

## Modelovanie volatility a predikčné modely vysokofrekvenčných finančných dát: štatistický a neurónový prístup<sup>1</sup>

Dušan MARČEK\*

---

### Volatility Modelling and the Forecasting Models of High Frequency Financial Data: Statistical and Neural Approach

#### Abstract

*In the article we first introduce asymmetric response of equity volatility to return shock and then the effect of good and bad news to volatility for empirical time series of EUR/USD (EUR currency against US dollar) exchange rates in the pre-crisis period, during the crisis and the post-crisis period. We found that GARCH-class models with normal errors are not capable to capture fully the leptokurtosis in empirical time series, while Student's  $t$  and GED errors provide better description for the conditional volatility. Then, we alternatively develop forecasting models based on the ARIMA/GARCH methodology and on the neural approach. In the direct comparison between statistical and neural models, the experiment shows that the neural approach clearly improve the forecast accuracy.*

**Keywords:** *time series models, high frequency data, GARCH models, asymmetric volatility, leverage effect, RBF ANN*

**JEL Classification:** C01, C22, C45, C51, C58, C62

---

#### Úvod

Analýza, štúdium a modelovanie stochastických finančných vysokofrekvenčných časových radov v poslednom čase nadobúda čoraz väčší význam, hlavne pokiaľ ide o fluktuácie cien aktív, výnosov a volatilitu. Finančné trhy, analýzy

---

\* Dušan MARČEK, Vysoká škola báňská, Technická univerzita Ostrava, Ekonomická fakulta, Sokolská 33, 702 00 Ostrava, Česká republika; e-mail: [dusan.marcek@vsb.cz](mailto:dusan.marcek@vsb.cz)

<sup>1</sup> Článok bol napísaný za podpory Európskeho sociálneho fondu v rámci projektu CZ.1.07/2.3.00/20.0296.

aktív a volatility, sú frekventovanými témami hlavne v súvislosti so vznikom globálnej finančnej krízy. Pre finančné trhy s vysoko likviditnými aktívami je typická vlastnosť kolísania cien aktív, a teda aj symptónu volatility ako miery fluktuácie cien. Vzostup volatility na akciovom trhu má za následok značné výkyvy v smere nárastu alebo poklesu cien. Investori chápu vzostup volatility ako zvýšené riziko, čo spôsobuje presun kapitálu do menej rizikových aktív. Táto fluktuácia cien akcií je nielen sama osebe deštruktívna, ale je aj príznakom trhovej efektívnosti (Goudarzi a Ramanarayan, 2011). Naskytá sa otázka, či volatilita ako miera fluktuácie cien je príčinou krízy finančných trhov, alebo je skôr jej dôsledkom. Autori Goudarzi a Ramanarayan (2011) i Sed'a (2011) zastávajú názor, že problém fluktuácie cien, ktorá ovplyvňuje efektívnosť finančných trhov, spôsobuje deštruktívnu výstrednosť volatility, čo vedie k zrušeniu alebo ku kríze celého systému finančných trhov, ako to bolo možné pozorovať napríklad v rokoch 2008 – 2009.

Volatilita je dôležitým faktorom pri obchodovaní s aktívami na finančných trhoch. Volatilitou budeme spravidla rozumieť smerodajnú odchýlku cien základných aktív. Pojem *volatilita* je spájaný s takými javmi či vlastnosťami, ako sú: zhlukovanie rozptylu, tzv. tlsté konce (*fat tails*), pretrvávanie, návrat k dlhodobej úrovni, stálosť a pákový efekt alebo efekt zo zadlženia. Zhlukovanie rozptylu znamená, že po veľkých zmenách v hodnotách veličiny často nasledujú ďalšie veľké zmeny a naopak, po malých zmenách nasledujú ďalšie malé zmeny. Kvantitatívne to možno vyjadriť priebehom autokorelačnej funkcie absolútnej hodnoty aktív alebo ich štvorcov, ktorá je kladná a pozvoľne klesajúca. Zhlukovanie volatility je úzko späté s leptokurtickým rozdelením hodnôt veličiny, t. j. s rozdelením, ktoré preukazuje „tlstejšie“ konce než štandardné Gaussovo rozdelenie. Zhlukovanie volatility zároveň naznačuje, že po období vysokých hodnôt volatility bude nasledovať „normálna“ úroveň volatility, a takisto po období s nízkou volatilitou dôjde nakoniec k nárastu volatility na „normálnu“ úroveň. Vlastnosť návratu k dlhodobej úrovni znamená, že existuje akási dlhodobo ustálená úroveň volatility, na ktorú by sa volatilita mala po rôznych fluktuáciách vrátiť. Z tohto dôvodu by všetky predpovede dostatočne vzdialených budúcich hodnôt volatility mali konvergovať k tejto úrovni bez ohľadu na čas, v ktorom boli robené, teda nemali by byť ovplyvnené okamžitou hodnotou volatility. Fenomén tzv. tlstých koncov je známy aj ako *špicatosť pravdepodobnostného rozdelenia*. O volatilitě hovoríme, že je perzistentná alebo, že má vlastnosť dlhej pamäte, ak jej okamžitá úroveň ovplyvňuje očakávanú hodnotu na viac období dopredu, resp. ak trvá istý čas, kým sa volatilita vráti na svoju dlhodobú úroveň. Jav *pákový efekt* vyjadruje asymetrický účinok pozitívnych a negatívnych zmien ceny aktív na volatilitu, konkrétne negatívnu koreláciu volatility a výnosov aktív.

Znamená to, že negatívne šoky pôsobia na volatilitu inak ako rovnako veľké pozitívne šoky. Vysvetľuje sa to tým, že poklesom ceny aktív vzrastie miera zadlženosti vlastného imania firmy. Takisto v dňoch, keď sa neobchoduje, akumulujú sa informácie, ktoré sa prejavia vo zvýšenej volatilitě v nasledujúcich obchodovateľných dňoch.

Štúdium volatility a jej vzťah k výnosom aktív obchodovaných na finančných trhoch sa stali predmetom analýz nielen na rozvinutých finančných trhoch, ale aj na novo vznikajúcich európskych trhoch, ako sú napríklad akciové trhy v Poľsku, Českej republike (Seďa, 2011) a Maďarsku. Rovnako tak ekonometrický výskum už dávno preukázal, že ARCH-GARCH typy modelov majú celú škálu zaujímavých vlastností, ktoré sú atraktívne pre ekonometrické aplikácie. Spôsobnosť predikovať budúcnosť sa mení z jednej periódy na druhú a ekonometrické predikčné modely založené na predpoklade konštantného rozptylu prognózy pre jedno obdobie dopredu v mnohých finančných procesoch neobstoja. Pre vysokofrekvenčné finančné časové rady je vlastná skutočnosť, že ich rozptyly sú v čase premenlivé. Podobne výnosy z portfólií finančných aktív sú tradične opisované ako funkcie očakávaných stredných hodnôt a rozptylov výnosov. Zatiaľ čo zmena strednej hodnoty v čase je opisovaná nejakým modelom časového radu, rozptyl v mnohých prípadoch zostáva v čase nenáležite konštantný.

V príspevku prezentujeme niektoré výsledky konštrukcií modelov pre štúdium účinkov očakávania priaznivého alebo nepriaznivého celkového ekonomického rozvoja na prognózovanie vysokofrekvenčných finančných dát kurzov meny euro voči americkému doláru. Cieľom článku je prezentovať a zhodnotiť možnosti modelovania účinkov dobrých a zlých správ na volatilitu pomocou triedy modelov ARCH a ich vzťah ku kurzom vo vývoji finančných trhov v obdobiach pred vznikom finančnej krízy a po jej vzniku. Druhým cieľom článku je poskytnúť a zhodnotiť metodologické rámce na modelovanie vysokofrekvenčných dát, založené na dňových údajoch kurzov EUR/USD vo forme modelov ARIMA-GARCH a modelu RBF (*Radial Basic Function*) neurónovej siete. V rámci tohto cieľa ide aj o poskytnutie informácie, či uvedené dva metodologické prístupy produkujú prijateľné predpovede v obdobiach počas globálnej finančnej krízy a po jej ukončení až do konca roku 2012, generované modelmi kvantifikovanými z dát z predkrízového obdobia.

V druhej časti prezentujeme niektoré ARCH-GARCH triedy modelov na modelovanie vysokofrekvenčných finančných dát s ich vlastnosťami a interpretáciou. V časti tri prezentujeme vývoj modelov ARCH/GARCH na modelovanie volatility výnosov časového radu kurzov EUR/USD v období pred začiatkom finančnej krízy a v období počas jej trvania, až do konca roku 2012. Štvrtá časť je venovaná vývoju predikčného modelu časového radu vysokofrekvenčných dát

kurzov EUR/USD so sústredením sa na modely typu ARIMA/GARCH a na model založený na neurónovej sieti. V časti 5 porovnávame a hodnotíme predikčnú presnosť vyvinutých modelov a ich charakteristiku z hľadiska ich uplatnenia. Nakoniec uvádzame záverečné poznámky.

## 1. Niektoré modely ARCH-GARCH procesov skúmania finančných dát

Pre vysokofrekvenčné finančné časové rady je vlastná skutočnosť, že ich rozptyly sú v čase premenlivé. Podobne výnosy z portfólií finančných aktív sa tradične opisujú ako funkcie očakávaných stredných hodnôt a rozptylov výnosov. Zatiaľ čo zmenu strednej hodnoty v čase opisuje nejaký model časového radu, rozptyl v mnohých prípadoch zostáva v čase nenáležite konštantný.

ARCH-GARCH typy procesov a ich modely pre isté špecifické nelineárne dáta časových radov umožňujú podrobne a fundamentálne analyzovať ich dynamiku. ARCH-GARCH modely boli navrhnuté tak, aby zachytili určité charakteristiky alebo javy, ktoré sú vlastné pre finančné procesy. Ide napríklad o charakteristiky (o niektorých sme sa zmienili v úvodnej časti), ako sú zhlukovanie volatility, stálosť procesov, časové obdobie návratu procesu do stavu svojej dlhodobej úrovne, tzv. tlsté konce, pákový efekt. Význam modelov typu ARCH tkvie v tom, že umožňujú identifikovať meniace sa podmienky neistoty na trhu. Ich aplikácia môže byť rôznorodá: od použitia na overovanie ekonomických a finančných hypotéz na určitom trhu až po tvorbu optimálnych portfólií a analýz VaR (Georgievski, Mansur a Masih, 2004). Uvedieme niektoré typy a charakteristiky modelov ARCH.

Prvý model, ktorý poskytol ucelený rámec na modelovanie rozptylu, je Englov model ARCH (Engle, 1982). Bollerslev (1986) rozšíril model ARCH známy ako zovšeobecnený ARCH (GARCH) pre postupnosť  $\{\varepsilon_t\}$  dát, v ktorej podmienený rozptyl  $h_t$  závisí aj od skorších podmienených rozptylov, t. j.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j} \quad (1)$$

kde  $\alpha_i$  a  $\beta_j$  sú parametre modelu. Výraz (1) sa zredukuje na ARCH( $m$ ) model, ak  $s = 0$ .

V literatúre je známych niekoľko rozšírení základného modelu GARCH (1). Nelson (1991) navrhol model EGARCH (*Exponential GARCH*), ktorý berie do úvahy pákové efekty, t. j. že pokles ceny aktíva vedie k väčšej volatilitate než rovnaký vzostup ceny aktíva. Model EGARCH teda umožňuje zachytávať javy

„dobrých“ a „zlých“ správ vo vývoji volatility finančných časových radov. Na vývoj dát vysokofrekvenčných časových radov majú výrazný vplyv negatívne šoky, t. j. nepriaznivé postoje investorov a celkové nepriaznivé postoje k ekonomickej situácii, nepriaznivé správy a pod., zatiaľ čo „dobré“ správy majú menší účinok na volatilitu. Model EGARCH podľa Nelsona má tvar

$$\log h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \frac{|\hat{\varepsilon}_{t-i}| + \gamma_i \hat{\varepsilon}_{t-i}}{\sigma_{t-i}} + \sum_{j=1}^q \beta_j \log h_{t-j} \quad (2)$$

kde  $\hat{\varepsilon}_{t-i}$  sú reziduály,  $\gamma_i$  sú koeficienty pákových efektov. Ak  $\hat{\varepsilon}_{t-i}$  je kladné, t. j. predpokladajú sa len „dobré“ informácie, výsledný efekt z  $\hat{\varepsilon}_{t-i}$  je  $(1 + \gamma_i) \hat{\varepsilon}_{t-i}$ . Opačne, ak  $\hat{\varepsilon}_{t-i}$  je záporné, t. j. predpokladajú sa nepriaznivé informácie, potom celkový efekt z  $\hat{\varepsilon}_{t-i}$  je  $(1 - \gamma_i) |\hat{\varepsilon}_{t-i}|$ . Keďže nepriaznivé informácie majú väčší účinok na volatilitu, očakávaná hodnota pákového efektu by mala byť záporná (Zivot a Wang, 2005), čo možno testovať hypotézou na hodnotu  $\gamma < 0$ . Ding, Granger a Engle (1993) na vyjadrenie a identifikáciu pákového efektu navrhli model s označením PGARCH (*Power GARCH*) v tvare

$$h_t^d = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \left( |\hat{\varepsilon}_{t-i}| + \gamma_i \hat{\varepsilon}_{t-i} \right)^d + \sum_{j=1}^q \beta_j h_{t-j}^d \quad (3)$$

kde  $d$  je kladný exponent. Ak  $d = 2$ , potom model (3) sa redukuje na základný model GARCH s pákovými efektmi. Iné modely ARCH-GARCH, ako sú ARCH-GARCH regresný model, ARCH-GARCH – M (*Mean*) model, možno nájsť v Marček (2001) a Marček, Marček a Babel (2009).

Ako sme sa už zmienili, modely typu ARCH sú založené na predpoklade výskytu heteroskedasticity, t. j. premenlivosti rozptylu v čase v jednotlivých pozorovaniach časového radu. Tento predpoklad je niekedy zjavný z ekonomickej teórie, inokedy je veľmi ťažko a priori usudzovať na prítomnosť heteroskedasticity, alebo zdôvodniť jej výskyt adekvátnou ekonomickou teóriou alebo hypotézou. V každom prípade sa štatistickým overením testuje prítomnosť heteroskedasticity. V literatúre najčastejším a najviac odporúčaným testom na heteroskedasticitu v spojitosti s modelmi ARCH je test založený na Lagrangeových multiplikátoroch – LM test (Engle, 1982).

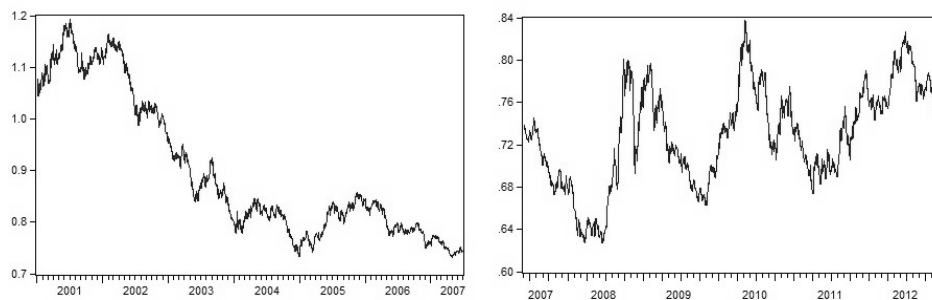
## 2. Dáta, empirická analýza volatility a odhady modelov

Empirickú analýzu volatility a jej vzťah k výnosom, ako aj konštrukciu predikčných modelov vykonáme na dňových dátach časového radu kurzov EUR/USD (eura oproti americkému doláru). Tento časový rad s označením  $\{y_t\}$

zahŕňa spolu 4 382 dňových pozorovaní za obdobie od 1. 1. 2001 do 31. 12. 2012.<sup>2</sup> Grafické zobrazenie vývoja kurzov v čase je na obrázku 1.

O b r á z o k 1

**Časový rad dňových hodnôt menového kurzu EUR/USD v eurách 2001 – 2012**



*Poznámka:* V ľavej časti je obdobie 1. 2001 – 6. 2007, v pravej časti obdobie 7. 2007 – 12. 2012.

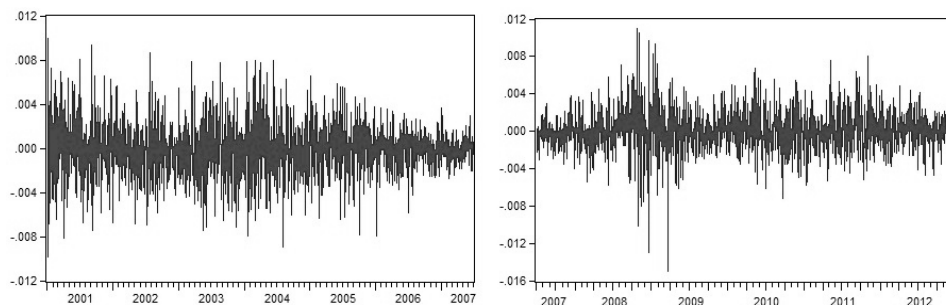
*Prameň:* Vlastné spracovanie.

Pretože ceny kurzov dosahovali najnižšie hodnoty okolo roka 2008 a približne v tom období bola aj volatilita výnosov najväčšia, pre analýzy a kvantifikácie modelov sme celkové obdobie dát časového radu rozdelili na dve časti: na obdobie od januára 2001 do konca júna 2007, t. j. obdobie pred vypuknutím finančnej krízy, a na obdobie od júla 2007 do konca roku 2012, t. j. obdobie trvania finančnej krízy a pokrízové obdobie. Cieľom tohto rozdelenia bolo jednak analyzovať a porovnať správanie volatility výnosov v uvedených dvoch obdobiach, a taktiež preskúmať a zhodnotiť správanie predikčných modelov menových kurzov v krízovom a pokrízovom období (tzv. *out of sample fit*). Vývoj časového radu cien  $\{y_t\}$  nie je rovnomerný, vykazuje nepravidelne striedavo stúpajúci a klesajúci vývoj. V rozsahu tak veľkého počtu pozorovaní a v tak veľkom časovom rozsahu radu sotva možno očakávať, že podmienený rozptyl je konštantný v celom rozsahu pozorovaní. Výnos  $r_t$  v čase  $t$  sme definovali ako rozdiel logaritmov cien kurzu EUR/USD v čase  $t$  a  $t-1$ . t. j.  $r_t = \log y_t - \log y_{t-1}$ . Grafické zobrazenie priebehu výnosov v jednotlivých obdobiach je vidieť na obrázku 2.

Na obrázku 2 je vidieť, že výnos v oboch obdobiach osciluje okolo nulovej strednej hodnoty. Volatilita je v určitých periódach striedavo v kladných a záporných hodnotách nízka a v určitých periódach striedavo vysoká, pričom rozsiahlejšie (väčšie) výkyvy majú tendenciu sa zhlukovať oddelene po periódach relatívneho pokoja.

<sup>2</sup> <<http://www.oanda.com/currency/historical-rates>>.

O b r á z o k 2

**Časový rad výnosov menového kurzu EUR/USD 2001 – 2012**

*Poznámka:* V ľavej časti je obdobie 1. 2001 – 6. 2007, v pravej časti obdobie 7. 2007 – 12. 2012.

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

V tabuľke 1 poskytujeme prehľad niektorých štatistických charakteristík (stredná hodnota, smerodajná odchýlka, zošikmenie, špicatosť a Jarque-Berov test normality) výnosov v oboch časových obdobiach. Hodnota koeficientu šikmosti je v krízovom období záporná, čo znamená, že rad má dlhé konce. Hodnoty koeficientov špicatosti sú vysoké, čo naznačuje, že obidve rozdelenia sú leptokurtické. Podľa očakávania aj Jarque-Berov test v oboch časových radoch zamieta normalitu na 5 % hladine významnosti.

T a b u ľ k a 1

**Popisné štatistické charakteristiky výnosov kurzu EUR/USD**

Obdobie	1. 2001 – 6. 2007	7. 2007 – 12. 2012
Stredná hodnota	$6.56 \cdot 10^{-5}$	$4.15 \cdot 10^{-6}$
Smerodajná odchýlka	0.00214	0.00213
Šikmosť	0.05688	-0.4983
Špicatosť	5.42304	6.97767
Jarque-Berov test	581.3003	1 326.574
p-hodnota	0.0000	0.0000

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

Na zisťovanie štatistickej významnosti ARCH efektu v oboch časových periódach sme aplikovali ARCH-LM (*Lagrange-Multiplier*) test (Engle, 1982). Test LM predpokladá nulovú hypotézu  $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$  o neprítomnosti ARCH, podľa ktorej všetky hodnoty parametrov  $\alpha$  vo funkcii podmieneného rozptylu sú nulové, čo znamená, že neexistuje ARCH, oproti alternatíve, ich hodnoty sú rôzne od nuly. Hodnoty LM testu majú symetrické rozdelenie  $\chi^2$  s  $p$  stupňami voľnosti. Test preukázal heteroskedasticitu v dátach časového radu výnosov kurzov EUR/USD.

Po zistení prítomnosti ARCH efektu sme postupne odhadli ML (*Maximum Likelihood*) odhadovou metódou parametre modelov (1) až (3) a príslušné hodnoty AIC kritéria, t. j. GARCH(1,1); EGARCH(1,1) a PGARCH(1,1). Tieto údaje spolu s odhadmi parametrov sú uvedené v tabuľke 2.

T a b u ľ k a 2

**Odhady parametrov modelov volatility pre časové rady výnosov kurzu EUR/USD**

Obdobie	1. 2001 – 6. 2007					7. 2007 – 12. 2012				
	koef.	hodnota	sm.odch.	p-hodn.	AIC	koef.	hodnota	sm.odch.	p-hodn.	AIC
GARCH (1.1)	$\alpha_0$	$1.90 \cdot 10^{-9}$	$2.18 \cdot 10^{-9}$	0.3832	-9.581	$\alpha_0$	$1.72 \cdot 10^{-8}$	$5.44 \cdot 10^{-9}$	0.0015	-9.621
	$\alpha_1$	0.02058	0.00239	0.0000		$\alpha_1$	0.0289	0.00333	0.0000	
	$\beta_1$	0.97830	0.00223	0.0000		$\beta_1$	0.9675	0.00287	0.0000	
PGARCH (1.1)	$d$	1.79534	0.347035	0.0000	-9.580	$d$	2.1588	0.4883	0.0000	-9.623
	$\alpha_0$	$1.64 \cdot 10^{-9}$	$7.34 \cdot 10^{-9}$	0.8227		$\alpha_0$	$6.05 \cdot 10^{-9}$	$1.82 \cdot 10^{-8}$	0.7397	
	$\alpha_1$	0.02069	0.00383	0.0000		$\alpha_1$	0.02158	0.0057	0.0021	
	$\gamma_1$	0.15118	0.06358	0.0174		$\gamma$	0.18301	0.0608	0.0026	
	$\beta$	0.98022	0.0023	0.0000		$\beta$	0.97159	0.0031	0.0000	
EGARCH (1.1)	$\alpha_0$	-15.197	0.9681	0.0000	-9.476	$\alpha_0$	-9.3377	0.6094	0.0000	-9.5627
	$\alpha_1$	0.2945	0.0305	0.0000		$\alpha_1$	0.5079	0.0313	0.0000	
	$\gamma_1$	0.0273	0.0205	0.1832		$\gamma_1$	0.0325	0.0234	0.1648	
	$\beta_1$	-0.2174	0.0791	0.0060		$\beta_1$	0.2763	0.0489	0.0000	

Prameň: Vlastné spracovanie.

V tabuľke 2 je zrejmé, že podmienená heteroskedasticita je signifikantná vo všetkých modeloch v oboch obdobiach. Podmienené stredné hodnoty sú v oboch modeloch a v oboch obdobiach významné. Asymetrický účinok pákového efektu ovládaného parametrom  $\gamma_1$  je významný v modeli PGARCH(1,1) v oboch obdobiach. Podľa tohto modelu v období 7. 2007 – 12. 2012 stupeň účinku na nové pozitívne správy je  $0,02158^{2,1588} = 0,000253$ ; v periódach ekonomickej depresie spôsobí pákový efekt asymetrický skok volatility  $(0,02158 + +0,18301)^{2,1588} = 0,032534$ . V modeli EGARCH sa nepotvrdila asymetria volatility v oboch obdobiach.

Pri modelovaní volatility časového radu výnosov kurzov EUR/USD sme až dosiaľ reštriktívne predpokladali, že chybový člen pochádza z normálneho rozdelenia. Mnohé štatistické balíky, napríklad softvér R systému, e-views a iné vývojové štatistické modelovacie nástroje, poskytujú možnosť vytvárať zovšeobecnené rozdelenie chýb – GED (*Generalized Error Distribution*), studentizované reziduály a štandardizované reziduály. Prvé dva lepšie reprezentujú tzv. tlsté konce empirického rozdelenia asymetrických modelov. Pre časové rady sme postupne



zopakovali odhad parametrov s informáciami o hodnotách AIC pre asymetrické GARCH typy modelov s predpokladmi, že reziduály majú Studentovo  $t$  a GED rozdelenie. V tabuľke 3 sú poskytnuté príslušné hodnoty AIC a hodnoty pravdepodobnostnej funkcie z ML odhadovej funkcie pre všetky typy rozdelení.

T a b u ľ k a 3

**Odhady hodnôt AIC kritérií a hodnôt ML funkcií pre všetky modely volatilit**

Obdobie	1. 2001 – 6. 2007					
Rozdelenie	normálne		Studentovo $t$		GED	
Model/Kritérium	AIC	ML	AIC	ML	AIC	ML
PGARCH(1,1)	-9.5802	11 363.42	-9.6816	11 484.61	-9.7434	11 557.85
EGARCH(1,1)	-9.4767	11 239.71	-9.6386	11 432.71	<b>-9.7511</b>	<b>11 565.97</b>
Obdobie	7. 2007 – 12. 2012					
Rozdelenie	normálne		Studentovo $t$		GED	
Model/Kritérium	AIC	ML	AIC	ML	AIC	ML
PGARCH(1,1)	-9.6229	9681.90	-9.6491	9 709.19	-9.7083	9 788.36
EGARCH(1,1)	-9.5627	9620.31	-9.6461	9 705.16	<b>-9.7117</b>	<b>9 771.18</b>

Prameň: Vlastné spracovanie.

Z tabuľky 3 je vidieť, že vo všetkých modeloch chyby modelované zovšeobecneným rozdelením poskytujú lepšie výsledky. Na záver tejto časti tiež možno konštatovať, ako to vyplýva z tabuľky 2, že aplikovaný asymetrický model PGARCH je vhodný a je v súlade s teoretickým očakávaním na analyzovanie procesu podmienenej heteroskedasticity pre dňové dáta časového radu výnosov meny EUR/USD pre obidve vyšetřované obdobia.

### 3. Vývoj predikčných modelov

V tejto časti uvedieme vývoj a aplikáciu predikčného modelu časového radu hodnôt kurzov EUR/USD. Sústreďme sa najskôr na vývoj modelu typu ARIMA/GARCH, potom na model založený na neurónových sieťach RBF. Bude nás zaujímať, či modely kvantifikované z dát z obdobia predchádzajúceho vzniku finančnej krízy sú schopné prijateľne predikovať dáta v krízovom a pokrízovom období. Ponecháme preto totožné rozdelenie dát ako v časti 2, t. j. na obdobie kvantifikácie modelov od januára 2001 do konca júna 2007 (predkrízové obdobie) a na obdobie ex post predpovedí (tiež s pomenovaním ako validačná množina dát) od júla 2007 do konca roku 2012.

#### 3.1. Konštrukcia predikčného modelu typu ARIMA/ARCH-GARCH

Pri konštrukcii vhodného predikčného modelu je najdôležitejším momentom výber potenciálnych vstupných (vysvetľujúcich) veličín, ktoré determinujú vývoj výstupnej (vysvetľovanej) veličiny. Pretože pre vývoj ARIMA modelov je potrebné

pracovať so stacionárnymi časovými radmi, časový rad bol najprv testovaný na stacionárnosť pomocou ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) testu na jednotkový koreň. Test potvrdil nestacionárnosť prvého rádu. Preto bol časový rad diferenciáciou transformovaný na stacionárny s označením  $\{\Delta y_t\}$ . Výsledky z ADF testu sú uvedené v tabuľke 4.

T a b u ľ k a 4

**Kontrola stacionarity časového radu EUR/USD (6. 2001 – 12. 2012)**

ADF test	t-štatistika	p-hodnota
Pôvodný časový rad	-0.85062	0.8039
Časový rad po diferencovaní	-51.1475	0.0001

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

Na výber vysvetľujúcich premenných sme použili nástroje tradičnej štatistickej analýzy, ako sú ACF (*Auto Correlation Function*), PACF (*Partial ACF*) a AIC/BIC kritériá (*Akaike/Bayesian Information Criterium*) aplikované na časový rad  $\{\Delta y_t\}$  a jeho posuny. Zisťovali sme maximálny posun časového radu, pre ktorý bol PACF štatistický významný so zohľadňovaním minimalizovania hodnoty AIC. Týmto spôsobom boli špecifikované viaceré varianty modelov, z ktorých bol na základe najmenšej hodnoty AIC vybraný model ARIMA (1,1,1) v tvare

$$\Delta y_t = \xi + \varphi_1 \Delta y_{t-1} + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \varepsilon_t \quad (4)$$

kde  $\xi$ ,  $\varphi_1$ ,  $\theta_1$  sú neznáme parametre modelu a  $\varepsilon_t$  je náhodná veličina s vlastnosťami bieleho šumu. Parametre jednotlivých modelov sme odhadli pomocou metódy maximálnej vierohodnosti, pre ktorú sme počiatočné hodnoty vypočítali metódou najmenších štvorcov. Kvantifikovaný model (4) má nasledujúci tvar

$$\Delta y_t = -0,000134 - 0,716860 \Delta y_{t-1} + 0,694124 \varepsilon_{t-1} + e_t \quad (5)$$

kde  $e_t$  sú rezíduá z modelu (4). Odhady parametrov, ich smerodajných odchýlok, t-štatistik, p-hodnôt, Durbinova-Watsonova (D-W) hodnota a F hodnota sú uvedené v tabuľke 5.

T a b u ľ k a 5

**Doplňujúce údaje z kvantifikácie modelového vzťahu (5) – ARIMA(1,1,1) obdobie kvantifikácie 1. 2001 – 6. 2007**

Parameter	Hodnota	Smerodajná odchýlka	t-štatistika	p-hodnota	Testov. štatistiky
$\xi$	-0.000134	$9.32 \cdot 10^{-5}$	-1.43951	0.1501	D - W = 2.03998
$\varphi_1$	-0.716860	0.123477	-5.80561	0.0000	F = 10.82526
$\theta_1$	0.694124	0.128083	5.419320	0.0000	p(F - št.) = 0.00002

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

Z výsledkov testov v tabuľke 5 vyplýva, že model (4) bol korektne špecifikovaný. Ako sme už uviedli, vysokofrekvenčné finančné dáta, ako sú dáta časového radu menového kurzu EUR/USD, odrážajú štylizovaný fakt premenlivého rozptylu v čase. Test LM aplikovaný na dáta menového kurzu EUR/USD pre posuny 1, 4, 8 a 12 preukázal prítomnosť heteroskedasticity rezíduí v modeli (5).

Opäť využijeme možnosť vylepšenia modelu (4) tak, aby to lepšie vystihovalo dynamiku modelovaného časového radu. Na tento účel budeme zisťovať, či pravdepodobnostné rozdelenie náhodnej zložky lepšie vystihne Studentovo  $t$ , resp. GED rozdelenie. Výber najlepšieho ARCH typu modelu vyberieme podľa hodnoty AIC, príp. podľa hodnoty pravdepodobnostnej funkcie. Tieto hodnoty pre vybrané typy ARCH modelov sú uvedené v tabuľke 6.

Tabuľka 6

Vypočítané hodnoty informačných kritérií (AIC) a pravdepodobnostnej funkcie LL (*Log-Likelihood*) s uvažovaním asymetrických modelov volatility rezíduí modelu (4)

Rozdelenie	Normálne		Studentovo $t$		GED	
	AIC	ML	AIC	ML	AIC	ML
GARCH(1,1)	-8.152	9664.577	-8.251	9782.823	-8.341	9890.889
PGARCH(1,1)	-8.1508	9664.78	-8.253	9795.576	<b>-8.341</b>	<b>9891.384</b>
EGARCH(1,1)	-8.148	9660.989	-8.080	9581.232	-8.274	9811.575

Prameň: Vlastné spracovanie.

Z tabuľky 6 je zrejmé, že najnižšiu hodnotu AIC z uvažovaných asymetrických modelov poskytuje model PGARCH(1,1) so zovšeobecneným rozdelením chýb. Odhad jeho parametrov s hodnotami testov sú uvedené v tabuľke 7.

Tabuľka 7

Odhad parametrov modelu PGARCH(1,1) pre časový rad rezíduí modelu (4), obdobie 1. 2001 – 6. 2007

Model	Koeficient	Hodnota	Smerodajná odchýlka	$p$ -hodnota	D-W=2,038  AIC=-8,341
PGARCH(1,1) GED	$d$	1.79534	0.347035	0.0000	
	$\alpha_0$	$1.64 \cdot 10^{-9}$	$7.34 \cdot 10^{-9}$	0.8227	
	$\alpha_1$	0.02069	0.00383	0.0000	
	$\gamma$	0.15118	0.06358	0.0174	
	$\beta_1$	0.98022	0.0023	0.0000	

Prameň: Vlastné spracovanie.

Skutočnosť, že náhodná zložka sleduje PGARCH(1,1) GED, proces sa prejaví aj v odhade parametrov modelu (4). Výsledok odhadu parametrov modelu (4), za predpokladu, že jeho náhodná zložka sleduje proces PGARCH(1,1) GED, je uvedený v tabuľke 8.

T a b u ľ k a 8

**Odhad parametrov modelového vzťahu (4) s dynamikou správania jeho náhodnej zložky modelovanej vzťahom PGARCH(1,1); obdobie kvantifikácie 1. 2001 – 6. 2007**

Parameter	Hodnota	Smerodajná odchýlka	<i>t</i> -štatistika	<i>p</i> -hodnota	D-W
$\xi$	-0.000140	$9.15 \cdot 10^{-5}$	-1.532182	0.1256	1.993527
$\varphi_1$	-0.39187	0.132223	-2.963696	0.0031	
$\theta_1$	0.35538	0.135577	2.621247	0.0088	

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

Nakoniec sme celkové posúdenie vhodnosti modelu vykonali diagnostickým BDS testom (Brock, Dechert a Scheinkman, 1987) aplikovaným na štandardizované reziduály  $\{z_t\}$ , vypočítané ako  $z_t = e_t / h_t$ , kde  $e_t$  je rezíduum z úrovňovej rovnice (4). Test BDS postupne pre hodnoty parametra blízkosti (tolerančného pásma) 0,3; 0,5; 0,7 a 0,9 a pre posuny 2, 3, ..., 6 nepreukázal nelineárnosť v štandardizovaných reziduáloch  $\{z_t\}$ . Po tomto zistení boli modelom ARIMA(1,1,1) + PGARCH(1,1) s GED rozdelením porúch generované ex post predpovede menového kurzu EUR/USD pre validačné obdobie. Vypočítané ex post predpovede sú vynesené v grafe na obrázku 3 vľavo. Hodnoty o ich dosiahnutej predikčnej presnosti sú uvedené v tabuľke 9.

T a b u ľ k a 9

**Súhrnné štatistické miery presnosti ex post prognóz modelu ARIMA(1,1,1) + PGARCH(1,1) RBF siete (7. 2007 – 12. 2012)**

Model Miery presnosti	RMSE	MAPE
ARIMA(1,1,1)+PGARH(1,1) GED	0.00362	0.338
RBF neuronová sieť	0.00192	0.185

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

### 3.2. Neurónový prístup

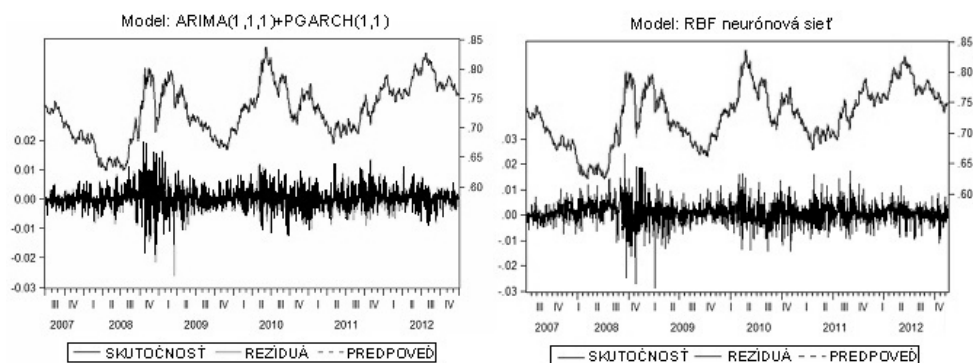
V súčasnosti už mnoho prác a aplikácií ukazuje na úspešný prienik neurónových sietí do riešení ekonomických, finančných, marketingových a štatistických úloh. Napríklad v oblasti modelovania a predikcie menových kurzov a finančných trhov sú to práce Rauscher (1997), Chen, Leung a Daouk (2003), Qi (1999), Zhang, Jaing a Li (2005), Baruník, (2008), v bankovníctve Mckee a Greenstein (2000), Anandarajan, Lee a Anandarajan (2001), Tsai a Wu (2008), Marček, Marček a Babel (2009) a ďalší.

Ak máme charakterizovať vhodnosť uplatnenia neurónových sietí, treba si uvedomiť, že základom úspechu ľubovoľného modelovacieho prístupu je správna špecifikácia vstupných dát a vzťahov medzi nimi. Rovnakou váhou to platí

tak pre štatistické a ekonometrické modelovanie, ako aj pre výber vstupných veličín neurónovej siete. V prípade vývoja modelov založených na metodológii ARMA-ARCH boli vstupné veličiny špecifikované aplikáciou nástrojov štatistickej analýzy dát a následne boli formálne definované vzťahy veličín. Ak za základ modelovania správania menového kurzu bola zvolená metodológia ARMA-ARCH, tak ako vstupy do neurónových sietí možno použiť veličiny vystupujúce na pravej strane modelu (4). Pre rozhodovanie o použití vstupov do neurónových sietí je možné použiť aj iné metódy, napríklad vývoj PACF (parciálnych autokorelačných funkcií) časového radu vysvetľovanej veličiny, ktorá umožňuje identifikovať počet členov autoregresného modelu. Ak PACF pre časový rad vysvetľovanej veličiny má nulové hodnoty pre všetky vyššie posuny ako  $p$ , v tom prípade ako vstupy do neurónových sietí prichádzajú do úvahy posunuté časové rady vysvetľujúcej veličiny s posunmi 1, 2, ...,  $p$ .

Obrázok 3

**Modelom ARIMA(1,1,1) + PGARCH(1,1) a RBF neurónovou sieťou vypočítané ex post predpovede hodnôt menového kurzu EUR/USD v eurách**



*Poznámka:* Skutočné hodnoty (plná čiara) a vypočítané ex post predpovede (prerušovaná čiara) sú vynesené v hornej časti obrázkov. Chyby predpovedí – rezíduá (plná čiara) sú umiestnené v spodnej časti obrázkov.

*Prameň:* Vlastné spracovanie.

Pokiaľ ide o architektúry (modely) samotných neurónových sietí používaných v ekonomických a finančných aplikáciách, sú to v prevažnej väčšine štandardné trojvrstvové dopredné neurónové siete s učením (odhadom parametrov vstupno-výstupnej funkcie) založeným na gradientných metódach alebo na metóde zhlukovej analýzy. Vstupná vrstva siete sa používa len na predkladanie dát vstupných veličín. Ako aktivačné (prenosové) funkcie signálov (vstupných dát) v neurónoch strednej vrstvy sa používajú nelineárne funkcie tvaru S-kriviek, prípadne RBF Gaussovho typu. Počet neurónov v strednej vrstve je spravidla voliteľný v závislosti podľa toho, či sieť je určená na aproximáciu vstupno-výstupnej

funkcie modelovaného systému, alebo na predikciu. Vo výstupnej vrstve je len jeden (výstupný) neurón, ktorý má lineárnu prenosovú funkciu. Ak by sme napríklad chceli neurónovou sieťou predikovať hodnoty funkcie  $AR(p)$  procesu, potom ako vstupy do siete by sme použili dáta  $p$  časových radov veličín s významnými PACF na posunoch 1, 2, ...,  $p$ . Detaily k návrhom ekonometrických modelov založených na umelých neurónových sieťach možno nájsť v Marček a kol. (2008).

Pri aplikácii rovnakých dát pre model založený na umelých neurónových sieťach typu RBF ako pre model  $ARMA(1,1,1) + PGARCH(1,1)$  s GED rozdelením porúch, generované ex post predpovede menového kurzu EUR/USD pre validačnú množinu dát (ex post predpovede) sú vynesené v grafe na obrázku 3 vpravo. Dosiahnutá presnosť vyjadrená v mierach RMSE a MAPE je uvedená v tabuľke 9.

#### 4. Zhodnotenie predikčnej presnosti modelov

Z tabuľky 9, ako aj z grafov vývoja prognóz na validačnej množine na obrázku 3 je vidieť, že tak ARIMA/GARCH typy modelov, ako aj model RBF siete má malú chybovosť na validačnej množine dát. Predikčný model založený na neurónovej sieti poskytol podstatne presnejšie výsledky v porovnaní so štatistickým modelom, pokiaľ ide o zhodnotenie predikčnej presnosti založenej na štatistických sumárnych mierach chýb predpovedí. Ponúka sa otázka, ako vysvetliť túto skutočnosť. Keďže v neurónovej sieti boli použité tie isté vstupy, možno sa zhodnúť v tom, že predikčný model neurónovej siete má jednak podstatne viac parametrov, a predovšetkým, na rozdiel od štatistického modelu, ide o explicitne špecifikovanú formu modelu nelineárnej závislosti medzi vstupmi (vysvetľujúcimi premennými) a výstupmi (vysvetľovanou premennou).

Je známy poznatok, že neurónová sieť je schopná vyhľadať ľubovoľnú vstupno-výstupnú funkciu, pokiaľ má predložené správne vstupy. V našom prípade potenciálne vstupy boli špecifikované tradičnou štatistickou analýzou, ktorá zahŕňala analýzu ACF, PACF pri vyhľadávaní štruktúry posunov vstupných premenných. Vyhľadanie relevantnej štruktúry posunov potenciálnych vstupov bolo založené na zisťovaní takého maximálneho posunu, pre ktorý koeficient PACF bol štatisticky významný, a súčasne poskytoval minimálnu hodnotu AIC. Hoci tieto metódy sú všetky lineárnymi technikami, možno ich považovať za užitočné nástroje na určovanie štruktúry posunov a špecifikovanie vstupov. Použitá topológia siete bola typu (2–8–1), t. j. 2 vstupné neuróny, 8 RBF neurónov v strednej vrstve a 1 výstupný neurón. Na učenie synaptických váh vstupov sme aplikovali metódu zhlukovej analýzy (nesupervizované učenie), na adaptáciu

váh vstupov do výstupného neurónu sme použili gradientnú metódu (supervizované učenie). V porovnaní so štatistickou alternatívou model založený na RBF sieti je po ekonomickej a výpočtovej stránke efektívnejší, jednoduchšie možno vykonávať zmeny už v existujúcich predikčných systémoch, keďže umožňujú jednoduché zakomponovanie nových (aktuálnych) dát bez modifikovania modelu a sú vhodné na prognózovanie vysokofrekvenčných dát. Hlavnou výhodou neurónových sietí je schopnosť učiť sa. Sieť dokáže dávať na vstupné signály adekvátne výstupy bez poznania vnútornej štruktúry, ktorá môže byť neznáma, alebo ťažko pochopiteľná. Pomocou miery abstrakcie umelými neurónovými sieťami je možné popísať aj zložité vysoko dimenzionálne dáta, ktoré nie je možné opísať jednoduchými pravidlami, pretože zákonitosti platné v množine týchto dát nie je ľahké rozpoznať napríklad štatistickými metódami (Gorr, 1994). Modelovanie systémov pomocou neurónových sietí je vysoko abstraktné: tá istá sieť môže byť bez zmeny štruktúry modelom pre rôzne systémy, ak sa na učenie tejto siete použijú rôzne údaje. Miery abstrakcie umelých neurónových sietí vedia pracovať aj s chýbajúcimi dátami, čo napríklad v prípade regresnej analýzy predstavuje veľký problém (Venugopal a Baets, 1994). Na silu tohto nástroja pridáva aj univerzálna aproximačná schopnosť, ktorá robí z týchto sietí všeobecný a flexibilný nástroj. Neurónové siete sú schopné aproximovať tradičné štatistické metódy ako lineárnu a nelineárnu metódu najmenších štvorcov (White, 1992; Marček a Marček, 2006).

Modely ARCH-GARCH vyžadujú vyššie náklady na ich vývoj, zavedenie a prevádzku v manažérskych predikčných systémoch, sú náročné na ich pochopenie manažérmi. Inou nevýhodou modelov ARCH-GARCH je, že neexistuje algoritmicke využiteľný spôsob aktualizácie parametrov modelu, ak sú k dispozícii nové (aktuálne) dáta. Model sa musí periodicky kompletne vyvíjať. Pokiaľ ide o interpretovateľnosť parametrov modelov, parametre modelov založené na neurónových sieťach nemajú žiadnu interpretovateľnosť. Preto neurónové siete možno použiť ako predikčný nástroj na rýchly odhad vývoja vysokofrekvenčných dát, avšak bez akejkoľvek interpretácie ich parametrov.

## Záver

Článok prezentoval modelovanie asymetrickej volatility a neočakávaných zmien výnosov na časovom rade vysokofrekvenčných dát kurzu EUR/USD pomocou modelov PGARCH a EGARCH so sústredením sa na v období do vzniku globálnej finančnej krízy a na obdobie počas nej až do konca roku 2012. Podmienené stredné hodnoty sú v oboch modeloch a v oboch obdobiach významné. Účinok pákového efektu ovládaný parametrom  $\eta$  bol potvrdený

v modeli PGARCH v oboch obdobiach. Parametre  $\gamma$  sú významné a kladné. V modeli EGARCH sa nepotvrdila asymetria volatility v oboch obdobiach. Taktiež sa ukázalo, že trieda modelov GARCH s normálnym rozdelením chýb nie je schopná úplne zachytiť leptokurtozitu v empirickom časovom rade výnosov, zatiaľ čo Studentovo  $t$  a GED rozdelenie chýb v asymetrických modeloch volatility lepšie opisujú kondicionálnu volatilitu. Možno všeobecne konštatovať, že aplikované asymetrické modely, t. j. v našom prípade EGARCH, PGARCH sú vhodné a sú v súlade s teoretickým očakávaním na analyzovanie procesu podmienenej heteroskedasticity pre dňové dáta časového radu výnosov meny EUR/USD pre obidve vyšetrované obdobia.

Pokiaľ ide o vývoj predikčných modelov kurzov EUR/USD, boli alternatívne vyvíjané modely založené na ARIMA/GARCH prístupe a neurónovou sieťou a bola zhodnotená ich predikčná presnosť. Ukázalo sa, že tak trieda štatistických predikčných modelov ARIMA/GARCH, ako aj model založený na RBF neurónovej sieti majú malú chybovosť na validačnej (testovacej) množine dát. Predikčný model založený na neurónovej sieti poskytol podstatne presnejšie výsledky v porovnaní so štatistickým modelom, pokiaľ ide o zhodnotenie predikčnej presnosti založenej na štatistických sumárnych mierach chýb predpovedí. Zároveň sme tieto zistenia teoreticky zdôvodnili. Taktiež sme zdôvodnili vhodnosť aplikácie predikčných modelov založených na neurónových sieťach predovšetkým ako predikčného nástroja na rýchly odhad vývoja vysokofrekvenčných dát, avšak bez akejkoľvek štatistickej interpretácie ich parametrov. Uvedené skutočnosti naznačujú smerovanie ďalšieho vývoja v tejto oblasti vedúceho k integrácii oboch uvedených modelovacích prístupov.

## Literatúra

- ANANDARAJAN, M. – LEE, P. – ANANDARAJAN, A. (2001): Bankruptcy Prediction of Financially Stressed Firms: An Examination of the Predictive Accuracy of Artificial Neural Networks. *International Journal of Intelligent Systems in Accounting, Finance & Management*, 10, č. 2, s. 69 – 81.
- BARUNÍK, J. (2008): How Do Neural Networks Enhance the Predictability of Central European Stock Return? *Finance a úvěr: Czech Journal of Economics and Finance*, 58, č. 7 – 8, s. 359 – 376.
- BOLLERSLEV, T. (1986): Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, 31, č. 3, s. 307 – 327.
- BROCK, W. – DECHERT, W. – SCHEINKMAN, J. (1987): A Test for Independence Based on the Correlation Dimension. [Working Paper.] Wisconsin-Madison: University of Wisconsin at Madison, Department of Economics.
- CHEN, M. S. – LEUNG, M. T. – DAOUK, H. (2003): Application of Neural Networks to an Emerging Financial Market: Forecasting and Trading the Taiwan Stock Index. *Computer & Operation Research*, 30, č. 6, s. 901 – 924.
- DING, Z. – GRANGER, C. W. – ENGLE, R. F. (1993): A Long Memory Property of Stock Market Returns and a New Model. *Journal of Empirical Finance*, 1, s. 83 – 106.



- ENGLE, R. F. (1982): Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, 50, č. 4, s. 987 – 1007.
- GEORGIEVSKI, A. – MANSUR, A. – MASIH, Z. (2004): An Analysis of Option Pricing under Systematic Consumption Risk using GARCH. *Research in International Business and Finance*, 18, č. 2, s. 151 – 171.
- GORR, L. (1994): Research Prospective on Neural Network Forecasting. *International Journal of Forecasting*, 10, č. 1, s. 1 – 4.
- GOUDARZI, H. – RAMANARAYNAN, C. S. (2011): Modeling Asymmetric Volatility in the Indian Stock Market. *International Journal of Business and Management*, 6, č. 3, s. 221 – 231.
- MARČEK, D. – MARČEK, M. (2001): Analýza, modelovanie a prognózovanie časových radov s aplikáciami v ekonomike. Žilina: EDIS – vydavateľstvo Žilinskej univerzity.
- MARČEK, D. – MARČEK, M. (2006): Neurónové siete a ich aplikácie. Žilina: EDIS – vydavateľstvo Žilinskej univerzity.
- MARČEK, M. – PANČÍKOVÁ, L. – MARČEK, D. (2008): Ekonometria a Soft Computing. Žilina: EDIS – vydavateľstvo Žilinskej univerzity.
- MARCEK, D. – MARCEK, M. – BABEL, J. (2009): Granular RBF NN Approach and Statistical Methods Applied to Modelling and Forecasting High Frequency Data. *International Journal of Computational Intelligence Systems*, 2, č. 2 – 4, s. 353 – 364.
- McKEE, T. E. – GREENSTEIN, M. (2000): Predicting Bankruptcy Using Recursive Partitioning and Realistically Proportioned Data Set. *Journal of Forecasting*, 19, č. 3, s. 219 – 230.
- NELSON, D. B. (1991): Conditional Heteroscedasticity in Asset Returns: A New Approach. *Econometrica*, 59, č. 2, s. 347 – 370.
- QI, M. (1999): Nonlinear Predictability of Stock Returns using Financial and Economic Variables. *Journal of Business & Economic Statistics*, 17, č. 4, s. 419 – 429.
- RAUSCHER, F. A. (1997): Exchange Rate Forecasting: A Neural VEC Approach. *Neural Network World*, 7, č. 4, 5, s. 461 – 471.
- SEĎA, P. (2011): Asymmetric Conditional Volatility Modelling: Evidence from Central European Stock Markets. In: *Financial Management of Firms and Financial Institutions*. [Proceedings of the 8<sup>th</sup> Scientific Conference.] Ostrava: VŠB-TU Ostrava, Faculty of Economics, 6<sup>th</sup>-7<sup>th</sup> September 2011, s. 375 – 383.
- TSAI, CH. F. – WU, J. W. (2008): Using Neural Networkensebles for Bankruptcy Prediction and Credit Scoring. *Expert Systems with Applications. An International Journal*, 34, č. 4, s. 2639 – 2649.
- VENUGOPAL, V. – BAETS, W. (1994): Neural Networks and Statistical Techniques in Marketing Research: A Conceptual Comparison. *Journal of Marketing Practice: Applied Marketing Science*, 12, č. 7, s. 30 – 38.
- WHITE, H. (1992): Consequences and Detection of Misspecified Nonlinear Regression Models. In: *Artificial Neural Networks: Approximations and Learning Theory*. Oxford, UK: Blackwell, s. 224 – 258.
- ZHANG, G. P. – JAING, Q. – Li, X. (2005): Application of Neural Networks in Financial Data Minig. [Proceedings of World Academy of Science.] *Engineering Volume and Technology*, 1, s. 136 – 139.
- ZIVOT, E. – WANG, J. (2005): *Modeling Financial Time Series with S-PLUS®*. New York: Springer Verlag.