

Identifikace hospodářského cyklu¹

Jitka POMĚNKOVÁ*

Business Cycle Identification

Abstract

Identification of growth business cycle is an important step in the process of business cycle analysis. It can affect following analytical steps such as turning points identification or analysis of frequency and time-frequency behaviour of business cycles. The purpose of this paper is to recommend suitable methods for growth business cycle modelling in the small open economy. Therefore we investigate several models for filtering (high pass and band pass filters), deterministic and stochastic models, and nonparametric kernel estimation. The recommendation is based on the empirical analysis of the data prior to the significant global shock – economic recession in the year 2008. For the analysis we use the seasonally adjusted quarterly values of the Gross Domestic Product and the Industrial production in 1996 – 2008.

Keywords: *band pass filter, high pass filter, deterministic model, stochastic model, nonparametric kernel estimate*

JEL Classification: C50, C13, C16, E32

Úvod

Problematika modelování hospodářského cyklu je významná především v souvislostech stabilizační funkce hospodářské politiky. Identifikace jednotlivých fází cyklického kolísání ekonomické aktivity včetně bodů zlomu má stěžejní význam nejen pro implementaci nástrojů monetární a fiskální politiky na úrovni

* Jitka POMĚNKOVÁ, Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, Ústav radioelektroniky, Purkyňova 118, 612 00 Brno, Česká republika; Mendelova univerzita v Brně, Výzkumné centrum, Zemědělská 1, 613 00 Brno, Česká republika; e-mail: pomenkaj@feec.vutbr.cz

¹ Předkládaný příspěvek vznikl za podpory projektu GA ČR č. P402/11/0570 s názvem *Časově-frekvenční přístup k datování hospodářského cyklu České republiky*. Dále byl významně podpořen projektem CZ.1.07/2.3.00/20.0007 WICOMT operačního programu *Vzdělávání pro konkurenceschopnost*.

jednotlivých ekonomik, ale také v širších souvislostech procesu ekonomické integrace, a to především z pohledu teorie optimálních měnových oblastí (Mundel, 1961). Schopnost přesné identifikace cyklického kolísání ekonomické aktivity přitom zvyšuje nejen vlastní efektivitu nástrojů hospodářské politiky, ale také posouzení vzájemné sladění ekonomik. Míra přesnosti identifikace cyklického kolísání ekonomické aktivity je tak přímo úměrná efektivitě jednotlivých nástrojů hospodářské politiky, stejně jako vztahu mezi náklady a přínosy zavedení společné měny euro při odhadu pravděpodobného výskytu asymetrických šoků mezi jednotlivými členskými státy eurozóny. Tento fakt dokládá řada studií, např. metaanalýza provedená Fidrmucem a Korhonenem (2006), studie Lebedzika, Tuleji a Pauhofové (2008) komparující připravenost dvou transitivních ekonomik na zavedení eura. Analýza hospodářských cyklů však nezůstává pouze v oblasti časové domény, ale zejména v posledním desetiletí využívá nástrojů a možností frekvenční, a zvláště časově-frekvenční domény. V této souvislosti jsou zkoumány jak frekvenční charakteristiky cyklů, tak jejich frekvenční vývoj v čase. Například studie Fidrmuce, Korhoneny a Bátorové (2008) využívá dynamické korelace v souvislosti analýzy Číny a vybraných zemí OECD nebo Fidrmuc, Ikeda a Iwatsubo (2012) využívající dynamickou korelaci k odhadu faktorů společného pohybu výstupu ekonomik OECD. V případě sledování vývoje frekvenčního chování hospodářského cyklu v čase uveďme aplikační práce Halletta a Richtera (2004) nebo Wozniaka a Paczinskeho (2007), modelující hospodářský cyklus na vybraných zemích z hlediska frekvenčního vývoje v čase; nebo práce Šebesty a Maršálka (2011), kteří věnují pozornost metodickému způsobu odhadu spektra pro analýzu v časově-frekvenční oblasti.

Při analýze hospodářského cyklu je důležité *pojetí hospodářského cyklu*, neboť v závislosti na tom, zda pracujeme s klasickým, nebo růstovým typem cyklu, formujeme vstupní hodnoty. Zatímco klasický cyklus pracuje s fluktuacemi v úrovni, růstový cyklus s fluktuacemi kolem trendu. Modifikace vstupních údajů je zpravidla provedena formou aditivní dekompozice. Filtrovací techniky používané při rozboru hospodářského cyklu jsou často předmětem diskusí, neboť právě aplikace různých detrendovacích technik přináší různé výsledky očištění časových řad a jejich vlastností. Pak následná analýza výsledku může poskytovat vzájemně rozdílné výsledky. Problematice filtrování věnovali pozornost ve svých člancích například Canova (1998; 1999) nebo Bonenkamp, Jacobs a Kuper (2001).

V případě klasického hospodářského cyklu filtrovací techniky nevyužíváme. Zde jsou na místě transformace usnadňující datování hospodářského cyklu. K těmto řadíme techniku prvních diferencí (FOD). Podobně je pak využíváno temp růstu jako logaritmické diference absolutních hodnot vstupního ukazatele,

nebo jako procentní změny ukazatele ve vztahu k předchozímu období, tj. $\Delta y_t = \ln Y_t - \ln Y_{t-1} = \ln \frac{Y_t}{Y_{t-1}} \approx \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$. V souvislosti s datováním hospodář-

ského cyklu rozebrali Harding a Pagan (2002) problém ztotožnění časové řady diferencí Δy_t s klasickým cyklem. Dle zmíněných autorů je tato úprava dat chápána jako transformace hodnot pro následné datování cyklů. Jak se dále dozvídáme, technika diferencí je ve studiích považována i za filtrovací metodu, přičemž je nutné splnit předpoklady pro její aplikaci (Canova, 1998). Dodejme, že analýza klasického cyklu je citlivější na dlouhodobý vývoj ukazatele než růstové pojetí. Úspěšné určení růstového cyklu závisí v první řadě na kvalitě aproximace dlouhodobé růstové komponenty.

Jeden z přístupů rozdělení filtrovacích metod uvedl ve své studii Canova (1998). Podle něj lze metody extrahování trendu z časové řady rozdělit na přístup statistický a ekonomický. Statistický přístup vychází z toho, že trend a cyklus jsou nerozpoznatelné, ale užitím různých statistických metod a jejich předpokladů lze tyto dvě složky identifikovat. Základním předpokladem je, že existuje trendová a cyklická složka a že data byla předem sezónně očištěna, nebo že sezónní a cyklická složka jsou považovány za jednu složku a že nepravidelné (vysokofrekvenční) fluktuace mají malý význam. Ekonomický přístup říká, že trend je diktován ekonomickým modelem, preferencemi výzkumníka nebo formulovaným a řešeným problémem a trendovou a cyklickou složku chápe jako neoddělitelné, podléhající stejným vlivům a vývoji v čase. Ekonomickým pojetím aplikace filtračních technik při identifikaci hospodářského cyklu se zabývá například Kapounek (2009). Jak uvádí Schenk-Hoppé (2001), statistické filtry mohou navíc u nestacionárních časových řad produkovat klamné hospodářské cykly, neboť detekovaná trendová složka není zpravidla konzistentní s touto částí časové řady, která reflektuje technologický pokrok. Při analýze pracuje růstový cyklus s očištěnými detrendovanými hodnotami proměnných.

Canova (1998) ke statistickým metodám řadí např. metodu prvních diferencí, deterministické modely, proceduru Beveridge a Nelsona, nebo model nepozorované složky (*Unobserved components model* – UC). V případě ekonomických metod zde zahrnuje modely obvyklých deterministických a stochastických trendů vycházejících z ekonomické teorie, jako je např. Hodrickův-Přescottův (HP) filtr nebo Baxterův-Kingův (BK) filtr. Je tedy zřejmé, že statistické metody vycházejí primárně ze statistických předpokladů a lze je použít jak pro identifikaci trendové složky, tak cyklické, a každou z nich lze zkoumat odděleně. Nebo lze použít ekonomické metody, které zohlední trend i cyklus a které vycházejí především z teorie vysvětlující mechanismus generující ekonomické fluktuace.

Růstový hospodářský cyklus můžeme tedy získat jako výsledek po odstranění dlouhodobého trendu vývoje pomocí dekompozice sezónně očištěné časové řady na trendovou a reziduální složku, přičemž reziduální složkou vnímáme právě jako cyklickou složku obsahující i nepravidelné fluktuace malého významu. Vztah trendu a cyklické složky tak hraje významnou roli při zvoleném postupu. Z uvedeného je patrné, že různé filtrovací metody mají různý vliv na stanovení cyklů, jeho fázi a jeho bodů zlomu. Trend v průběhu času kolísá, může netriviálním způsobem vzájemně působit s cyklickou složkou časové řady a může být těžké jej izolovat. Tím mohou vzniknout identifikace cyklů v různých délkách, kdy některé z nich jsou příliš dlouhé, některé příliš krátké v porovnání se standardními klasifikací hospodářského cyklu. Všechny uvedené metody lze tedy vnímat jako lepší/horší aproximace, které izolují aspekty dlouhodobé složky a cyklické složky časové řady.

V souvislosti s použitím různých postupů získání růstového cyklu se objevují některé problémy. Řada metod vyžaduje stacionaritu vstupní datové řady, což nemusí být vždy splněno. Rovněž rozsah datového souboru hraje významnou roli. V případě posuzování například transitivních ekonomik jsou tyto soubory zpravidla malé. Dále se objevuje požadavek nezávislosti mezi jednotlivými složkami časové řady. Z hlediska robustnosti dosažených výsledků je proto vhodné provádět analýzu růstového pojetí cyklu zvoleného makroekonomického ukazatele pomocí několika filtrovacích metod a získané výsledky vzájemně porovnávat.

Předkládaný příspěvek se zabývá posouzením vhodnosti filtračních technik z pohledu modelování růstového hospodářského cyklu České republiky. Studie se zaměřuje na nejčastěji používané metody, a to na FOD a UC metodou, dále pomocí regresní funkce, neparametrického jádrového odhadu a filtrováním pomocí Baxterova-Kingova, Christianova-Fitzgeraldova a Hodrickova-Prescottova filtru. Pro posouzení a následné doporučení vhodných technik je využito grafického posouzení a korelací růstových cyklů.

Organizace článku je následující. První část věnuje pozornost popisu metod, které jsou využity pro empirickou analýzu. Druhá část specifikuje datovou základnu spolu s odkazy na jejich dostupnost. Třetí část se zabývá samotnou empirickou analýzou a sumarizuje dosažené výsledky. Následně je připojen závěr. Pro empirické analýzy bylo využito programového prostředí MATLAB 2009b.

1. Materiál a metodika

Než přistoupíme k popisu filtračních technik, přijmeme předpoklad, že použité vstupní hodnoty jsou sezónně očištěné, transformované přirozeným logaritmem a budeme je označovat jako Y_t (Arlt a Arltová, 2007). Jestliže máme časovou řadu Y_t , $t = 1 \dots n$ regresní vztah může být popsán rovnicí ve tvaru

$$Y_i = x_i + \varepsilon_i = g_i + c_i + \varepsilon_i, \quad i = 1 \dots n \quad (1)$$

kde

- g_i – dlouhodobý trend neboli růstová složka,
- c_i – cyklická složka vyvstávající z fluktuací hospodářského cyklu,
- ε_i – nepravidelná složka odrážející nesystematický pohyb časové řady.

Je-li zájem analytika soustředěn na odhad a následný popis trendové funkce při použití sezónně očištěných dat, pak lze zjednodušit vyjádření časové řady $Y_i = x_i + \varepsilon_i = q_i + c_i$, $i = 1 \dots n$ jako aditivní spojení trendové složky q_i a cyklické složky c_i , kdy ε_i nepravidelná složka může být vnímána jako součást cyklické složky (Hodrick a Prescott, 1980).

1.1. Vybrané deterministické modely

Filtrování vybranými deterministickými modely, a to regresní funkcí je statisticky platné v případě, pokud dlouhodobá složka nebo růstová složka jsou lineární časový trend. Tedy, je-li vstupní časová řada Y_t tzv. trendově stacionární. V některých případech vykazuje regresní parabola (QF) lepších statistických hodnot (testy průkaznosti modelu, parametrů) než regresní přímka (LF). Pak je vhodné přihlídnout k těmto ukazatelům při výběru vhodné filtrovací regresní funkce a volbu filtrovací funkce uvážit v širších souvislostech. Jak uvádějí Bonenkamp, Jacobs a Kuper (2001), není-li Y_t trendově stacionární, ale diferencně stacionární, povede lineární detrendování k nalezení zdánlivých cyklů. Pak může být lepším filtrovacím způsobem metoda prvních diferencí.

1.2. Metoda první diference a nepozorované složky

Dle Canovy (1998) je základními předpoklady aplikace FOD jako filtrovací metody, že dlouhodobá složka časové řady je náhodná procházka s nulovým posunem, dále stacionarita cyklické složky a nekorelovanost obou složek. Je také požadováno, aby časová řada Y_t měla jednotkový kořen, který je způsobený dlouhodobou složkou časové řady. Jestliže uvedené předpoklady nejsou splněny, nelze tuto metodu považovat za dobrou filtrovací techniku. Lze ji však využít jako způsob transformace vstupních dat do procesu datování hospodářského cyklu (Canova, 1998).

Klíčové předpoklady metody UC jsou, že dlouhodobá složka následuje proces náhodné procházky s posunem a cyklická složka je stacionární konečného řádu autoregresního procesu (AR) (Bonenkamp, Jacobs a Kuper; Canova, 1998). Oproti FOD proceduře připouští korelovanost jednotlivých složek časové řady. Některá současná literatura dokonce připouští, že posun v náhodné procházce může být posunem v čase (Harvey a Jager, 1993).

1.3. Neparametrický jádrový odhad

Dalším možným způsobem konstrukce odhadu je využití neparametrických jádrových odhadů. Jejich výhodou je, že nekladou požadavek na znalost rozložení vstupního datového souboru. Obecně lze jádrový odhad zapsat takto:

$$\hat{m}(x) = SY = \sum_{i=1}^n W_i(x; h) Y_i$$

kde $W_i(x, h)$ označuje váhovou funkci. Váhové funkce, které lze zapsat do vyhlazovací matice $S = (s_{ij}) = (W_i(x_j; h))$, $i, j = 1 \dots n$, závisí na h , i , x a K . Poznamenejme, že $h = h_n$ je kladná konstanta a nazývá se šířka vyhlazovacího okna, $h < x < 1 - h$ a že vyhlazovací matice S nezávisí na Y . Šířka vyhlazovacího okna, jádro i jeho řád významnou měrou ovlivňují kvalitu výsledného odhadu. Označme $K_h(\cdot) = \frac{1}{h} K\left(\frac{\cdot}{h}\right)$.

Nechť jsou hodnoty x pevně voleny experimentátorem a hodnoty Y jsou závislé na hodnotách x . Označme pro potřeby definování Gasserova-Müllerova (GM) odhadu regresní rovnici

$$Y_i = m(x_i) + \varepsilon_i, \quad i = 1 \dots n \quad (2)$$

s neznámou regresní funkcí m a chybou pozorování ε_i , pro kterou platí $E(\varepsilon_i) = 0$, $D(\varepsilon_i) = \sigma^2$, $i = 1 \dots n$. Myšlenka jádrového vyhlazování je najít vhodnou aproximaci \hat{m} odhadu funkce m , přičemž předpokládáme ekvidistantní rozdělení bodů plánu x_i intervalu $[0, 1]$. Gasserův-Müllerův typ jádrového odhadu funkce m je definován

$$\hat{m}^{(v)}(x) = \sum_{t=1}^n Y_t \frac{1}{h^{v+1}} \int_{s_{t-1}}^{s_t} K\left(\frac{x-u}{h}\right) du \quad (3)$$

Body plánu $x_i \in [0, 1]$, $i = 1 \dots n$, jsou vzestupně uspořádané a pro body s_i , $i = 0 \dots n$ platí $s_0 = 0$, $s_i = (x_{i+1} + x_i)/2$, $i = 1 \dots n - 1$ a $s_n = 1$. Pro prvky vyhlazovací matice $S = (s_{ij}) = (W_i(x_j; h))$, $i, j = 1 \dots n$, v bodě plánu x_j , s šířkou vyhlazovacího okna h , pro Gasser-Müllerův odhad platí vztah

$$W_i(x_j; h) = \frac{1}{h^{v+1}} \int_{s_{i-1}}^{s_i} K\left(\frac{x_j - u}{h}\right) du \quad (4)$$

Podrobněji o tomto typu odhadu píšou Wand a Jones (1995), Horová (2002) nebo Härdle (1990). Výhodou využití Gasserova-Müllerova odhadu je možnost odhadovat nejen funkci, ale také její derivace. Praktické využití této možnosti lze nalézt při identifikaci bodů extrému, kdy neznáme předpis funkce a kdy je dána

pouze množina pozorování. Takovým případem může být i modelování hospodářského cyklu na empirických hodnotách, kdy jsou body zlomu (vrcholy a dna ekonomické aktivity) v podstatě extrémní funkce (Poměnková, 2010).

Volba šířky vyhlazovacího okna ovlivňuje kvalitu odhadu. Při špatné volbě parametru h dochází ke zhoršení odhadu, kdy pro velké šířky vyhlazovacího okna je výsledný odhad přehlazený a pro malé podhlazený. Odhad optimální šířky vyhlazovacího okna lze provést pomocí různých přístupů (Härdle, 1990; Chiu, 1991). Většina z těchto přístupů je založena na reziduálním součtu čtverců, který je využíván jako odhad průměrné střední kvadratické chyby odpovídajícího jádrového odhadu. Protože i typ jádrové funkce rovněž ovlivňuje kvalitu výsledného odhadu, budeme pracovat s tzv. optimálními jádry, které také minimalizují průměrnou střední kvadratickou chybu (Granovsky, Müller a Pfeifer, 1995; Gasser, Müller a Mammitzsch, 1985).

V případě konstrukce jádrových odhadů se může objevit situace obecně nazývaná jako *hraniční efekty*. Jedná se o zhoršení odhadu, resp. zvětšení vychýlení, odhadu v koncových oblastech datového souboru. Tato skutečnost může být způsobena velikostí vyhlazovacího okna $[x - h, x + h] \not\subset [0, 1]$, a tedy i váhová funkce nemůže využít celého vyhlazovacího okna. Další příčinou tohoto efektu může být menší množství pozorování v hraniční oblasti. V případě výskytu hraničních efektů lze využít metody pro jejich úpravu, například metodu zrcadlení nebo hraničních jader (Hall a Wehrzly, 1991; Koláček a Poměnková, 2006; Poměnková, 2008).

1.4. Hodrickův-Prescottův filtr

Mezi další používané filtry můžeme řadit například Hodrickův-Prescottův (HP) filtr (1980), Baxterův-Kingův (BK) filtr (Baxter a King, 1999), nebo Christianův-Fitzgeraldův (CF) filtr (Christiano a Fitzgerald, 1999). Poslední dva jmenované dobře aproximují tzv. ideální filtr (Guay a Sant-Amant, 2005; Christiano a Fitzgerald, 1999). Z hlediska této vlastnosti jsou výsledky filtrovaných časových řad přesnější než například při použití HP filtru s obecně stanovenou hodnotou vyhlazovacího parametru.

Hodrickův-Prescottův filtr je založen na minimalizaci rozptylu cyklické složky c_t vůči druhé diferenci trendové složky g_t :

$$\min_{\{g_t\}_{t=1}^n} \sum_{i=1}^n (Y_i - g_i)^2 + \lambda \sum_{i=2}^{n-1} [(g_{i+1} - g_i) - (g_i - g_{i-1})]^2 \quad (4)$$

kde cyklická složka představuje odchylky od dlouhodobého trendu a její hladkost je měřena prostřednictvím kvadrátu druhých diferencí. Parametr λ určuje průběh odhadnuté trendové komponenty. Jak ukázali i Harvey a Jager (1993),

v nekonečné verzi lze HP filtr interpretovat jako optimální lineární filtr trendové komponenty. V mnoha studiích je doporučovanou hodnotou λ pro čtvrtletní periodicitu dat $\lambda = 1\,600$, například Ahumada a Garegnani (1990), Guay a Sant-Amant (2005), Hodrick-Prescott (1980). Poznamenejme, že tento filtr nepožaduje stabilitu trendové složky v čase, jako je tomu pro lineární filtry. Význam této výhody však klesá souběžně s rostoucí hodnotou vyhlazovacího parametru. Nevýhodou tohoto filtru je problém koncových bodů, resp. koncových odhadů. Jestliže časová řada začíná a končí v rozdílných fázích cyklu, pak může být trend tažen nahoru nebo dolů pro několik prvních a posledních pozorování. Mimo to se zde může vyskytovat fázový posun. Vychýlení je při aplikaci na roční či čtvrtletní hodnoty odhadováno přibližně na tři roky (Baxter a King, 1999).

1.5. Baxterův-Kingův filtr

Pásmový filtr navržený Baxterem a Kingem (1999) (BK filtr) je založen na spektrální analýze časové řady a věnuje zvýšenou pozornost délce trvání cyklu. Jde o lineární typ filtru dvoustranných klouzavých průměrů, které procházejí složkami časové řady mezi šesti čtvrtletími až osmi lety, přičemž odstraňující složky vysokých a nízkých frekvencí. Protože pracuje na základě klouzavých průměrů zkombinovaných s metodou spektrální analýzy, je nutné určit hodnotu klouzavé části obecně označovanou jako K , což vede k následnému odříznutí počátečních a koncových K hodnot. Délka klouzavého úhrnu ovlivňuje kvalitu dekompozice, přičemž růst klouzavého úhrnu vede k lepší aproximaci ideálního filtru, ale k větší ztrátě dat. Ztráta dat je velkou nevýhodou této metody, zvláště při aplikaci na transitivní typ ekonomiky, jako je Česká republika, které disponují malým rozsahem dat. Řady filtrované BK filtrem jsou obvykle integrované od druhého řádu, nebo s lineárním či kvadratickým deterministickým trendem. Proto je tento typ filtru vhodný pro analýzu dlouhodobějších časových řad, oproti například Hodrickově-Prescottově filtru. Definici tohoto filtru lze nalézt například v práci Baxtera a Kinga (1999) nebo Hauga a Dewalda (2004).

1.6. Christianův-Fitzgeraldův filtr

Christianův a Fitzgeraldův filtr (Christiano a Fitzgerald, 1999) je dalším typem filtru definovaným ve frekvenční doméně, který dobře aproximuje tzv. ideální filtr. Tento filtr vybírá váhy pro filtr klouzavých průměrů s cílem minimalizace střední kvadratické chyby mezi filtrovanou časovou řadou Y_i^* založenou na ideálním filtru a filtrovanou časovou řadou \hat{Y}_i^* založenou na jeho aproximaci $E\left[\left(Y_i^* - \hat{Y}_i^*\right)^2 \mid Y\right]$, pro $Y = [Y_1 \dots Y_n]$. Ve frekvenční oblasti můžeme tento problém zapsat

$$Q = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} |A(\omega) - B^{p,f}(\omega)|^2 S_Y(\omega) d\omega \quad (5)$$

s výběrem vah optimálního filtru

$$B^{p,f}(\omega) = \sum_{j=-f}^p b_j^{p,f} e^{-k\omega j} \quad (6)$$

s hodnotami $f = n - i$ a $p = i - 1$ pro $i = 1 \dots n$. $A(\omega)$ je v obecnosti komplexní číslo, které můžeme zapsat také jako $A(\omega) = |A(\omega)| e^{-k\varphi(\omega)}$, kde $\varphi(\omega)$ je fázový posun způsobený filtrem, $S_Y(\omega)$ je spektrální hustota Y_t (Hamilton, 1994). Filtrační váhy jsou nastaveny vzhledem k důležitosti spektra v dané frekvenci, a proto závisí na vlastnostech časové řady Y_t (Haug a Dewald, 2003). V případě filtru Baxtera a Kinga není spektrum při optimalizaci uvažováno. Řešení pro filtrovanou časovou řadu je pak dáno vztahem

$$\hat{Y}_i^* = b_0 Y_i + b_1 Y_{i+1} + \dots + b_{n-1} Y_{n-1} + \tilde{b}_{n-i} Y_i + b_1 Y_{i-1} + \dots + b_{i-2} Y_2 + \tilde{b}_{i-1} Y_1 \quad (7)$$

Je-li to možné, před aplikací filtru je vhodné odstranit z původní časové řady deterministický nebo jiný významný trend (Christiano a Fitzgerald, 1999; Haug a Devald, 2004). Jako vhodné se jeví odtržení dlouhodobého trendu lineární, popřípadě kvadratickou, funkcí nebo HP filtrem. Je známo, že při použití konstanty $\lambda \rightarrow \infty$ u HP filtru se odhadnutá trendová složka přibližuje k lineárnímu trendu. Odstranění trendu lineární funkcí využili při práci s CF filtrem například Iacobucci a Noullez (2005).

2. Data

Jak uvedli Harding a Pagan (2002), ekonomický cyklus je především o souběžném pohybu několika veličin. Hrubý domácí produkt (HDP) je obecně považován za nejširší ukazatel ekonomické aktivity národa, proto většina analýz pracuje právě s tímto agregátním ukazatelem, nebo s některým kompozitním ukazatelem založeným například na jednotlivých složkách HDP. Oproti tomu OECD využívá indexu průmyslové výroby, prostřednictvím kterého je sledován trend vývoje celé ekonomiky.

V souvislosti s diskutovanou problematikou budou analyzovány dvě vybrané časové řady České republiky dostupné z portálu Eurostatu. V obou případech půjde o absolutní hodnoty ve čtvrtletní frekvenci, očištěné o sezónnost a inflaci, které budou před analýzou transformovány přirozeným logaritmem. Vybranými

časovými řadami jsou sezonně očištěné čtvrtletní hodnoty celkové průmyslové výroby bez stavebnictví, v konstantních cenách roku 2000, v období 1996/Q1 – 2008/Q4, vyjádřené v miliónech národní měny (bude označováno jako průmysl) (Eurostat, 2009a), a sezonně očištěné čtvrtletní hodnoty HDP v konstantních cenách roku 2000, v období 1996/Q1 – 2008/Q4, vyjádřené v miliónech národní měny (Eurostat, 2009b).

3. Výsledky

3.1. Nastavení vstupních parametrů

Časové řady HDP a průmyslu budou filtrované metodou FOD, metodou UC, regresní křivkou (přímka – LF, kvadratická funkce – QF), Gasserovým-Müllero-vým odhadem (GM), HP filtrem s parametrem $\lambda = 1\,600$, BK filtrem s délkou klouzavé části $K = 7$, CF filtrem při odstranění dlouhodobého trendu regresní přímkou (CF – LF) a Hodrickovým-Prescottovým filtrem (CF – HP). Nastavení mezních kmitočtů pásmových filtrů (BK a CF filtrů) vychází z práce Guaye a St. Amanta (1997), kdy připouštíme nejkratší periodu hospodářského cyklu v délce šesti čtvrtletí a nejdelší 32 čtvrtletí.

Aby nedošlo k podhlazení výsledného GM odhadu, je nejprve potřeba najít optimální hodnoty vyhlazovacích parametrů (Härdle, 1990). Proto byly optimalizovány parametry šířka vyhlazovacího okna a řád jádra. Pro šířku vyhlazovacího okna byly zvoleny metody minimalizující průměrnou střední kvadratickou chybu, a to Riceho penalizační funkce, metoda Fourierovy transformace, Akai-kovo informační kritérium, metoda krížového ověřování a Malowsova metoda (Härdle, 1990; Rice, 1984).

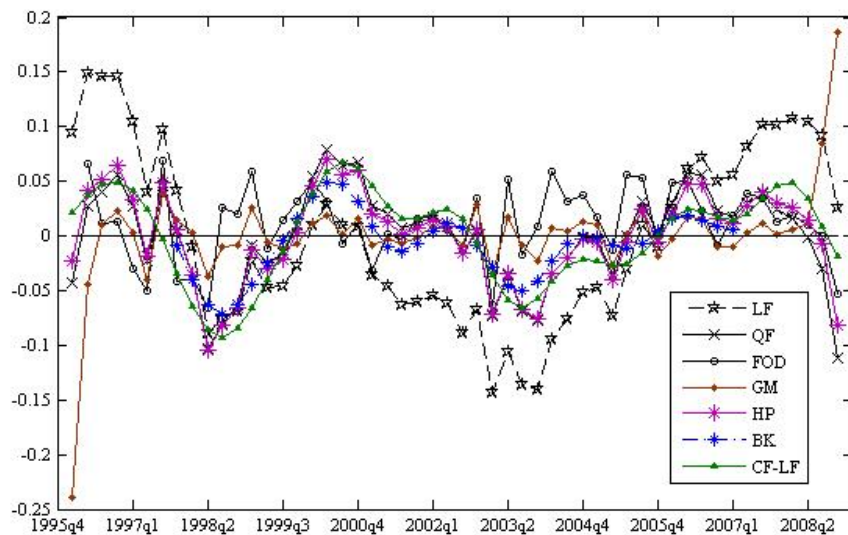
Na základě odhadnutých hodnot bylo provedeno grafické posouzení a vybrána výsledná optimální šířka vyhlazovacího okna. V případě optimalizace řádu jádra byla rovněž využita průměrná střední kvadratická chyba, která je minimalizována použitím jader hladkosti 1, tzv. optimálních jader (Granovsky, Müller a Pfeifer, 1995; Gasser, Müller a Mammitzsch, 1985). Pro hodnoty průmyslu i HDP je optimální hodnota šířky $h = 0,0484$ a typ jádrové funkce $K \in S_{0,2}^1$. Dalším problémem, který vyvstává v souvislosti s GM odhadem, mohou být hraniční efekty.

Jak již bylo uvedeno v metodické části článku, hraničními efekty ve smyslu jádrových odhadů chápeme zhoršení kvality odhadu v hraničních oblastech, a tedy i v získaných reziduích. Příčinou tohoto efektu může být menší množství pozorování v hraniční oblasti. Tyto hraniční efekty je možné upravit například pomocí techniky zrcadlení nebo hraničních jader.

3.2. Výsledky aplikací filtračních technik

Obrázek 1

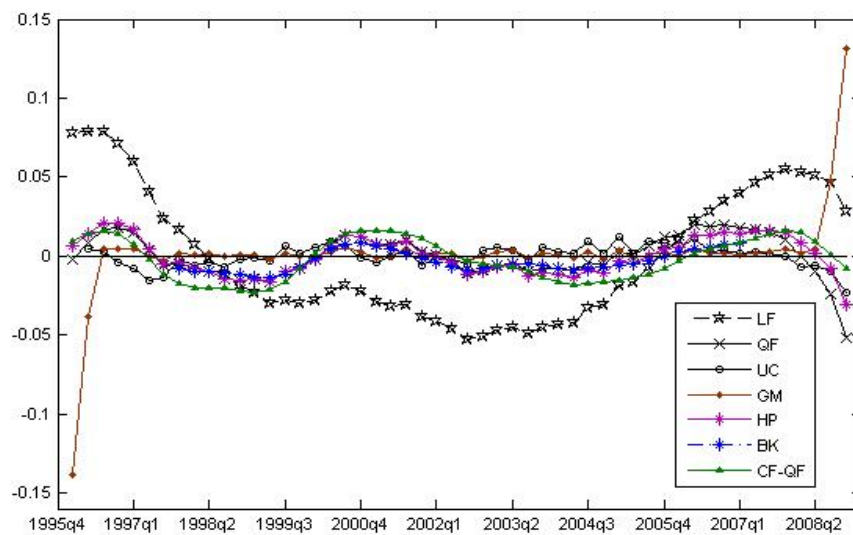
Růstový cyklus hodnot průmyslu v ČR



Zdroj: Vlastní výpočet; data: Eurostat (2009b).

Obrázek 2

Růstový cyklus hodnot HDP v ČR



Zdroj: Vlastní výpočet; data: Eurostat (2009a).

Pro hodnoty průmyslu můžeme konstatovat, že s výjimkou UC metody lze všechny uvažované techniky považovat za vhodné k odstranění dlouhodobého trendu časové řady. Metoda UC nespĺňuje podmínku, že trendová komponenta je procesem náhodné procházky s posunem. V případě FOD techniky je korelace mezi trendovou a cyklickou složkou statisticky nevýznamná. Při filtrování prostřednictvím regresní funkce byla jako výchozí volena přímka, následně kvadratická funkce. Posouzením statistik odhadnutých modelů bylo zjištěno, že kvadratická funkce lépe vystihuje dlouhodobý trend vývoje průmyslu. Z obrázku 1 je patrné vychýlení GM v odhadu krajních hodnotách. Přestože vzniklé hraniční efekty GM odhadu byly upravovány, nepodařilo se je zcela odstranit. Získaná rezidua proto vykazují zvětšené vychýlení v koncových hodnotách, jmenovitě v první hodnotě a posledních dvou hodnotách. Tyto hodnoty lze pro následné analýzy z datového souboru vyloučit, čímž však dojde ke snížení rozsahu souboru o tři hodnoty. Test stacionarity reziduí je aplikován na redukovaný datový soubor. V případě CF filtru byla provedena předfiltrace regresní přímkou a HP filtrem. Výsledný růstový cyklus po následné aplikaci CF filtru vykazoval velmi blízkých výsledků, tendence poklesů a růstů posloupností obou hodnot filtrovaných řad je stejná.

V případě hodnot HDP můžeme konstatovat, že pro detrendování nelze použít FOD techniku z důvodu korelace trendové a cyklické složky (korelační koeficient dosahuje hodnoty 0,445, p-hodnota = 0,001). Při filtrování prostřednictvím regresní funkce byla využita přímka a kvadratická funkce. Posouzením statistik odhadnutých modelů bylo zjištěno, že kvadratická funkce lépe vystihuje dlouhodobý trend vývoje HDP. V případě GM odhadu se vyskytly přetrvávající hraniční efekty i přesto, že byly upraveny podobně jako u hodnot průmyslu. Získaná rezidua proto vykazují zvýšené vychýlení v koncových hodnotách. Tyto hodnoty lze pro následné analýzy z datového souboru vyloučit, čímž však dojde ke snížení rozsahu souboru o čtyři hodnoty. Test stacionarity reziduí je aplikován na redukovaný datový soubor. Při aplikaci CF filtru na hodnoty HDP nejsou výsledky růstových cyklů tak vzájemně blízké, jako tomu bylo při práci s hodnotami průmyslu při odstranění dlouhodobého trendu přímkou a HP filtrem. Pro doplnění bylo proto provedeno před aplikací CF filtru i předfiltrování kvadratickou funkcí. Získaný výsledek růstového cyklu pak lépe reflektuje blízkost s výsledkem růstového cyklu při vstupním detrendování HP filtrem, jako je tomu v případě průmyslu pro vstupní odstranění trendu přímkou a HP filtrem.

3.3. Vyhodnocení výsledků

Tabulka 1 uvádí výsledky testu stacionarity získaných reziduí. Řád zpoždění pro rozšířený Dickeyův-Fullerův (ADF) test byl volen pomocí informačních kritérií (AIC, SC; Seddighi, Lawler a Katos, 2000), dále podle Jarque-Bera testu

normality (Green, 1997) a podle Dickeyova-Fullerova (DF) testu bílého šumu (Seddighi, Lawler a Katos, 2000) získaných reziduí ADF testu. Z tabulky 1 vidíme, že ve většině případů postačí řád zpoždění nižší. Připomeňme, že v případě GM odhadu byly testy aplikované na redukováných datových souborech. V případě aplikace na celém datovém souboru, tj. včetně bodů vykazujících hraniční efekty, by byl řád zpoždění ADF testu z tohoto důvodu podstatně vyšší. Pro rezidua získaná aplikací CF filtru bylo v této fázi zkoumáno, zda vstupní filtrování (přímka, HP filtr) ovlivňuje výslednou stacionaritu. V případě hodnot HDP byla analýza doplněna i o testování stacionarity pro případ vstupního filtrování kvadratickou funkcí, přičemž byl zjištěn stejný výsledek jako pro případ vstupního filtrování přímkou. Tabulka 1 proto uvádí výsledek jen pro případ CF – LF.

T a b u l k a 1

Testování stacionarity kolem nuly pro rezidua (významnost/zpoždění)

	LF	QF	FOD/UC	GM	HP	BK	CF – LF	CF – HP
Průmysl	***/1	***/1	***/1	***/2	***/1	***/4	***/1	***/1
HDP	***/1	***/1	***/1	***/4	***/1	***/3	***/1	***/1

Vysvětlivky: H_0 – nestacionarita e_t , p-value > α ; H_1 – stacionarita e_t , p-value < α , 1 % (***) , 5 % (**), 10 % (*).

Zdroj: Vlastní výpočet.

Shrnutí dosažených výsledků filtračních technik z hlediska jejich použitelnosti uvádí tabulka 2. Jako nevhodná se jeví metoda využívající GM odhad. Příčinou nevhodnosti této metody jsou hraniční efekty, které pro disponibilní datové soubory nemizí ani po aplikaci metod sloužících k jejich úpravě nebo odstranění. Volba a využití této metody bude diskutována dále. Posouzení vhodnosti filtrování regresní funkcí (LF, QF) na základě jejich statistik (významnost parametrů, vhodnost modelu) umožňuje použití obou přístupů.

T a b u l k a 2

Posouzení vhodnosti detendovací techniky pro zvolená data

	LF	QF	FOD	UC	GM	HP	BK	CF
Průmysl	$R^2_{adj} = 0,86$; p.v.	$R^2_{adj} = 0,96$; p.v.	ano	ne	hr. efekt	ano	ano	ano
HDP	$R^2_{adj} = 0,91$; p.v.	$R^2_{adj} = 0,98$; p.v.	ne	ano	hr. efekt	ano	ano	ano

Vysvětlivky: ano – metoda splňuje předpoklady použití; ne – metoda nespĺňuje předpoklady použití, p. v. – parametry modelu významné, hr. efekt – odhad má hraniční efekty.

Zdroj: Vlastní výpočet.

Posuďme dále, jak se chovají jednotlivá rezidua získaná různým filtrováním zvoleného ukazatele z hlediska vzájemné těsnosti závislosti, tedy korelace. Tento přístup umožní vyhodnotit vliv filtrovací metody na hodnoty růstového cyklu z hlediska podobnosti metod a také pomůže rozhodnout, zda je při práci s CF filtrem vhodné provést vstupního filtrování před jeho aplikací pomocí regresní

přímky, kvadratické funkce, nebo HP filtrem. Dodejme, že při výpočtu hodnot korelačních koeficientů bylo pro korelaci růstového cyklu založeného na reziduích BK filtru s ostatními růstovými cykly přistoupeno k redukci rozsahu datových souborů. Pro vzájemné korelace ostatních růstových cyklů bylo využito délky datového souboru zkrácené o jedno pozorování vlivem dostupného počtu hodnot pro FOD a UC metodu. Pro analýzu budou použity pouze růstové cykly získané metodami splňující požadavky na jejich aplikaci.

T a b u l k a 3

Hodnoty korelačních koeficientů růstových cyklů

	HDP	Průmysl							
		LF	QF	FOD/UC	GM	HP	BK	CF – LF	CF – HP
LF		1	0.5953	0.1817	0.2366	0.6989	0.6208	0.6361	0.6559
QF		0.3496	1	0.4473	-0.0588	0.9827	0.8981	0.8095	0.8512
UC/FOD		-0.2611	0.4963	1	0.0359	0.4295	0.1977	0.1058	0.1260
GM		0.1146	-0.5487	-0.4943	1	0.0411	0.3290	0.0587	0.0116
HP		0.6033	0.9180	0.2633	-0.3452	1	0.8978	0.8541	0.8815
BK		0.4338	0.9272	0.2694	0.3490	0.9535	1	0.9336	0.9562
CF-LF		0.4403	0.6121	0.0078	-0.0447	0.8180	0.8667	1	0.9900
CF-HP		0.4715	0.7366	0.0781	-0.1377	0.8941	0.9256	0.9656	1
CF-QF		0.4828	0.8143	0.1418	-0.2160	0.9220	0.9367	0.8956	0.9793

Poznámka: Dolní trojúhelník – hodnoty pro HDP, horní trojúhelník – hodnoty pro průmysl. Pro HDP platí metoda FOD, pro průmysl metoda UC.

Zdroj: Vlastní výpočet

Při hodnocení výsledků pro průmysl (tab. 3, horní trojúhelník) lze pozorovat nejlepší podobnost mezi růstovými cykly HP, QF a filtry typu pásmová propust CF, BK. V obou případech je podobnost ohodnocena vysoce významně, na úrovni přesahující 93 %. Posoudíme-li pomocí korelačního koeficientu vhodnost vstupního filtrování přímkou nebo HP filtrem před aplikací CF filtru, pak se obě metody jeví stejně vhodné. Vzájemná korelace těchto růstových cyklů je velmi těsná.

Z výsledků pro HDP (tab. 3, dolní trojúhelník) je patrná podobnost mezi filtry typu pásmová propust (BK, CF), mezi filtrem HP a filtry typu pásmová propust (HP, BK), (HP, CF) a dále mezi filtrem HP a QF. Ve všech zmíněných případech je podobnost ohodnocena vysoce významně, na úrovni přesahující 91 %. V případě filtrování CF filtrem mohou korelace pomoci při rozhodování o způsobu vstupního filtrování dat. Připomeňme, že filtrování přímkou vykazovalo ve srovnání s filtrováním kvadratickou funkcí a HP filtrem rozdílnějších výsledků. Posoudíme-li korelace těchto cyklů (CF – LF, CF – QF a CF – HP), vidíme, že korelace mezi výsledky při filtrování přímkou, kvadratickou funkcí a HP filtrem nejsou příliš rozdílné (CF – HP, CF – LF; CF – HP, CF – QF). Z filtrů definovaných ve frekvenční doméně je pak nejvyšší těsnost při filtrování BK filtrem a CF filtrem při vstupním filtrování kvadratickou funkcí. Na základě těchto výsledků

se jeví filtrování kvadratickou funkcí nebo HP filtrem před aplikací CF filtru jako vhodnější. Podobnost použitých metod pro první až čtvrtou nejlepší metodu je pro zvolené ukazatele přehledně zaznamenaná v tabulce 4.

T a b u l k a 4

Podobnost metod (pořadí 1. – 4. nejlepší)

	Pořadí podobnosti metod		
	1.	2.	3. – 4.
Průmysl	HP, QF	CF – LF, BK	HP, BK; QF, BK
HDP	HP, BK	CF – QF, BK	QF – BK; HP, CF – QF

Zdroj: Vlastní výpočet.

Dosažené výsledky podporují skutečnost, že HP filtr je konstruován jako filtr odstraňující dlouhodobý trend (filtr typu horní propust) se zabudovanou omezující podmínkou na hladkost cyklické složky měřené kvadrátem druhých diferencí. Z tohoto hlediska jej lze vnímat jako lepší filtr než při použití jen regresní funkce. Na druhou stranu při využití tohoto filtru dochází k negativnímu efektu, kterým je propouštění i vysokofrekvenčních, tj. rychle se pohybujících, složek, což je v případě filtrů typu pásmová propust řešeno nastavením frekvenčního pásma. Filtry typu pásmová propust jsou tak lépe uzpůsobeny k filtrování v mezích hospodářských cyklů, jak je definovali již Burns a Mitchel (1946, s. 590).

Vraťme se k zobrazení růstových cyklů analyzovaných ukazatelů při zvolených filtračních technikách (obr. 1 a 2). Jejich posouzení pomůže odhalit atypické chování růstového cyklu způsobeného filtrační technikou. V případě obou posuzovaných ukazatelů jsou patrné dvě skutečnosti. U růstového cyklu získaného filtrováním regresní přímkou je patrné vybočení tohoto cyklu z celkového rázu růstových cyklů. Dále jsou pro oba posuzované ukazatele zřetelné hraniční efekty GM odhadu, které se nepodařilo zcela odstranit ani dodatečnou úpravou.

Hodnotíme-li na základě tohoto globálního posouzení vhodnost filtrování regresní přímkou, pak její použití lze doporučit spíše jako metodu přefiltrování dlouhodobého trendu před aplikací Christianova-Fiteraldova filtru, jak doporučují Haug a Devald (2003). V jiném případě by následující analýza takto nalezeného růstového cyklu mohla poskytovat nepřesné výsledky.

T a b u l k a 5

Korelace růstových cyklů s GM odhadem růstového cyklu bez/s hraničními efekty

		LF	QF	FOD/UC	HP	CF – LF	CF – QF	CF – HP
Průmysl	GM	0.2366	-0.0588	0.0359	0.0411	0.0587	x	0.0116
	GM**	0.2658	0.5322	0.5252	0.5297	0.1857	x	0.2072
HDP	GM	0.1146	-0.5487	-0.4943	-0.3452	-0.0447	-0.1377	-0.2160
	GM**	0.4247	0.5166	0.3366	0.6015	0.4571	0.4550	0.4303

Vysvětlivky: ** redukce o odhady s hraničními efekty, x – výpočet neprováděn.

Zdroj: Vlastní výpočet.

Aplikace GM odhadu jako metody pro filtrování dlouhodobého trendu při daném rozsahu datového souboru hodnot HDP a průmyslu pro Českou republiku se jeví spíše jako nevhodná. Hlavním důvodem jsou přetrvávající hraniční efekty odhadu, které se nepodařilo odstranit ani po aplikaci odpovídající metody. Tento problém nastal pravděpodobně z důvodu malého rozsahu souboru. Provedeme-li posouzení vzájemné těsnosti mezi růstovými cykly a GM odhadem na neredukovaném i redukovaném souboru dat (tab. 5), můžeme vidět nárůst hodnot korelačních koeficientů. Poznamenejme, že redukovaným souborem dat rozumíme soubor s vypuštěním krajních odhadů s hraničním efektem. Lze tedy předpokládat, že při větším rozsahu datového souboru by problém hraničních efektů mohl být méně výrazný, nebo by se nemusel vyskytovat vůbec. Dále je zapotřebí zvýšené pozornosti při optimalizaci parametrů odhadu vzhledem k rozsahu datového souboru. Současně se tato metoda v kontextu ostatních použitých metod jeví jako technicky náročnější.

I přes tyto skutečnosti nelze GM odhad označit za obecně nevhodnou metodu pro práci s hospodářským cyklem. Za předpokladu existence delších časových řad mohou již zmíněné nedostatky pominout. Navíc při využití možnosti odhadu derivací trendu funkce umožňuje spolu s interpolací alternativní způsob a přesnější stanovení okamžiků vrcholu a dna hospodářského cyklu. Oproti ostatním metodám umožňuje tento typ odhadu také interpolaci mezi pozorováními nebo konstrukci odhadu chybějících pozorování uvnitř datového souboru.

Závěr

Předkládaný příspěvek se zabýval posouzením vhodnosti filtračních technik z pohledu modelování růstového hospodářského cyklu České republiky do období počátku finanční krize. Studie zaměřila pozornost na nejčastěji používané filtrační metody. Analýza byla provedena na sezónně očištěných čtvrtletních hodnotách průmyslové produkce a HDP v letech 1996 – 2008. Pro posouzení a následné doporučení vhodných technik bylo využito grafického zobrazení a korelací růstových cyklů.

Na základě provedené analýzy můžeme pro práci s růstovými cykly České republiky doporučit filtry typu pásmová propust, jmenovitě Christianův-Fitzgeraldův filtr, u kterého oproti Baxterově-Kingově filtru nedochází ke ztrátě dat. Je však potřeba mít na zřeteli možný fázový posun výsledků. Z důvodů robustnosti je tedy vhodné použít oba filtry a dosažené výsledky porovnat.

Hodrickův-Prescottův filtr může být také vhodný, zde je však použití filtru nutno posuzovat v kontextu s navazující analýzou, např. datováním cyklu. Filtrovaní regresní funkcí lze doporučit jako metodu vstupního filtrování před použitím

Christianova-Fitzgeraldova filtru. Je potřeba si uvědomit, že deterministické modely (přímka, kvadratická funkce) mají jistá omezení, která podobně jako Hodrickův-Prescottův filtr mohou ovlivnit výsledky navazujících analýz výrazněji, než jak bychom očekávali u filtrů typu pásmová propust. Ať již využijeme filtrování regresní funkcí, nebo Hodrickův-Prescottův filtr, je potřeba mít na paměti, že tímto způsobem dochází k odstranění pouze nízkofrekvenčních složek ze vstupní časové řady, přičemž vysokofrekvenční složky (zpravidla již nepovažované za hospodářské cykly) se do růstového cyklu přenesou.

Metodu prvních diferencí a nepozorované složky pro získání růstového cyklu spíše nedoporučujeme. Tento závěr podporuje tvrzení Hardinga a Pagana (2002), kteří aplikaci metod diferencí považují spíše za transformaci hodnot pro následné datování cyklů.

Gasserův-Müllerův odhad se ukázal pro aplikaci na použitém datovém souboru jako filtrační metoda nevhodný, a to primárně pro přetrvávající hraniční efekty. Bude-li však cílem využití této metody možnost odhadu chybějících pozorování, interpolace nebo hledání bodů zlomu, pak konstrukce odhadu nebo jejich derivací uvnitř datového souboru může být velmi užitečným nástrojem analýzy hospodářského cyklu.

Literatura

- AHUMADA, H. – GAREGNANI, M. L. (1999): Hodrick-Prescott Filter in Practice. Buenos Aires: Universidad Nacional de La Plata.
- ARLT, J. – ARLTOVÁ, M. (2007): Ekonomické časové řady. Vlastnosti, metody, modelování. Příklady a aplikace. Praha: Grada, 285 s. ISBN 978 80 247 13199.
- BAXTER, R. – KING, R. G. (1999): Measuring Business Cycles: Approximate Band – Pass Filters for Economic Time Series. *Review of Economic and Statistics*, 81, č. 4, s. 575 – 593.
- BONENKAMP, J. – JACOBS, J. – KUPER, G. H. (2001): Measuring Business Cycles in the Netherlands, 1815 – 1913: A Comparison of Business Cycle Dating Methods. [SOM Research Report, No. 01C25. Systems, Organisation and Management.] Groningen: University of Groningen. [Online.]
- BURNS, A. F. – MITCHELL, W. C. (1946): Measuring Business Cycles. New York: National Bureau of Economic Research. ISBN: 0-870-14085-3
- CANOVA, F. (1998): De-trending and Business Cycle Facts. *Journal of Monetary Economics*, 41, č. 3, s. 533 – 540.
- CANOVA, F. (1999): Does De-trending Matter for the Determination of the Reference Cycle nad Selection of Turniny Points? *The Economic Journal*, 109, č. 452, s. 126 – 150.
- EUROSTAT (2009a): National Accounts (including GDP). (Quarterly National Accounts – GDP and Main Components – Volumes.) [Online.] Dostupné na: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/national_accounts/data/database>. Cit. 2009-03-18.
- EUROSTAT (2009b): National Accounts (including GDP). (Quarterly National Accounts – Quarterly National Accounts by 10 Branches) [Online.] Dostupné na: <http://epp.eurostat.ec.europa.eu/portal/page/portal/national_accounts/data/database>. Cit. 2009-03-18.

- FIDRMUC, J. – KORHONEN, I. (2006): Meta-analysis of the Business Cycle Correlation between the Euro Area and CEECs. *Journal of Comparative Economics*, 34, č. 3, s. 518 – 537.
- FIDRMUC, J. – KORHONEN, I. – BÁTOROVÁ, I. (2008): China in the World Economy: Dynamic Correlation Analysis of Business Cycles. *CESifo Economic Studies*, DOI:10.1093/cesifo/ifs016.
- FIDRMUC, J. – IKEDA, T. – IWATSUBO, K. (2012): International Transmission of Business Cycles: Evidence from Dynamic Correlations. *Economics Letters*, 114, č. 3, s. 252 – 255.
- GASSER, T. L. – MÜLLER, H. G. – MAMMITYSCH, V. (1985): Kernels for Nonparametric Curve Estimation. *J. Royal Statistical Society*, B47, s. 238 – 251.
- GRANOVSKY, B. L. – MÜLLER, H. G. – PFEIFER, C. (1995): Some Remarks on Optimal Kernel Function. *Statistics & Decision*, 13, č. 2, s. 101 – 116.
- GREEN, W. H. (1997): *Econometric Analyses*. London: Prentice-Hall. 1076 p. ISBN 0-13-7246659-5.
- GUAY, A. – ST-AMANT, P. (2005): Do the Hodrick-Prescott and Baxter-King Filters Provide a Good Approximation of Business Cycles? *Annales d'Economie et de Statistique*, ENSAE, č. 77, s. 133 – 155.
- HALL, P. – WEHRZLY, T. E. (1990): A Geometrical Method for Removing Edge Effects from Kernel – Type Nonparametric Regression Estimators. *Journal of the American Statistical Association*, 86, č. 415, s. 665 – 672.
- HALLETT, A. H. – RICHTER, C. (2004): A Time-frequency Analysis of the Coherences of the US Business Cycle and the European Business Cycle. [CEPR Discussion Paper, No. 4751.] London: Centre for Economic Policy Research.
- HAMILTON, J. D. (1994): *Time Series Analysis*. Princeton, NJ: Princeton University Press. 799 s. ISBN 0-691-04289-6.
- HARDING, D. – PAGAN, A. (2002): Dissecting the Cycles: A Methodological Investigation. *Journal of Monetary Economics*, 49, č. 2, s. 365 – 381.
- HÄRDLE, W. (1990): *Applied Nonparametric Regression*. Cambridge: Cambridge University Press. 349 s. ISBN 10: 0521429501.
- HARVEY, A. C. – JAEGER, A. (1993): De-trending, Stylized Facts and the Business Cycle. *Journal of Applied Econometrics*, 8, č. 3, s. 231 – 247.
- HAUG, A. A. – DEWALD, W. G. (2004): Longer-term Effects of Monetary Growth on Real and Nominal Variables, Major Industrial Countries, 1880 – 2001. [Working Paper Series, No. 382.] Frankfurt am Main: European Central Bank. ISSN 1725-2806.
- HODRICK, R. J. – PRESCOTT, E. C. (1980): Post-war U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation [Mimeo.] Pittsburgh, PA: Carnegie-Mellon University. 24 s.
- HOROVÁ, I. (2002): Optimization Problems Connected with Kernel Estimates, Signal Processing, Communications and Computer Science. Zografou, Greece: World Scientific and Engineering Society Press, s. 339 – 334.
- CHIU, S. T. (1991): Some Stabilized Bandwidth Selectors for Nonparametric Regression. *Annals of Statistics*, 19, č. 3, s. 1528 – 1546.
- CHRISTIANO, L. J. – FITZGERALD, T. J. (1999): The Band Pass Filter. [Working Paper, No. 9906.] Cleveland: Federal Reserve Bank of Cleveland.
- IACOBUCCI, A. – NOULLEZ, A. (2005): A Frequency Selective Filter for Short-Length Time Series. *Computational Economics*, 25, č. 1 – 2, s. 75 – 102.
- KOLÁČEK, J. – POMĚNKOVÁ, J. (2006): Comparative Study of Boundary Effects for Kernel Smoothing. *Austrian Journal of Statistics*, 35, č. 2&3, s. 281 – 288.
- KAPOUNEK, S. (2009): Estimation of the Business Cycles – Selected Methodological Problems of the Hodrick-Prescott Filter Application. *Polish Journal of Environmental Studies*, 18, č. 5B, s. 227 – 231.
- LEBIEDZIK, M. – TULEJA, P. – PAUHOFOVÁ, I. (2008): Komparace připravenosti České republiky a Slovenské republiky na zavedení eura. *Ekonomický časopis/Journal of Economics*, 56, č. 1, s. 22 – 38.

-
- MUNDEL, R. A. (1961): A Theory of Optimum Currency Areas. *American Economic Review*, 51, č. 4, s. 657 – 665.
- POMĚNKOVÁ, J. (2008): Remarks to Optimum Kernels and Boundary Optimum Kernels. *Applications of Mathematics*, 53, č. 4, s. 305 – 317.
- POMĚNKOVÁ, J. (2010): An Alternative Approach to the Dating of Business Cycle: Nonparametric Kernel Estimation. *Prague Economic Papers*, č. 3, s. 251 – 272.
- RICE, J. (1984): Bandwidth Choice for Nonparametric Regression. *The Annals of Statistics*, 12, č. 4, s. 1215 – 1230.
- SEDDIGHI, H. R. – LAWLER, K. A. – KATOS, A. V. (2000): *Econometrics. A Practical Approach*. New York: Routledge, s. 262 – 287.
- SCHENK-HOPÉ, K. R. (2001): *Economic Growth and Business Cycles: A Critical Comment on Detrending Time Series*. [Working Paper, No. 54.] Zurich: Institute of Empirical Research in Economics University of Zurich. ISSN 1424–0459.
- ŠEBESTA, V. V. – MARŠÁLEK, R. (2011): A Cyclical Component Estimation Using the AR Process and its Error – An Application to Economic Time Series. *Puerta De La Cruz, Spain: Recent Research in Circuits, Systems, Communications & Computers*, s. 94 – 100.
- WAND, M. P. – JONES, M. S. (1995): *Kernel Smoothing*. 1st ed. London: Chapman & Hall.
- WOŹNIAK, P. – PACZYŃSKI, W. (2007): *Business Cycle Coherence between Euro Area and the EU New Member State: A Time-Frequency Analysis*. Prague: Center for Economic Research and Graduate Education and the Economics Institute (CERGE-EI).