprevýši hodnotu  $x$  eur. Hodnoty distribučnej funkcie aj jej doplnku  $P(X_a > x)$  (*Upper Tail Area*) sú súčasťou výstupu procedúry *Distribution*

fiting, systému Statgraphics Centurion XV. Ich hodnoty vo zvolených reálnych číslach sú uvedené v tabuľke 2.

T a b u ľ k a 2

**Niektoré hodnoty distribučnej funkcie premennej  $X_a$** **Tail Areas for hmes\_mzda**

Pareto (2-Parameter) distribution

$X$	<i>Lower Tail Area (&lt;)</i>	<i>Upper Tail Area (&gt;)</i>
4 000.0	0.291766	0.708234
5 000.0	0.572744	0.427256
6 000.0	0.717282	0.282718
8 000.0	0.852638	0.147362
10 000.0	0.911101	0.088899

*Prameň:* Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Pravdepodobnosť, že hrubá mesačná mzda nad horným percentilom neprevýšila v SR v roku 2010 hodnotu 4 000 eur, je 0,292; že neprevýšila 5 000 eur je 0,573; že prevýšila 6 000 eur je 0,283; že prevýšila 8 000 eur je 0,147 a že prevýšila 10 000 eur je len 0,0889. Zo skutočnosti, že výberový súbor tvorilo iba 1 % všetkých zamestnancov v SR v roku 2010 vyplýva, že v SR v roku 2010 malo hrubú mesačnú mzdu, vyššiu ako 10 000 eur, približne 0,889 ‰ zamestnancov.

**3. Faktory ovplyvňujúce výšku najvyšších hrubých mesačných miezd**

Na overenie významnosti vplyvu faktorov – pohlavie, vzdelanie, kraj bydliska, klasifikácia zamestnania a vek – na výšku hrubých mesačných miezd nad horným percentilom zamestnancov v SR v roku 2010 sme použili neparametrický Kruskalov-Walisov test na výberovom súbore o rozsahu 1 000 štatistických jednotiek. Na použitie klasickej metódy analýzy rozptylu nebol pri žiadnom uvažovanom faktore splnený predpoklad homogenity. Kruskalov-Wallisov test prekvapujúco nepotvrdil významnosť faktora vzdelanie ( $p$ -hodnota = 0,923672). Ďalej budeme podrobnejšie analyzovať vplyv uvedených faktorov na najvyššie hrubé mesačné mzdy zamestnancov v SR v roku 2010 na základe údajov o výške 9 900 takýchto miezd.

**3.1. Vplyv faktora pohlavie na výšku najvyšších miezd**

T a b u ľ k a 3

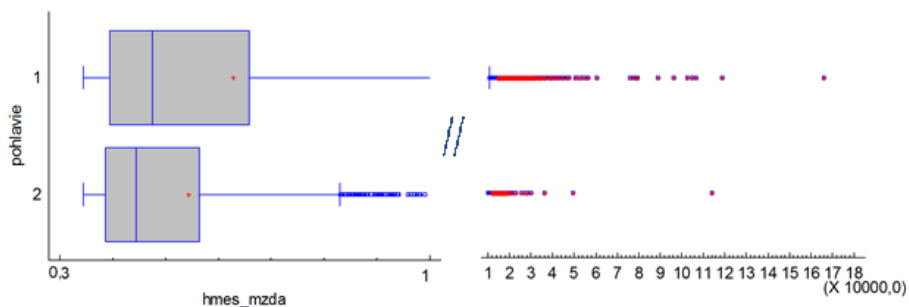
**Výberové charakteristiky mužov a žien s najvyššími mzdami**

Pohlavie	Počet	Priemerná mzda	Medián	Variačný koeficient	Minimum	Maximum	Dolný kvartil	Horný kvartil
1-muž	7 945	6 275.3	4 741.9	90.9 %	3 434.9	165 970	3 935.9	6 588.6
2-žena	1 955	5 436.1	4 439.3	72.9 %	3 434.9	114 009	3 860.6	5 639.7
Spolu	9 900	6 109.6	4 662.1	88.6 %	3 434.9	165 970	3 915.9	6 387.1

*Prameň:* Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

O b r á z o k 4

**Krabicové grafy najvyšších mesačných miezd podľa pohlavia v detailnejšom rozlíšení od 1 000 eur do 10 000 eur**



Prameň: Vlastná analýza v systéme Statgraphics Centurion XV.

Z tabuľky 3 základných výberových charakteristík a z obrázku 4 krabicových grafov mužov a žien je zrejme nižšie percentuálne zastúpenie žien (19,75 %), aj nižšia úroveň a variabilita hrubých mesačných miezd žien vo výberovom súbore vysoko príjmových zamestnancov. Aby sme mohli posúdiť rozdiely v najvyšších hrubých mesačných mzdách mužov a žien nielen vo výberových, ale aj v základných súboroch, pomocou Kolmogorovovho-Smirnovovho testu dobrej zhody sme na hladine významnosti 0,01 overili, že Paretovo rozdelenie s parametrami  $a$ ,  $b$ , odhadnutými z výberových údajov metódou maximálnej vierohodnosti, je vhodným pravdepodobnostným modelom najvyšších hrubých mesačných miezd zamestnancov oboch pohlaví. Parametre Paretovoho rozdelenia sú, samozrejme, rozdielne pre mužov a pre ženy a ich hodnoty vidíme vo výstupe procedúry *Distribution fitting* štatistického programového systému Statgraphics Centurion XV (obr. 5).

O b r á z o k 5

**Odhadnuté parametre a výsledok testu dobrej zhody s Paretoým rozdelením pre mužov a ženy**

Data variable: hmes_mzda_muži	Data variable: hmes_mzda_ž
7185 values ranging from 3488,76 to 59648,3	1883 values ranging from 3489,82 to 52739,1
Fitted Distributions	Fitted Distributions
<i>Pareto (2-Parameter)</i>	<i>Pareto (2-Parameter)</i>
shape = 2,18581	shape = 2,7622
lower threshold = 3488,76	lower threshold = 3489,82
Kolmogorov-Smirnov Test	<b>Goodness-of-Fit Tests for hmes_mzda_ž</b>
	Kolmogorov-Smirnov Test
	<i>Pareto (2-Parameter)</i>
DPLUS	0,0118055
DMINUS	0,0165863
DN	0,0165863
P-Value	0,0383836
	DPLUS
	0,00895554
	DMINUS
	0,0163417
	DN
	0,0163417
	P-Value
	0,695998

Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.



T a b u ľ k a 4

**Porovnanie niektorých kvantilov hrubých mesačných miezd mužov a žien**

Lower Tail Area (<=)	Quantile – men Pareto (2-Parameter)	Quantile – women Pareto (2-Parameter)
0.25	3 979.51	3 872.89
0.50	4 790.61	4 485.24
0.75	6 578.26	5 764.57
0.90	10 003.90	8 032.18
0.95	13 736.90	10 323.20

*Prameň:* Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV

Znalosť rozdelení pravdepodobnosti sme využili na výpočet základných charakteristík a porovnanie niektorých kvantilov hrubých mesačných miezd mužov a žien, ktorých mzdy sú vyššie ako 99. percentil výberového súboru. Výpočtom podľa vzťahov (2) a (3) sme dostali strednú hodnotu hrubých mesačných miezd mužov rovnú 6 430,85 eur a žien len 5 470,197 eur a štandardnú odchýlku miezd mužov rovnú 3 769,996 eur a žien len 1 009,85 eur. Porovnanie vybraných kvantilov, konkrétne kvartilov a 90. a 95. percentilu je uvedené v tabuľke 4.

**3.2. Vplyv faktora vzdelanie na výšku najvyšších miezd**

Faktor vzdelanie má 11 sledovaných úrovní: 0 – neuvedené, 1 – základné, 2 – vyučenie, 3 – stredné bez maturity, 4 – vyučenie s maturitou, 5 – úplné stredné všeobecné, 6 – úplné stredné odborné, 7 – vyššie odborné, 8 – vysokoškolské 1. stupeň, 9 – vysokoškolské 2. stupeň, 10 – vysokoškolské 3. stupeň (aspoň PhD). Základné výberové charakteristiky, aj percentuálne zastúpenie zamestnancov s rôznou úrovňou vzdelania obsahuje tabuľka 5.

T a b u ľ k a 5

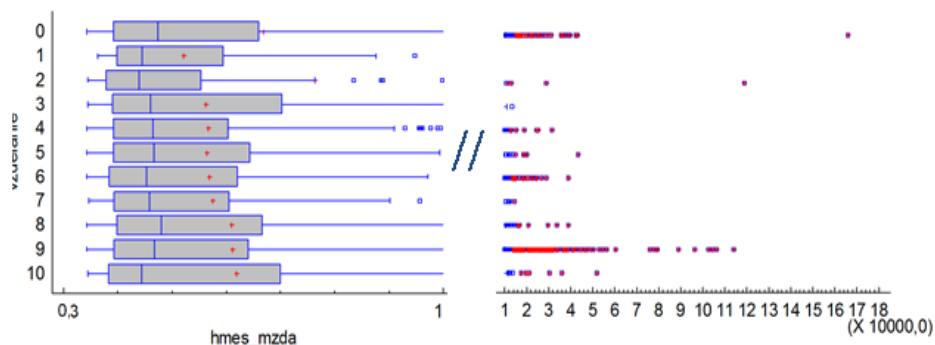
**Výberové charakteristiky zamestnancov s najvyššími mzdami podľa vzdelania**

Vzdelanie	Počet	Podiel v %	Priemerná mzda	Medián	Variačný koeficient	Minimum	Maximum	Dolný kvartil	Horný kvartil
0	855	8.6	6 692.8	4 743.1	115.5%	3 434.9	165 970.0	3 922.4	6 594.1
1	28	0.3	5 213.5	4 451.1	31.9%	3 635.2	9 471.9	3 984.8	5 948.9
2	55	0.6	7 631.4	4 388.0	206.3%	3 440.6	118 723.0	3 773.1	5 535.0
3	63	0.6	5 619.8	4 602.2	41.8%	3 451.2	13 500.5	3 898.6	7 030.5
4	240	2.4	5 665.5	4 654.8	58.7%	3 437.0	31 577.4	3 912.2	6 039.0
5	293	3.0	5 644.0	4 671.3	57.9%	3 435.7	43 363.2	3 912.7	6 435.4
6	610	6.1	5 691.6	4 528.7	63.5%	3 437.0	39 084.2	3 834.6	6 209.0
7	55	0.6	5 746.0	4 582.7	49.6%	3 455.6	14 654.7	3 940.2	6 045.4
8	241	2.4	6 091.6	4 805.4	68.4%	3 435.8	39 023.0	3 978.2	6 652.6
9	7 273	73.5	6 107.0	4 673.0	86.1%	3 434.9	114 009.0	3 927.0	6 394.4
10	187	1.9	6 188.7	4 433.5	86.4%	3 446.3	52 057.6	3 833.0	6 991.0
Spolu	9 900	100.0	6 109.6	4 662.1	88.6%	3 434.9	165 970.0	3 915.9	6 387.1

*Prameň:* Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

O b r á z o k 6

**Krabicové grafy najvyšších mesačných miezd podľa vzdelania v detailnejšom rozlíšení od 1 000 eur do 10 000 eur**



*Prameň:* Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Medzi zamestnancami s najvyššími hrubými mesačnými mzdami v Slovenskej republike v roku 2010 mali najvyššie zastúpenie osoby s vysokoškolským vzdelaním 2. stupňa (73,5 %); v tejto skupine je vysoká úroveň aj vysoká variabilita hrubých mesačných miezd (obr. 6).

Nízke percentuálne zastúpenie majú osoby s najvyšším dosiahnutým vzdelaním, len 1,89 %. Túto analýzu skresľuje vysoký podiel (8,64 %) zamestnancov v skupine 0 s neuvedeným dosiahnutým vzdelaním, kde sú hrubé mesačné mzdy značne vysoké (tab. 5 a obr. 6). Pomerne vysoké zastúpenie (6,16 %) majú osoby s úplným stredným odborným vzdelaním. Zrejme prevažujúce zastúpenie zamestnancov s vysokoškolským vzdelaním 2. stupňa vo výberovom súbore je aj príčinou toho, že neparametrický test nepotvrdil významný vplyv tohto faktora na výšku miezd.

### 3.3. Vplyv faktora kraj bydliska pracovníka na výšku najvyšších miezd

Významnosť rozdielov v hrubých mesačných mzdách zamestnancov s hrubou mesačnou mzdou nad 99. percentilom v Slovenskej republike v roku 2010 sa potvrdila aj pri faktore kraj bydliska pracovníka. Označenie krajov je nasledovné: 1 – Bratislavský (BA), 2 – Trnavský (TT), 3 – Trenčiansky (TN), 4 – Nitriansky (NR), 5 – Žilinský (ZA), 6 – Banskobystrický (BB), 7 – Prešovský (PO), 8 – Košický (KE). Vo výberovom súbore sú hrubé mzdy nad horným percentilom najčastejšie v Bratislavskom kraji (61,18 %) a najnižšie zastúpenie majú kraje Banskobystrický (3,96%) a Prešovský (2,77%). V ostatných krajoch je zastúpenie zamestnancov s hrubou mesačnou mzdou nad horným percentilom približne rovnomerné, okolo 6 %. Podrobnejšie informácie poskytujú tabuľka 6 a obrázok 7.

T a b u ľ k a 6

## Výberové charakteristiky zamestnancov s najvyššími mzdami podľa krajov bydliska

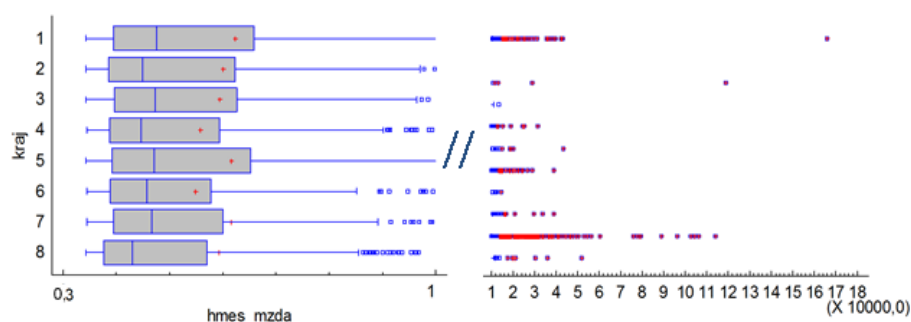
Kraj	Počet	Priemerná mzda	Medián	Variačný koeficient	Minimum	Maximum	Dolný kvartil	Horný kvartil
1 – BA	6 057	6 239.2	4 750.9	86.4 %	3 434.9	165 970.0	3 954.4	6 581.8
2 – TT	641	6 002.4	4 501.4	73.2 %	3 435.4	44 141.3	3 863.3	6 231.1
3 – TN	590	5 948.8	4 731.9	98.8 %	3 436.3	118 723.0	3 958.2	6 266.7
4 – NR	570	5 583.3	4 468.1	58.9 %	3 438.6	29 736.4	3 867.6	5 943.3
5 – ZA	695	6 151.2	4 713.8	105.6 %	3 437.4	114 009.0	3 913.7	6 529.0
6 – BB	392	5 493.6	4 575.0	53.6 %	3 451.0	25 552.0	3 893.1	5 781.0
7 – PO	274	6 161.2	4 671.3	82.4 %	3 441.9	38 069.5	3 953.1	6 008.9
8 – KE	681	5 928.4	4 296.9	121.3 %	3 436.8	106 462.0	3 757.6	5 698.5
Spolu	9 900	6 109.6	4 662.1	88.6 %	3 434.9	165 970.0	3 915.9	6 387.1

Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Pozorujeme značné rozdiely vo výške hrubých mesačných miezd nad horným percentilom podľa krajov bydliska zamestnancov v SR. Z krabicového grafu na obrázku 7 vidíme, že mzdy po tretí kvartil sa vo výberovom súbore relatívne málo líšia, veľká variabilita je v štvrtine najvyšších hrubých mesačných miezd a výskyt extrémnych miezd je najväčší v Bratislavskom a v Košickom kraji. Najvyššiu hodnotu má horný kvartil v Bratislavskom a Žilinskom kraji, v týchto krajoch má teda štvrtina zamestnancov najvyššie mzdy. Najväčšia variabilita v hrubých mesačných mzdách je však v Žilinskom a Košickom kraji. V Košickom kraji je táto vysoká variabilita zrejme spôsobená existenciou mnohých extrémnych hodnôt, a napriek tomu relatívne nízkou priemernou mzdou, ako aj nízkymi mzdami po horný kvartil, ktorý je najnižší zo všetkých krajov.

O b r á z o k 7

## Krabicové grafy najvyšších mesačných miezd podľa krajov bydliska v detailnejšom rozlíšení od 1 000 eur do 10 000 eur



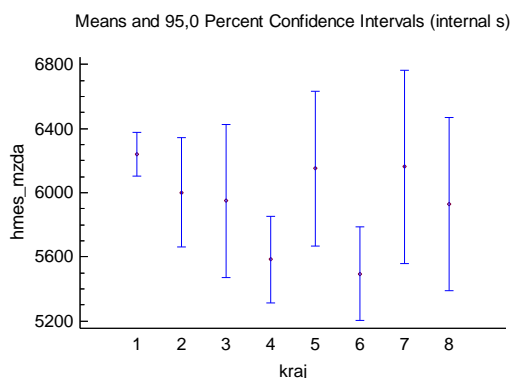
Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Priemerné hrubé mesačné mzdy nad horným percentilom sú vo výberovom súbore najvyššie v Bratislavskom, Žilinskom a Prešovskom kraji, najnižšie v Nitrianskom a Banskobystrickom kraji (tab. 6 a obr. 8). Intervalové odhady

stredných hodnôt hrubých mesačných miezd všetkých zamestnancov v jednotlivých krajoch so spoľahlivosťou 0,95 znázorňuje obrázok 8. Vzhľadom na veľké rozdiely vo variabilite miezd podľa krajov bydliska sú tieto intervaly počítané so skutočnými štandardnými odchýlkami miezd v týchto krajoch. Na 95 % sú významné rozdiely v priemerných mzdách nad horným percentilom v SR v roku 2010 v krajoch bydliska Bratislavskom a Nitrianskom a Bratislavskom a Banskobystrickom (intervaly spoľahlivosti sa neprekrývajú).

Obrázok 8

#### 95 %-né intervaly spoľahlivosti priemerných hrubých mesačných miezd podľa krajov



Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

### 3.4. Vplyv faktora klasifikácia zamestnania na výšku najvyšších miezd

Ďalším významným faktorom, ktorého vplyv na výšku hrubých mesačných miezd, presahujúcich horný percentil v SR v roku 2010, sme sledovali, je faktor klasifikácia zamestnania (*kzam1*).

Tabuľka 7

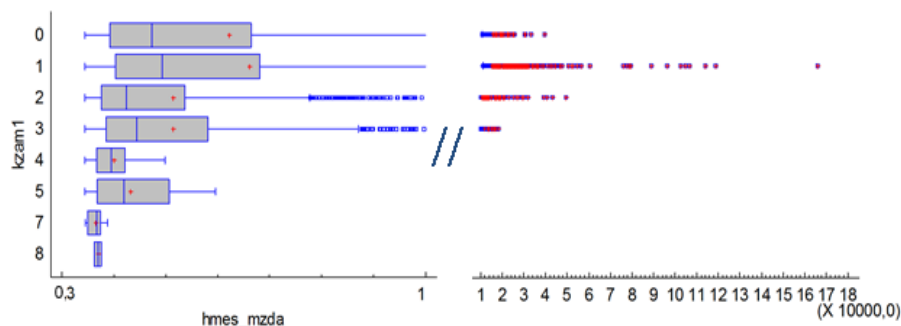
#### Výberové charakteristiky zamestnancov s najvyššími mzdami podľa klasifikácie zamestnania

<i>kzam1</i>	Počet	Priemerná mzda	Medián	Variačný koeficient	Minimum	Maximum	Dolný kvartil	Horný kvartil
0	863	6 213.4	4 727.7	68.0 %	3 434.9	39 657.0	3 919.8	6 639.2
1	5 983	6 607.6	4 930.2	97.5 %	3 434.9	165 970.0	4 029.0	6 818.1
2	2 004	5 139.7	4 246.4	58.8 %	3 435.3	49 321.6	3 763.8	5 370.6
3	950	5 145.2	4 449.1	37.5 %	3 434.9	18 054.6	3 846.2	5 810.0
4	64	4 008.9	3 956.9	9.9 %	3 434.9	4 996.7	3 670.1	4 212.7
5	20	4 314.5	4 201.6	17.2 %	3 445.6	5 963.6	3 680.8	5 070.8
7	13	3 646.0	3 661.8	3.8 %	3 449.1	3 886.4	3 495.7	3 737.5
8	3	3 691.4	3 698.1	2.0 %	3 615.2	3 760.8	3 615.2	3 760.8
Total	9 900	6 109.6	4 662.1	88.7 %	3 434.9	165 970.0	3 915.9	6 387.1

Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

O b r á z o k 9

**Krabicové grafy najvyšších hrubých mesačných miezd podľa kzam1 v detailnejšom rozlíšení od 1 000 eur do 10 000 eur**

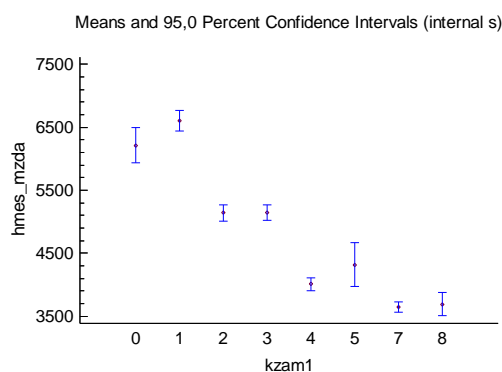


Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Okrem zamestnancov s neuvedenou klasifikáciou ( $kzam1 = 0$ ) je najpočetnejšia skupina vo výberovom súbore skupina 1 – Zákonnodarcovia, vedúci a riadiaci zamestnanci, až 60,43 %, potom skupina 2 – Vedeckí a odborní duševní zamestnanci (20,24 %) a početnejšia je ešte skupina 3 – Technickí, zdravotnícki, pedagogickí zamestnanci (9,5 %). Prekvapujúce je, že hrubá mesačná mzda 64 zamestnancov s klasifikáciou 4 – Nižší administratívni zamestnanci (úradníci) presiahla v roku 2010 horný percentil miezd v SR a priemerná mzda týchto zamestnancov bola až 4 008,86 eur. Hrubá mzda žiadneho zamestnanca s klasifikáciou 6 – Kvalifikovaní robotníci v poľnohospodárstve a lesníctve a 9 – Pomocní a nekvalifikovaní zamestnanci nepresiahla v SR v roku 2010 horný percentil. Málo početné sú aj kategórie zamestnaní 5 – Prevádzkovi zamestnanci v službách a obchode, 7 – Remeselní a kvalifikovaní robotníci v príbuzných odboroch a 8 – Obsluha strojov a zariadení (tab. 7).

O b r á z o k 10

**95 %-né intervaly spoľahlivosti priemerných hrubých mesačných miezd podľa kzam-1**



Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Rozdiely v priemerných mzdách podľa klasifikácie zamestnaní vo výberovom súbore, aj 95 %-né intervaly spoľahlivosti pre priemerné mzdy v základnom súbore znázorňujeme na obrázku 10. Na tomto obrázku vidíme podobnosť úrovne miezd podľa *kzam1* v skupinách 0 a 1, potom 2 a 3, 4 a 5, 7 a 8, ako aj významné rozdiely v úrovni miezd medzi všetkými štyrmi uvedenými dvojicami skupín podľa *kzam1*.

### 3.5. Vplyv faktora vek na výšku najvyšších miezd

Významné rozdiely v početnom zastúpení, aj v úrovni hrubých mesačných miezd sme zistili aj v rôznych vekových kategóriách zamestnancov analyzovaného výberového súboru, ako znázorňuje tabuľka 8 a obrázku 11. Najpočetnejšia je veková kategória od 30 do 40 rokov (42,12 %) a od 40 do 50 rokov (29,98 %). Najvyššia úroveň miezd, aj ich najvyššia variabilita je v najmenej početnej skupine zamestnancov nad 70 rokov.

Tabuľka 8

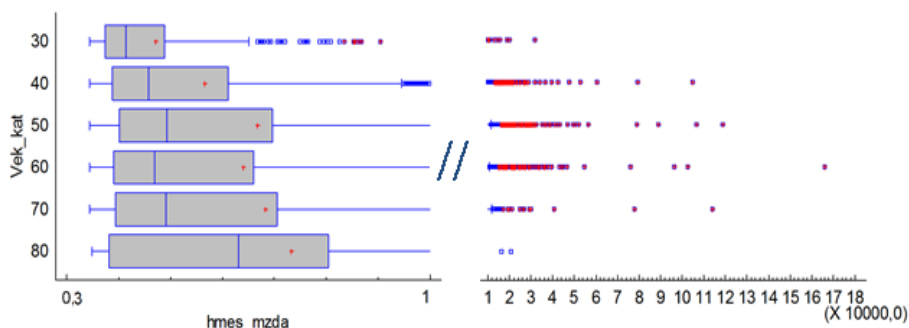
#### Výberové charakteristiky zamestnancov s najvyššími mzdami podľa vekových intervalov

Vek_kat	Počet	Priemerná mzda	Medián	Minimum	Maximum	Dolný kvartil	Horný kvartil
-30	470	4 715.1	4 143.0	3 435.9	31 577.4	3 743.5	4 888.9
-40	4 170	5 662.9	4 582.2	3 434.9	104 616.0	3 885.5	6 116.4
-50	2 968	6 676.9	4 921.8	3 434.9	118 723.0	4 018.0	6 966.3
-60	1 922	6 400.4	4 697.5	3 435.3	165 970.0	3 906.5	6 605.0
-70	353	6 830.3	4 907.2	3 441.4	114 009.0	3 937.0	7 048.7
-80	17	7 320.6	6 317.4	3 484.8	20 668.6	3 814.9	8 037.9
Celkom	9 900	6 109.6	4 662.1	3 434.7	165 970.0	3 915.9	6 387.1

Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

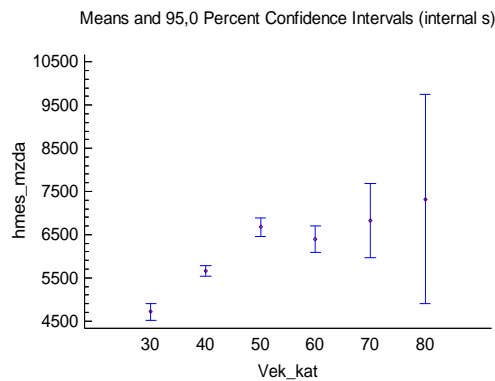
Obrázok 11

#### Krabicové grafy najvyšších hrubých mesačných miezd podľa vekových intervalov v detailnejšom rozlíšení od 1 000 eur do 10 000 eur



Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Obrázok 12

**95 %-né intervaly spoľahlivosti priemerných hrubých mesačných miezd podľa veku**

Prameň: Vlastná analýza, výstup zo systému Statgraphics Centurion XV.

Na obrázku 12 sú znázornené priemerné mzdy a 95 %-né intervaly spoľahlivosti pre priemerné mesačné mzdy v jednotlivých vekových kategóriách základného súboru. Priemerné mzdy približne kvadraticky rastú s vekom zamestnancov. Úroveň hrubých mesačných miezd v základnom súbore vo vekových kategóriách do 40 rokov je výrazne nižšia ako vo vekových kategóriách od 40 do 70 rokov. Šírka intervalu spoľahlivosti pre priemernú mzdu zamestnancov nad 70 rokov je dôsledkom vysokej štandardnej odchýlky miezd, aj nízkej početnosti tejto vekovej kategórie.

**Záver**

Napriek celosvetovej kríze, ktorá sa prejavila aj na ekonomických výsledkoch a životnej úrovni v Slovenskej republike, sme na základe výsledkov štatistických analýz údajov o cene práce v SR v roku 2010 zistili, že existuje aj skupina zamestnancov s veľmi vysokými hrubými mesačnými mzdami. Potvrdili sme významnosť faktorov pohlavie, kraj bydliska, klasifikácia zamestnania, odvetvie zamestnania a veková kategória zamestnanca, ako aj skutočnosť, že extrémne vysoké hrubé mesačné mzdy majú Paretovo rozdelenie. Nepotvrdil sa významný vplyv faktora vzdelanie na výšku hrubých mesačných miezd zamestnancov v SR v roku 2010, u ktorých tieto mzdy prevyšujú hodnotu 99. percentilu.

Najvyššie zastúpenie zamestnancov s mzdami nad 99. percentilom výberového súboru (3 434,86 eur) majú vo výberovom súbore muži (80,25 %), podľa vzdelania zamestnanci s vysokoškolským vzdelaním 2. stupňa (73,4 %), s bydliskom v Bratislavskom kraji (61,18 %), podľa klasifikácie zamestnania v skupine 1 – Zákonodarcovia, vedúci a riadiaci zamestnanci (60,43 %) a podľa veku vo vekovom intervale od 30 do 40 rokov (42,12 %).

Vo výberovom súbore zamestnancov s najvyššími hrubými mesačnými mzdami mali muži v porovnaní so ženami nielen značne vyššie percentuálne zastúpenie, ale aj vyššiu úroveň priemerných hrubých mesačných miezd, a to o 838,82 eur, resp. 15,4 %. Pomocou nájdených rozdelení výšky miezd nad horným percentilom sme v základných súboroch mužov a žien v SR v roku 2010 zistili rozdiel v priemerných hrubých mesačných mzdách až 960,65 eur, čo je 17,6 %.

Vo výberovom súbore sme zistili najvyššiu úroveň priemerných hrubých mesačných miezd podľa vzdelania prekvapujúco v skupine 2 – vyučení (7 631,37 eur), podľa miesta rezidencie v Bratislavskom kraji (6 239,21 eur), podľa klasifikácie zamestnania pri kategórii 1 – Zákonodarcovia, vedúci a riadiaci zamestnanci (6 607,64 eur) a podľa veku v málo početnej skupine (17 zamestnancov) od 70 do 80 rokov (8 037,9 eur).

Štatistické analýzy výberových údajov a zovšeobecnenia výsledkov na základný súbor poskytujú dostatočne presné a spoľahlivé informácie o úrovni a variabilite najvyšších hrubých mesačných miezd zamestnancov v SR v roku 2010, aj o faktoroch, spôsobujúcich ich diferenciáciu. Takéto informácie môžu byť užitočné pre viaceré ekonomické aj politické rozhodnutia, napríklad v súčasnosti pri rozhodovaní o vyššom daňovom zaťažení zamestnancov s najvyššími príjmami.

## Literatúra

- BARTOŠOVÁ, J. (2007): Pravděpodobnostní model rozdělení příjmů v České republice. *Acta Oeconomica Pragensia*, 15, č. 1, s. 7 – 12.
- KUBANOVÁ, J. (2003): Štatistické metody pro ekonomickou a technickou praxi. Bratislava: STATIS. ISBN 80-85659-31-Ž.
- PACÁKOVÁ, V. – FOLTÁN, F. (2011): Analysis of the Highest Wages in The Slovak Republic. *Scientific Papers of the University of Pardubice, Series D, No. 19 (1/2011)*, XVI, s. 172 – 180.
- PACÁKOVÁ, V. – SIPKOVÁ, Ľ. – SODOMOVÁ, E. (2005): Štatistické modelovanie príjmov domácností v Slovenskej republike. *Ekonomický časopis/Journal of Economics*, 53, č. 4, s. 427 – 439.
- PAUHOFOVÁ, I. (2010): Regionálna príjmová stratifikácia populácie Slovenska. In: *Sociálny kapitál, ľudský kapitál a chudoba v regiónoch Slovenska*. [Zborník z konferencie, Herľany, 13. 10. 2010.] Košice: TU, s. 22 – 30. ISBN 978-80-553-0573-8.
- PETR, P. – KRŮPKA, J. – PROVAZNÍKOVÁ, R. (2010): Statistical Approach to Analysis of the Regions. *Selected Topics in Applied Computer Science*. [10th WSEAS International Conference on Applied Computer Science (ACS '10), Iwate Prefectural University, Japan, October 4 – 6, 2010.] WSEAS Press, s. 280 – 285. ISBN 978-960-474-231-8.
- SIPKOVÁ, Ľ. – SIPKO, J. (2010): Úroveň miezd v krajoch Slovenskej republiky. In: *Sociálny kapitál, ľudský kapitál a chudoba v regiónoch Slovenska*. [Zborník z konferencie, Herľany, 13. 10. 2010.] Košice: TU, s. 51 – 66. ISBN 978-80-553-0573-8.
- ŠOLTÉS, E. – LABUDOVÁ, V. (2008): Výber relevantných faktorov a štatistické posúdenie ich vplyvu na disponibilný príjem domácností SR na základe zisťovania SILC 2006. *Ekonomika a informatika*, č. 1, s. 88 – 99.



- STATGRAPHICS Centurion XV (2005): On-line Manual by StatPoint, Inc. Probability Distributions, s. 20.
- VOJTKOVÁ, M. – LABUDOVA, V. (2010): Regionálna analýza výdavkov a príjmov domácností v Slovenskej republike. Ekonomický časopis/Journal of Economics, 58, č. 8, s. 802 – 820.
- ŽELINSKÝ, T. – HUDEC, O. (2008): Odhad subjektívnej chudoby na Slovensku založený na distribučnej funkcii rozdelenia príjmov. Forum Statisticum Slovaca, 4, č. 7, s. 152 – 157.
- ŽELINSKÝ, T. (2010): Analýza chudoby na Slovensku založená na koncepte relatívnej deprivácie. Politická ekonomie, LVIII, č. 4, s. 542 – 565.