GEOGRAFICKÝ ČASOPIS

ROČNÍK 34 1982 ČÍSLO 2

ANTON BEZÁK

METÓDY MERANIA FORMY V GEOGRAFII

Anton Bezák: Methods of Measuring Shape in Geography. Geogr. Čas., 34, 1982, 2; 6 figs., 32 refs.

In this study seven methods of measuring spatial shape developed by Gibbs and Haggett, Simmons, Boyce and Clark, Blair and Biss, Lee and Sallee, Bunge, and Taylor are reviewed and evaluated. The main advantages and shortcomings of each method are described and some applications in the field of settlement geography are mentioned.

V poslednom období možno pozorovať, že morfologické atribúty geografických objektov sa opäť stávajú stredobodom záujmu mnohých geografov. K tejto renesancii morfologického bádania, ktoré zohralo významnú úlohu v klasickej geografii, prispieva celý rad faktorov. Jedným z nich je presvedčenie, že štúdium priestorových foriem pomáha preniknúť do podstaty priestorových procesov [14, p. 309], iným zasa samotná relevancia pojmu forma pre poznanie priestorovej organizácie ľudskej spoločnosti. Špecifikum formy každého regiónu, prejavujúce sa v diferencovanej konfigurácii jeho hranice, odráža sa predovšetkým v rozložení vnútroregionálneho pohybu. Pretiahly alebo inak deformovaný tvar územia výrazne zhoršuje dostupnosť jeho jednotlivých častí a spojenia medzi uzlami osídlenia i ekonomickej aktivity sú tu preto dlhšie, viac zaťažené a časove i finančne náročnejšie ako v území zaokrúhleného tvaru. V súvislosti s tým sa v regiónoch odlišného tvaru osobitným spôsobom utvára hierarchia uzlov, transportná sieť, premiestňovanie osôb i tovarov a v neposlednom rade aj rozloženie kontaktov medziregionálneho charakteru.

Hoci morfologické hľadiská boli vždy význačnou a neodlučiteľnou zložkou geografického myslenia, predsa ešte v nedávnej minulosti sa forma charakterizovala iba intuitívnym a verbálnym spôsobom. Súbežne s penetráciou matematiky do všetkých disciplín geografie objavujú sa však pokusy o kvantitatívne vyjadrenie formy rôznych geografických objektov. Cieľom tejto štúdie je prediskutovať a zhodnotiť najvýznamnejšie metódy merania formy dvojrozmerných geografických útvarov s osobitným akcentom na ich aplikabilitu vo sfére sídelnej geografie.

1 POJEM FORMY A PROBLÉM JEJ MERANIA

Je všeobecne známou skutočnosťou, že slovo forma (a jeho synonymum tvar) sa vo vedeckom jazyku používa v najrozmanitejších kontextoch. Nie je preto jednoduché, a to ani v rámci jednej vednej disciplíny, vymedziť obsah i rozsah tohto významného a pritom značne vágneho pojmu. V geografii má forma — podobne ako ostatné chorologické kategórie kľúčového významu (napr. vzdialenosť, orientácia, súvislosť, konfigurácia a pod.) — výrazne geometrický charakter. Bude preto vhodné, ak v tomto príspevku upustíme od pokusov o všeobecnú charakteristiku formy a k problému jej merania pristúpime iba z priestorového (geometrického) aspektu.

V prvom rade si všimneme, že predstava o forme geografických objektov sa najčastejšie vytvára na základe ich kartografického zobrazenia do roviny. Vychádzajúc z tejto skutočnosti obmedzíme sa v našej štúdii iba na problematiku merania formy dvojrozmerných geografických útvarov, akými sú napr. sídla, nodálne regióny, administratívne jednotky, riečne bazény, ostrovy, biogeografické areály a pod. Pritom budeme predpokladať, že geometrickým modelom každého študovaného objektu je rovinný obrazec, t. j. ohraničená, uzavretá a súvislá množina bodov euklidovskej roviny.[1] Pre úplnosť však poznamenáme, že všetky nasledujúce úvahy je možné rozšíriť aj na trojrozmerné útvary v euklidovskom priestore a v mierne modifikovanej podobe aj na dvojrozmerné útvary na guľovej ploche.

Ako naznačil už W. Bunge vo svojej *Teoretickej geografii* [5] a nedávno podrobne ukázali D. R. Lee a G. T. Sallee [18], sľubným východiskom pre štúdium formy z priestorového aspektu je koncepcia geometrických transformácií [23]. Pojem transformácia sa v geometrii vyvinul predovšetkým z úvah o pohyboch a deformáciách geometrických útvarov. Pohybujúci alebo deformovaný útvar mení svoju polohu, a ak si všimneme počiatočný a koncový moment pohybu, resp. deformácie, potom vieme stanoviť jednojednoznačný vzťah medzi bodmi daného útvaru v jeho počiatočnej a koncovej polohe. Tento prístup nám dovoľuje rôzne pohyby a deformácie rovinných útvarov pokladať za prosté zobrazenia roviny na seba a študovať tie ich vlastnosti, ktoré zostávajú invariantné pri určitom zobrazení. Prosté zobrazenia roviny na seba stručne nazývame transformáciami roviny a podľa toho, ktoré vlastnosti útvarov sa pri tej-ktorej transformácii zachovávajú, rozlišujeme niekoľko tried týchto transformácií. Predmetom našich úvah bude trieda (presne grupa) podobných transformácií, ktoré okrem iného zachovávajú formu rovinných obrazcov.

Uvažujeme teda množinu $\mathcal{K}$ všetkých obrazcov euklidovskej roviny E_2. Symbolom G označme grupu podobných transformácií roviny E_2 generovanú osovou súmernosťou a rovnoľahlosťou (a z tohto dôvodu obsahujúcu posunutie, stredovú súmernosť, otočenie a všetky transformácie, ktoré vzniknú ich zložením). Dva obrazce $K, K' \in \mathcal{K}$ budeme nazývať tvarove ekvivalentnými obrazcami, ak existuje podobná transformácia $g \in G$ taká, že $g(K) = K'$. Konštatovanie, že obrazec K je tvarove ekvivalentný s obrazcom K', zapíšeme prostredníctvom relácie $K \sim K'$. Táto relácia je zrejme reláciou ekvivalencie na množine všetkých obrazcov euklidovskej roviny. Preto existuje rozklad množiny $\mathcal{K}$ na sústavu navzájom disjunktných podmnožín tvarove ekvivalentných obrazcov. Každú podmnožinu tohto rozkladu nazveme *formou (tvarom)* rovinného obrazca.

[1] Matematický aparát, s ktorým operujeme v štúdii, nepresahuje v podstate rámec stredoškolskej matematiky. Z tohto dôvodu štúdia neobsahuje definície používaných matematických termínov. Podrobné informácie v tomto smere poskytuje monografia [29].

Uvedená definícia formy, pravda, nemá ani operačný, ani konštruktívny charakter. Nevymedzuje žiadne kvantitatívne charakteristiky formy a neposkytuje ani konkrétny návod na ich zostrojenie. Napriek tomu dovoľuje presne sformulovať problém merania formy a navyše ukázať spôsob jeho riešenia.

Ako je dobre známe, podstatou každého merania je priradenie nezáporného reálneho čísla meranému objektu podľa určitých pravidiel. Pri meraní formy geografických objektov je zvykom požadovať (cf. [4]), aby každej forme bolo priradené práve jedno reálne číslo a zároveň, aby to isté číslo nebolo priradené žiadnym dvom rôznym formám. Okrem toho je potrebné zaručiť, aby všetky formy vytvárali akési kontinuum, kde dvom rôznym, ale veľmi málo sa odlišujúcim formám sú priradené čísla, ktoré sa navzájom líšia iba o nepatrnú hodnotu. Matematicky možno tento problém vyjadriť nasledujúcim spôsobom: treba nájsť prostú (jednojednoznačnú) a spojitú funkciu reálnej premennej, definovanú na množine všetkých foriem, ktorá každej forme priraďuje práve jedno nezáporné reálne číslo.

Význam postulovanej funkcie, vystihujúcej jediným číslom špecifikum každej formy, nie je potrebné osobitne vysvetľovať a zdôrazňovať. Tým viac prekvapuje tvrdenie, dokázané v práci [18], z ktorého jednoznačne vyplýva, že funkcia s požadovanými vlastnosťami neexistuje. Ako východisko z tejto slepej uličky sa črtajú dve odlišné cesty vedúce k dvom skupinám metód merania formy rovinných obrazcov. Metódy prvej skupiny kvantifikujú jedinou numerickou hodnotou iba jednotlivé, zámerne vybrané atribúty formy. Metódy druhej skupiny produkujú postupnosť číselných hodnôt, ktorá vytvára mieru danej formy a charakterizuje celý komplex jej atribútov. V nasledujúcich dvoch odsekoch podrobne zhodnotíme najvýznamnejšie metódy oboch kategórií. Dobrý prehľad ostatných metód merania formy poskytujú práce [2, 9, 17, 28].

2 MIERY KOMPAKTNOSTI

Jednou z charakteristických čŕt formy rovinných obrazcov, ktorá sa dá kvantitatívne pomerne jednoducho vyjadriť, je *kompaktnosť*. Týmto termínom sa v geografickej literatúre [8, p. 125; 9] označuje stupeň vzájomnej blízkosti jednotlivých plošných elementov daného obrazca. V zhode s uvedenou definíciou prioritné postavenie medzi rovinnými obrazcami zaujíma kruh — najkompaktnejšia forma, akú poznáme. Kruh má totiž zo všetkých obrazcov s tým istým obvodom najväčší obsah a kružnica (t. j. hranica kruhu) je najmenším možným obvodom všetkých obrazcov s rovnakým obsahom. Vo svetle týchto úvah možno pod kompaktnosťou rozumieť aj stupeň, v ktorom tvar daného obrazca aproximuje ideálnu formu kruhu.

Z načrtnutej koncepcie kompaktnosti vychádza aj päť nasledujúcich indexov porovnávajúcich vybrané parametre skúmaného obrazca a vhodne definovaného referenčného kruhu. Hodnoty každého indexu sa pohybujú v uzavretom alebo polouzavretom intervale, pričom jeden z koncových bodov intervalu odpovedá kruhu a druhý úsečke, ktorá sa v tejto súvislosti pokladá za limitný prípad najmenej kompaktného obrazca. Čím viac sa hodnota indexu odchyľuje od hodnoty korešpondujúcej referenčnému kruhu, tým viac sa od tejto ideálnej formy odlišuje tvar daného obrazca.

Druhá významná vlastnosť vybraných indexov — nejednojednoznačná korešpondencia s množinou všetkých foriem — vyplýva z úvah predchádzajúceho odseku. V podstate táto vlastnosť znamená, že každej forme je priradená práve jedna hodnota kompaktnosti, ale tú istú hodnotu kompaktnosti môže nadobúdať aj niekoľko rôznych foriem. Napokon treba uviesť, že hodnoty každého indexu sú nezávislé od veľkosti skúmaného obrazca. V praktických aplikáciách teda mierka mapy, ponechávajúc stranou otázku členitosti hranice študovaného obrazca, nehrá rozhodujúcu úlohu.

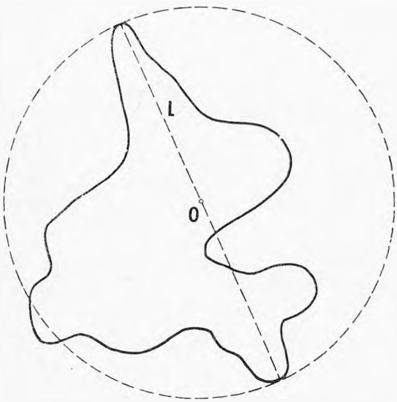
Gibbsova-Haggettova metóda

Medzi najjednoduchšie miery kompaktnosti patrí index, ktorý pôvodne navrhol J. P. Gibbs [10] a neskôr upravil P. Haggett [13, p. 50]. Tento index vyjadruje vzťah medzi obsahom študovaného obrazca a obsahom kruhu, ktorého priemerom je najdlhšia os obrazca, t. j. úsečka spájajúca dva najvzdialenejšie body jeho obvodu (obr. 1). Ak obsah skúmaného obrazca označíme symbolom A a dĺžku jeho najdlhšej osi symbolom L, potom Gibbsov-Haggettov index kompaktnosti udáva formula

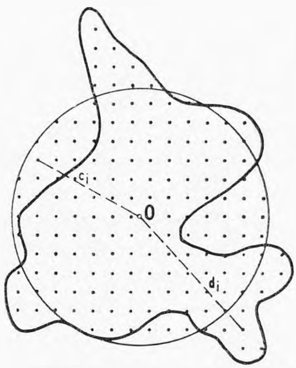
$$S_1 = 4\,A\,/\,(\pi\,L^2)\,.$$

Je zrejmé, že $0 \leq S_1 \leq 1$. Pre kruh sa hodnota indexu rovná jednej, pre najmenej kompaktnú úsečku s nulovým plošným obsahom sa S_1 rovná nule. Pokles hodnôt indexu teda ukazuje na zmenšovanie sa kompaktnosti obrazca.

Gibbsov-Haggettov index poskytuje, prirodzene, iba veľmi hrubú predstavu o forme študovaného rozloženia, pretože samotná veľkosť najdlhšej osi obrazca nepostačuje na odhalenie všetkých osobitností jeho tvaru. Ako poznamenáva Ju. S. Frolov [9], možno nájsť obrazce s rovnakými hodnotami A i L, a teda aj s rovnakou hodnotou indexu S_1, ale s diametrálne odlišným tvarom. Napriek tomu sa s týmto indexom pomerne často stretávame v geografickej literatúre. Veľkou prednosťou indexu S_1 je totiž jeho jednoduchý výpočet, najmä za predpokladu, že sú známe údaje o rozlohe študovaných objektov. Druhá prednosť tohto indexu súvisí so skutočnosťou, že smer najdlhšej osi obrazca



Obr. 1. Gibbsova-Haggettova metóda.



Obr. 2. Simmonsova metóda.

súčasne určuje iný významný chorologický atribút skúmaného objektu — jeho priestorovú orientáciu. Ako príklad aplikácie Gibbsovho-Haggettovho indexu v geografii miest môžeme uviesť štúdiu [20], v ktorej B. S. Marsden analyzuje zmeny formy a orientácie austrálskeho mesta Brisbane vo viac ako storočnom období.

Niekoľko variantov Gibbsovho-Haggettovho indexu sa používa vo fyzickej geografii pri kvantitatívnej charakteristike tvaru riečneho bazénu. Jeden z nich, tzv. *Schummov index* [26], porovnáva priemer kruhu, ktorý má rovnaký obsah ako študovaný obrazec, s najdlhšou osou tohto obrazca. Dá sa dokázať, že hodnota Gibbsovho-Haggettovho indexu je druhou mocninou hodnoty Schummovho indexu.

Simmonsova metóda

Kanadský geograf J. W. Simmons (in: [1]) použil pri odvodení svojho indexu kompaktnosti pravidelnú štvorcovú sieť pokrývajúcu študovaný obrazec i referenčný kruh s rovnakým obsahom. Ak obidva obrazce umiestnime tak, že ich stredy budú totožné, potom Simmonsov index je definovaný ako podiel súčtu vzdialeností zo spoločného stredu ku všetkým uzlom siete ležiacim vo vnútri daného obrazca a súčtu vzdialeností zo stredu ku všetkým uzlom tej istej siete ležiacim vo vnútri referenčného kruhu. Symbolicky

$$S_2 = \sum_{i=1}^{n} d_i \Big/ \sum_{i=1}^{n} c_i \,,$$

kde d_i sú vzdialenosti merané vo vnútri skúmaného obrazca a c_i vzdialenosti vo vnútri referenčného kruhu (obr. 2). Poznamenajme, že vzhľadom na rovnaký obsah leží vo vnútri oboch útvarov — aspoň teoreticky — zhodný počet n uzlov. Hodnota indexu S_2 sa rovná jednej, ak študovaný obrazec má tvar kruhu a neohraničene vzrastá pri zmenšovaní sa kompaktnosti obrazca. Z definície indexu súčasne vyplýva, že jeho hodnoty kriticky závisia od charakteru použitej siete. Limitný tvar indexu pre $n \to \infty$ a pre pravidelnú štvorcovú sieť odvodili C. A. Wilkins a J. Shaw [31].

Ak čitateľa i menovateľa zlomku na pravej strane definičnej rovnice vynásobíme konštantou $1/n$, potom je zrejmé, že Simmonsov index v skutočnosti porovnáva priemernú vzdialenosť vnútorných bodov skúmaného obrazca s priemernou vzdialenosťou vnútorných bodov referenčného kruhu od ich spoločného stredu. Podiel týchto dvoch priemerných hodnôt je bezrozmerná veličina, udávajúca koľkokrát daná forma predlžuje priemernú vzdialenosť od jej stredu k ľubovoľnému vnútornému bodu v porovnaní s najkompaktnejšou kruhovou formou.

Simmonsov index kompaktnosti je pomerne málo známy v geografickej literatúre. Pôvodne vznikol ako jedna z vysvetľujúcich premenných regresného modelu v štúdii skúmajúcej vnútromestské diferencie v hustote zaľudnenia s rastúcou vzdialenosťou od stredu miest [1]. Autori štúdie uvádzajú, že index S_2 citlivo reaguje na pretiahle a jednostranne deformované tvary miest, neodráža však zvýšenú členitosť ich hraníc a iba v malej miere reprodukuje hviezdicové tvary vznikajúce rozvojom miest pozdĺž transportných trás.

Zaujímavé modifikácie Simmonsovho indexu kompaktnosti, ktoré rozpracovali sovietski urbanisti A. M. Jakšin, G. V. Šelejchovskij a A. Ch. Ziľbertaľ, spomína v príspevku [11] T. M. Govorenkova. Pre nedostupnosť pôvodných štúdií nie sú nám však známe podrobnosti ich návrhov.

Boyceho-Clarkova metóda

Kompaktnosť rovinného obrazca veľmi tesne súvisí s polohou stredu daného obrazca vzhľadom na body ležiace na jeho hranici. Táto myšlienka inšpirovala R. R. Boyceho a W. A. V. Clarka [4], ktorí pri charakteristike kompaktnosti rovinného obrazca použili sústavu rádiusvektorov vychádzajúcich z jeho stredu a smerujúcich v rovnakých uhlových intervaloch k jeho obvodu (obr. 3). Ak dĺžku ľubovoľného rádiusvektora (tzv. radiálnu vzdialenosť) označíme symbolom r_i, potom Boyceho-Clarkov index kompaktnosti možno zapísať v tvare

$$S_3 = \sum_{i=1}^{n} \left| \frac{100\, r_i}{\sum\limits_{i=1}^{n} r_i} - \frac{100}{n} \right| ,$$

kde n označuje počet rádiusvektorov.

Prvý člen rozdielu nachádzajúceho sa v absolútnej hodnote vyjadruje skutočný podiel každej radiálnej vzdialenosti z celkového súčtu týchto vzdialeností. Druhý člen rozdielu zasa udáva teoretický podiel, ktorý prislúcha každej radiálnej vzdialenosti za predpokladu, že daný obrazec má tvar kruhu. Odtiaľ bezprostredne vyplýva, že pre kruh s rovnako veľkými radiálnymi vzdialenosťami je S_3 rovné nule a pre menej kompaktné obrazce hodnota indexu vzrastá v závislosti od absolútnej hodnoty rozdielu medzi skutočnými a teoretickými hodnotami jednotlivých radiálnych vzdialeností.

Maximálna hodnota indexu S_3, závisiaca od počtu použitých rádiusvektorov, v literatúre sa uvádza nejednoznačne a často nepresne. Dá sa ľahko dokázať, že pre najmenej kompaktnú úsečku s dvoma nenulovými a s n-2 nulovými rádiusvektormi vychádzajúcimi z jej stredu je max $(S_3) = 200\ (1-2/n)$, takže napr. pre $n = 16$ je max $(S_3) = 175$. Ďalej je zrejmé, že pre rastúce n postupnosť maximálnych hodnôt konverguje k číslu 200. Senzitivitu Boyceho-Clarkovho indexu vzhľadom na rôzne hodnoty n podrobne preskúmal J. W. Cerny [6] a jeho limitný tvar pre $n \to \infty$ opäť odvodili C. A. Wilkins a J. Shaw [31].

Z predností Boyceho-Clarkovho indexu je potrebné v prvom rade uviesť jednoduchú interpretáciu a nenáročný výpočet. Metóda radiálnych vzdialeností dovoľuje merať kompaktnosť obrazca vzhľadom na ľubovoľný vhodný bod. Študujúc formy miest možno napríklad uvažovať ťažisko zastavaného územia, stred rozloženia obyvateľstva, polohu vnútromestského centra alebo vývojového jadra mesta a pod. Pri výpočte radiálnych vzdialeností je navyše možné rôznym rádiusvektorom priradiť rôznu váhu, a to v závislosti od charakteru územia, ktorým prechádzajú.

Pre každý obrazec sa dá zostrojiť tzv. *tvarová krivka* (resp. *krivka formy).* Je to lomená čiara, ktorá v karteziánskej súradnej sústave spája body so súradnicami i a r_i $(i = 1, 2, \ldots, n)$, pričom pre vzájomné porovnávanie niekoľkých obrazcov je každá radiálna vzdialenosť vyjadrená v percentách z celkového súčtu týchto vzdialeností. Ako ilustráciu možno uviesť, že tvarovou krivkou kruhu je priamka a tvarovou krivkou štvorca je sinusoide podobná lomená čiara.

Najvážnejšie problémy pri aplikácii Boyceho-Clarkovho indexu sa vynárajú v súvislosti s meraním formy zložitých obrazcov. V týchto prípadoch rádiusvektory často pretínajú obvod obrazca nie v jednom, ale v ľubovoľnom nepárnom počte bodov, čo má za následok neurčitosť pri stanovení radiálnych vzdialeností. Druhý, dosiaľ nerozriešený problém merania radiálnych vzdialeností vzniká, ak stred, resp. ťažisko skúmaného obrazca nie je jeho vnútorným bodom (obrazce v tvare prstenca alebo bumerangu).

Boyceho-Clarkov index patrí k najznámejším a najpoužívanejším mieram kompaktnosti. Napriek tomu sféra jeho aplikácie výrazne neprekračuje rámec geografie miest [3, 4, 7, 19, 22]. V tejto súvislosti stojí za povšimnutie príspevok sovietskeho geografa B. L. Grejsucha [12], ktorý sa pokúsil aplikovať metódu radiálnych vzdialeností v geomorfológii pri charakteristike trojrozmerných foriem reliéfu.

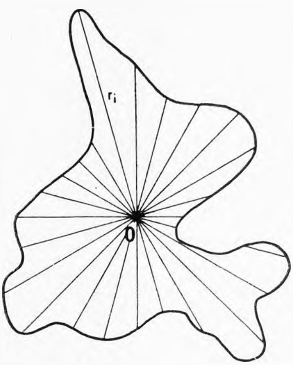
Blairova-Bissova metóda

Britskí geografi D. J. Blair a T. H. Biss [2] rozpracovali metódu merania formy so zvláštnym zreteľom na členité a perforované obrazce. Za základ nového indexu kompaktnosti zvolili tzv. dynamický polomer, ktorý do geografie zaviedi J. Q. Stewart a W. Warntz [27] ako jednu zo štatistických charakteristík variability dvojrozmerných rozložení. Ak predpokladáme, že skúmaný obrazec K je rozčlenený na veľmi veľký počet diferenciálne malých oblastí a vzdialenosť ľubovoľnej oblasti dK od stredu (ťažiska) obrazca označíme symbolom ρ, potom dynamický polomer ρ^* je definovaný formulou

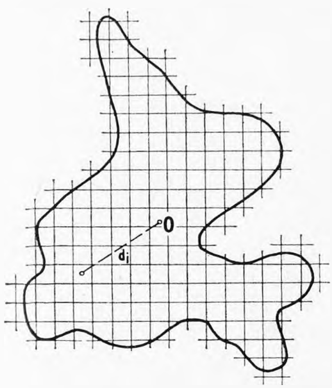
$$\rho^* = \sqrt{\frac{1}{A} \int_K \rho^2 \, dK} \,,$$

kde A je obsah obrazca.

Pri formulácii svojho indexu Blair a Biss porovnávajú dynamický polomer



Obr. 3. Boyceho-Clarkova metóda.



Obr. 4. Blairova-Bissova metóda.

ρ^* skúmaného obrazca s dynamickým polomerom ρ_0^* rovnako veľkého referenčného kruhu. Pretože pre kruh s obsahom A je $\rho_0^* = \sqrt{A / (2\pi)}$, Blairov-Bissov index kompaktnosti nadobúda tvar

$$S_4 = \frac{\sqrt{A}}{\rho^* \sqrt{2\pi}} \qquad (*)$$

alebo po úprave

$$S_4 = \frac{A}{\sqrt{2\pi \int_K \rho^2 \, \mathrm{d}K}} \, .$$

Hodnoty indexu patria do intervalu $\langle 0, 1 \rangle$, pričom pre obrazec v tvare kruhu je $S_4 = 1$ a pre najmenej kompaktnú úsečku s nulovým obsahom je $S_4 = 0$. Pokles hodnôt indexu preto signalizuje zmenšovanie sa kompaktnosti rovinných obrazcov.

Pri aplikácii Blairovho-Bissovho indexu pokrývame skúmaný obrazec jemnou sieťou jednotkových štvorcov (obr. 4). Pomocou karteziánskej súradnej sústavy, určenej touto sieťou, najprv zistíme súradnice ťažiska obrazca a potom vypočítame vzdialenosti d_i medzi ťažiskom a stredmi všetkých štvorcov, ktoré pokrývajú obrazec. V súlade so zámenou súvislého obrazca zjednotením n jednotkových štvorcov v definičnej rovnici (*) položíme $A = n$ a dynamický polomer ρ^* nahradíme kvadratickým priemerom $\bar{d}$ vzdialeností d_i v tvare

$$\bar{d} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} d_i^2 \right) / n} \, .$$

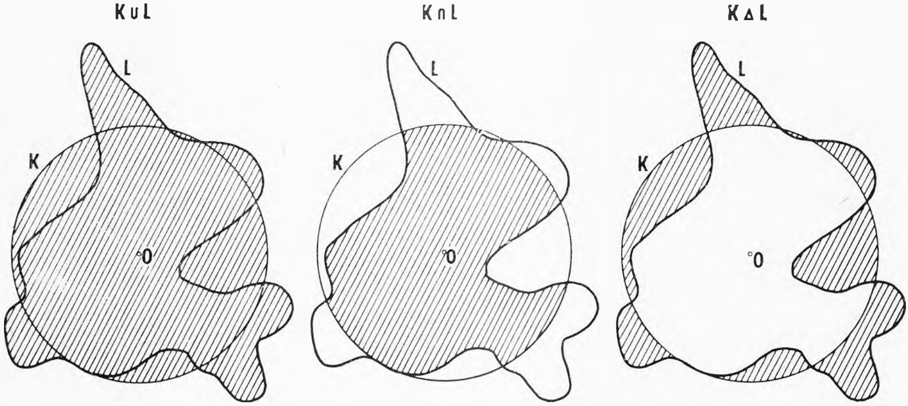
V tejto súvislosti treba poznamenať, že hodnota kvadratického priemeru závisí od „jemnosti" siete štvorcov. Preto pre siete s rôznou stranou jednotkového štvorca môže Blairov-Bissov index dávať mierne odlišné hodnoty kompaktnosti.

Blairov-Bissov index sa všeobecne pokladá za konceptuálne najprepracovanejšiu mieru kompaktnosti rovinných obrazcov. V porovnaní s Boyceho-Clarkovým indexom je však jeho výpočet numericky omnoho náročnejší a bez pomoci samočinného počítača mimoriadne namáhavý. Pravdepodobne z tohto dôvodu sa iba vzácne používa, a tak chýba dostatok empirických poznatkov pre zhodnotenie jeho predností i nedostatkov. Ako príklad použitia tohto indexu uvedieme štúdiu K. G. Willisa [32] skúmajúcu vplyv priestorovej štruktúry a socioekonomických faktorov na úroveň migračného prírastku (resp. úbytku) v najnižších administratívnych jednotkách regiónu Tyneside v severnom Anglicku. Blairov-Bissov index kompaktnosti tu vystupuje ako jedna z vysvetľujúcich premenných regresného modelu, charakterizujúca formu skúmaných priestorových jednotiek.

Leeho-Salleeho metóda

Pozoruhodnú mieru kompaktnosti rovinných obrazcov, opierajúcu sa o pojem symetrickej diferencie dvoch množín[2], navrhli D. R. Lee a G. T. Sallee

[2] Symetrickou diferenciou $A \triangle B$ množín A, B nazývame množinu obsahujúcu prvky, ktoré patria práve do jednej z množín A, B. Symbolicky $A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$.



Obr. 5. Leeho-Salleeho metóda.

[18]. Táto metóda vychádza z predpokladu, že referenčný kruh K pokrýva skúmaný obrazec L, pričom obsah i poloha kruhu sú zvolené tak, aby symetrická diferencia $K \triangle L$ množín K, L mala minimálny obsah (obr. 5). Nech symbol P (.) označuje obsah útvaru uvedeného v zátvorkách, potom nový index kompaktnosti je definovaný formulou

$$S_5 = 1 - [P (K \cap L) / P (K \cup L)].$$

Hodnoty indexu S_5 sa pohybujú v rozpätí od 0 do 1. Ak skúmaný obrazec má tvar kruhu, potom $K \cap L = K \cup L$ a $S_5 = 0$. S rastúcou odchýlkou obrazca od ideálnej formy sa zmenšuje obsah prieniku množín K, L v porovnaní s obsahom ich zjednotenia a výraz v hranatých zátvorkách sa blíži k nule. V súvislosti s tým hodnota indexu S_5 konverguje k jednej.

Uvedený index je vhodnou mierou kompaktnosti mimoriadne členitých a deformovaných obrazcov, ktoré nie je možné spoľahlivo charakterizovať pomocou Simmonsovho alebo Boyceho-Clarkovho indexu. Nevýhodou pri jeho aplikácii je však nedostatok konštruktívneho algoritmu, ktorý by umožnil správne zvoliť polohu a veľkosť referenčného kruhu. Za takýchto okolností musíme používať iba metódu postupných aproximácií. Najprv ľubovoľne zvolíme stred referenčného kruhu a pri fixnej polohe stredu postupne meníme veľkosť kruhu. Naznačený postup opakujeme dovtedy, kým symetrická diferencia oboch obrazcov nie je minimálna. Korešpondujúcu hodnotu indexu S_5 potom pokladáme za adekvátnu mieru kompaktnosti skúmaného obrazca. Poznamenajme, že ako prvé priblíženie je vhodné stotožniť stred a veľkosť kruhu so stredom a veľkosťou obrazca.

Všetkých päť prediskutovaných mier kompaktnosti porovnáva charakteristické znaky skúmaných obrazcov s korešpondujúcimi vlastnosťami referenčného kruhu. V geografickom výskume sa však pomerne často vynára potreba porovnať tvar geografického objektu s inými pravidelnými obrazcami. Hoci kruh je dobrým geometrickým modelom pre štúdium foriem sídelných útvarov a z nich najmä miest, už v rámci sídelnej geografie dá sa uvažovať napríklad o využití obdĺžnika pri zhodnotení tvaru lineárnych miest a radových dedín alebo šesťuholníka pri analýze komplementárnych regiónov centrálnych miest. Celý rad impulzov podobného druhu prichádza aj zo sféry fyzickej geografie. D. R. Stoddart [28] napr. zistil, že ideálnou formou korálových ostrovov je útvar ohraničený elipsou a iná skupina geografov [16] zasa ukázala, že hranicu riečneho bazénu slzovitého tvaru dobre aproximuje tzv. Bernoulliho lemniskáta, ktorá patrí do triedy Cassiniho kriviek [15].

Vo svetle týchto poznatkov vynikajú prednosti indexu S_5, ktorý bez akýchkoľvek dodatočných úprav umožňuje porovnávať tvar skúmaného obrazca s ľubovoľnou referenčnou formou. Čím menšia je pri tomto porovnávaní hodnota indexu, tým viac sa tvar obrazca približuje k danej forme. Metódu viacnásobného porovnávania použili autori indexu pri skúmaní formy 25 vidieckych sídel južného Sudanu. Tvar každého sídla postupne porovnali s kruhom, štvorcom, rovnostranným trojuholníkom a nakoniec aj s obdĺžnikom, ktorého základňa bola trojnásobkom výšky. Výpočty ukázali, že typickou formou juhosudánskych dedín, rozložených medzi agradačnými valmi Nílu, je obdĺžnik. Podobný postup použili aj A.—L. Sanguin a P. Gauthier [25] pri meraní formy územia Švajčiarska a niektorých krajín Európy.

3 OSTATNÉ MIERY FORMY

Všetky metódy, o ktorých sme dosiaľ hovorili, majú okrem svojich špecifických čŕt jeden spoločný znak a to, že kvantitatívne vyjadrujú síce významný, ale napriek tomu iba jediný atribút formy — kompaktnosť. V tomto odseku sa preto aspoň stručne zmienime o metódach, ktoré sa pokúšajú vystihnúť mnohostranný charakter formy rovinných obrazcov v určitej kondenzovanej podobe. Ako sme už naznačili v úvodnej časti štúdie, aplikáciou metód tejto skupiny získame usporiadanú postupnosť číselných hodnôt, ktorá predstavuje mieru formy daného obrazca a charakterizuje celý komplex jeho atribútov.

Bungeho metóda

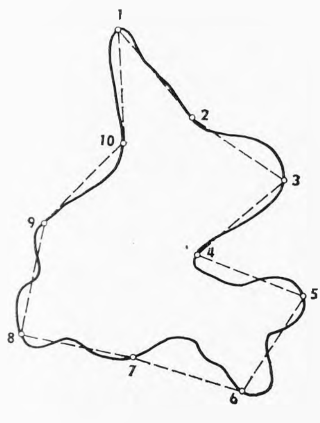
Jednu z metód tejto kategórie rozpracoval W. Bunge [5, pp. 72—88], ktorý otázkam merania formy geografických rozložení venoval celú kapitolu svojej známej monografie. Bungeho metóda sa opiera o dva postuláty. Podľa prvého postulátu každú jednoduchú uzavretú krivku (t. j. hranicu obrazca) možno aproximovať rovnostranným mnohouholníkom s ľubovoľným počtom strán. Druhý postulát tvrdí, že ak sčítame všetky vzdialenosti medzi vrcholmi mnohouholníka v presne stanovenom poradí a navyše rovnakým spôsobom sčítame druhé mocniny týchto vzdialeností, potom každému mnohouholníku bude odpovedať práve jedna postupnosť získaných súčtov. Povedané inými slovami to znamená, že každý mnohouholník v závislosti od svojej formy určuje jedinú postupnosť súčtov a naopak, každá postupnosť súčtov určuje iba jedinú formu mnohouholníka.

Podrobnosti Bungeho metódy sú zrejmé z obr. 6, na ktorom v zhode s prvým postulátom rovnostranný desaťuholník aproximuje skúmaný obrazec. Podľa druhého postulátu najprv zmeriame všetky vzdialenosti medzi vrcholmi desaťuholníka s vynechaním jedného vrcholu, t. j. vzdialenosti medzi vrcholmi 1 a 3, 2 a 4, 3 a 5, atď., až kým nevyčerpáme všetky možnosti. Ak všetky tieto vzdialenosti sčítame, dostaneme prvý člen hľadanej postupnosti. Sčítaním druhých mocnín týchto vzdialeností získame druhý člen. V nasledujúcej etape merania vynechávame dva susedné vrcholy desaťuholníka a uvažujeme vzdialenosti medzi vrcholmi 1 a 4, 2 a 5, 3 a 6, atď. Súčet zmeraných vzdialeností dáva tretí a súčet ich druhých mocnín štvrtý člen postupnosti. Naznačený proces merania s vynechávaním rastúceho počtu vrcholov opakujeme dovtedy, kým nedospejeme k už skôr získaným súčtovým hodnotám. Takýmto spôsobom dostávame pre uvažovaný desaťuholník postupnosť pozostávajúcu z osmich hodnôt. Vo všeobecnosti počet členov hľadanej postupnosti je vždy o 2 menší ako počet vrcholov aproximujúceho mnohouholníka.

Bungeho metóda je na nešťastie otvorená pre mnohé kritické námietky. Bunge predovšetkým formálne nedokázal, že dvom rôznym formám nie je možné priradiť tú istú postupnosť súčtov vzdialeností medzi vrcholmi aproximujúceho mnohouholníka. Ďalším a pravdepodobne závažnejším nedostatkom metódy je skutočnosť, že tú istú formu možno aproximovať mnohouholníkom s rôznym počtom strán, čo má za následok priradenie rôznych postupností súčtov. Okrem toho neurčitosť výberu prvého vrcholu vedie k rôznym hodnotám aj pre jeden a ten istý typ mnohouholníka. Napokon treba zdôrazniť, že ani jeden súčet vzdialeností neposkytuje konkrétnu informáciu o nejakom špecifickom aspekte formy, a tak nie je jasné, ako treba interpretovať celú postupnosť. Kritický rozbor Bungeho metódy obsahujú štúdie [9, 18]; ukážku praktickej aplikácie metódy pri analýze foriem vidieckych sídel centrálnej časti Mexika čitateľ nájde v Bungeho monografii.

Taylorova metóda

Druhú metódu merania formy prostredníctvom súboru niekoľkých číselných hodnôt navrhol P. J. Taylor [30]. Jeho metóda vychádza z predpokladu, že každej forme možno priradiť rozdelenie vzdialeností medzi všetkými možnými dvojicami jej vnútorných bodov. Toto rozdelenie sa dá analyzovať pomocou známych charakteristík variability, šikmosti a špicatosti. Na základe hodnôt uvedených charakteristík vieme potom určiť nielen stupeň kompaktnosti da-



Obr. 6. Bungeho metóda.

nej formy, ale aj typ divergencie od najkompaktnejšieho obrazca, za ktorý sa v rámci tejto metódy pokladá opäť kruh. Rastúce variačné rozpätie a rastúca kladná šikmosť rozdelenia vzdialeností je napríklad charakteristická pre zväčšujúcu sa pretiahlosť (elongáciu) obrazca. Rozdelenie vzdialeností v perforovaných obrazcoch, ako sú napr. obrazce v prstencovom tvare, preukazuje zasa tendenciu k zápornej šikmosti. Rastúca členitosť obrazca sa odráža v klesajúcej špicatosti rozdelenia a rozpad obrazca na dve oblasti sa prejaví existenciou dvoch samostatných rozdelení vnútrooblastných a medzioblastných vzdialeností.

Taylorova metóda umožňuje zhodnotiť formu značne zložitých obrazcov. V porovnaní s Bungeho metódou predstavuje zjavný pokrok v úsilí dosiahnuť mnohostranný opis formy pomocou niektorých kvantitatívnych charakteristík. Pravda, interpretácia parametrov rozdelenia vzdialeností nie je v každom prípade taká jednoduchá a bezprostredná, ako sa zdá na prvý pohľad. Rozdelenie vzdialeností medzi vnútornými bodmi ohraničeného obrazca je totiž konečné a momentové charakteristiky šikmosti a špicatosti často dávajú v týchto prípadoch neočakávané výsledky. Dodatočné problémy vznikajú v súvislosti s praktickou nevyhnutnosťou substitúcie súvislého obrazca sústavou diskrétnych uzlov pravidelnej štvorcovej siete, ktoré fungujú ako oporné vody pri stanovení korešpondujúceho rozdelenia vzdialeností. Získané rozdelenie preto v značnej miere závisí od počtu uzlov a od ich vzájomného rozloženia. Všetky tieto skutočnosti vyžadujú značnú opatrnosť pri aplikácii Taylorovej metódy.

4 ZÁVER

V tomto príspevku sme prediskutovali sedem najvýznamnejších metód merania formy dvojrozmerných geografických útvarov. Pri každej metóde sme stručne charakterizovali jej podstatu, zhodnotili sme hlavné prednosti, obmedzenia i nedostatky a napokon sme načrtli niektoré praktické problémy súvisiace s jej použitím. Na záver našich úvah môžeme konštatovať, že morfologický výskum v geografii má v súčasnosti rad spoľahlivých metód pre kvantifikáciu kompaktnosti rozmanitých geografických objektov. Otvorenou však ostáva otázka spoľahlivosti metód komplexnej charakteristiky formy. Existujúce metódy sú slabo rozpracované a navyše neposkytujú úplný opis formy v tom zmysle, že neumožňujú znovuvytvorenie obrazca na základe výsledkov merania. V súvislosti s tým chceme upozorniť na nedávne pokusy o špecifikáciu formy a jej komponentov pomocou metód harmonickej analýzy [21, 24], z ktorých najmä práca [24] vzbudzuje zvýšenú pozornosť pre jej osobitný prínos k problému regenerácie formy. Zdá sa, že aplikácia teórie Fourierových radov, ktoré svojho času pozoruhodne zasiahli do mnohých oblastí fyzikálneho bádania, bude rozhodujúcim príspevkom aj pre pochopenie formy v geografii.

LITERATÚRA

1. BERRY, B. J. L., SIMMONS, J. W., TENNANT, R. J.: Urban population densities: structure and change. Geographical Review, 53, 1963, pp. 389—405, — 2. BLAIR, D. J., BISS, T. H.: The measurement of shape in geography: an appraisal of methods and techniques. Nottingham University, Department of Geography, Bulletin of Quantitative

Data for Geographers, *11*, 1967. — 3. BOYCE, R. R., CLARK, W. A. V.: Selected spatial variables and central business district retail sales. Regional Science Association, Papers, *11*, 1963, pp. 167—193. — 4. BOYCE, R. R., CLARK, W. A. V.: The concept of shape in geography. Geographical Review, *54*, 1964, pp. 561—572. — 5. BUNGE, W.: Theoretical geography. Lund Studies in Geography, Series C, General and Mathematical Geography, *1*, 1962. — 6. CERNY, J. W.: Sensitivity analysis of the Boyce-Clark shape index Canadian Cartographer, *12*, 1975, pp. 21—27. — 7. CLARK, W. A. V., GAILE, G. L.: The analysis and recognition of shapes. Geografiska Annaler, *55*B, 1973, pp. 153—163. — 8. COX, K. R.: Man, location, and behavior: an introduction to human geography. New York 1972. — 9. FROLOV, Ju. S.: Količestvennaja charakteristika formy geografičeskich javlenij (istorija voprosa). Izvestija Vsesojuznogo geografičeskogo obščestva, *106*, 1974. pp. 281—291. — 10. GIBBS, J. P.: A method for comparing the spatial shapes of urban units. In: Gibbs, J. P., ed.: Urban research methods. Princeton 1961, pp. 99—106.

11. GOVORENKOVA, T. M.: O mere formy gorodskich territorij. In: Skačkova, N. O., ed.: Primenenije matematičeskich metodov i vyčisliteľnoj techniki v gradostroiteľnych zadačach. Moskva 1971, pp. 29—43. — 12. GREJSUCH, B. L.: Vozmožnosť issledovanija form reliefa na elektronnych cifrovych vyčisliteľnych mašinach. Izvestija Akademii nauk SSSR, Serija geografičeskaja, (4), 1966, pp. 102—110. — 13. HAGGETT, P.: Locational analysis in human geography (first edition). Lodon 1965. — 14. HAGGETT, P., CLIFF, A. D., FREY, A.: Locational analysis in human geography (second edition). London 1977. — 15. HRADECKÝ, F.: Cassiniho křivky a Bernoulliho lemniskáta. Rozhledy matematicko-fyzikální, *54*, 1975—1976, pp. 404—409. — 16. CHORLEY, R. J., MALM. D. E. G., POGORZELSKI, H. A.: A new standard for estimating drainage basin shape. American Journal of Science, *255*, 1957, pp. 138—141. — 17. KOSTRUBIEC, B.: Sposoby pomiaru kształtów użyteczne w geografii i naukach pokrewnych. Czasopismo Geograficzne, *42*, 1971, pp. 377—393. — 18. LEE, D. R., SALLEE, G. T.: A method of measuring shape. Geographical Review, *60*, 1970, pp. 555—563. — 19. LO, C. P.: Changes in the shapes of Chinese cities. Professional Geographer, *32*, 1980, pp. 173—183. — 20. MARSDEN, B. S.: Urban delimitation on a density basis: Brisbane, 1861—1966. New Zealand Geographer, *26*, 1970, pp. 151—161.

21. McARTHUR, D. S., EHRLICH, R.: An efficiency evaluation of four drainage basin shape ratios. Professional Geographer, *29*, 1977, pp. 290—295. — 22. MEDVEDKOV, Ju. V.: Priloženija matematiki v geografii naselenija. In: Pokšiševskij, V. V., Valentej, D. I., Kovalev, S. A., eds.: Naučnyje problemy geografii naselenija. Moskva 1967, pp. 225—237. — 23. MODENOV, P. S., PARCHOMENKO, A. S.: Geometričeskije preobrazovanija. Moskva 1961. — 24. MOELLERING, H., RAYNER, J. N.: The harmonic analysis of spatial shapes using Dual Axis Fourier Shape Analysis (DAFSA). Geographical Analysis, *13*, 1981, pp. 64—77. — 25. SANGUIN, A. — L., GAUTHIER, P.: La forme territoriale le la Suisse: essai quantitatif en géographie politique. Geographica Helvetica, *32*, 1977, pp. 21—28. — 26. SCHUMM, S. A.: The evolution of drainage systems and slopes in badlands at Perth Amboy, New Jersey. Bulletin of the Geological Society of America, *67*, 1956, pp. 597—646. — 27. STEWART, J. Q., WARNTZ, W.: Macrogeography and social science. Geographical Review, *48*, 1958, pp. 167—184. — 28. STODDART, D. R.: The shape of atolls. Marine Geology, *3*, 1965, pp. 369—383. — 29. ŠALÁT, T. et al.: Malá encyklopédia matematiky. Bratislava 1978. — 30. TAYLOR, P. J.: Distance within shapes: an introduction to a family of finite frequency distributions. Geografiska Annaler, *53*B, 1971, pp. 40—53.

31. WILKINS, C. A., SHAW, J.: Measures of shape distortion in urban geography. Australian Geographer, *11*, 1971, pp. 593—595. — 32. WILLIS, K. G.: The influence of spatial structure and socio-economic factors on migration rates. A case study: Tyneside 1961—1966. Regional Studies, *6*, 1972, pp. 69—82.

Антон Безак

МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ФОРМЫ В ГЕОГРАФИИ

Цель статьи — рассмотреть некоторые наиболее интересные методы измерения формы двумерных географических объектов. В первой части статьи автором определяется форма с геометрического аспекта посредством концепции подобных преобразований в эвклидовой плоскости. Затем рассматриваются некоторые основные проблемы измерения формы. В связи с этим подчеркивается, что форму — в отличие от площади — невозможно выразить одним числом, так как не существует никакое взаимно-однозначное и непрерывное отображение множества всех плоских форм на множестве действительных чисел.

Для того чтобы найти выход из положения, автором рассматриваются две большие группы методов измерения формы. Методы первой группы определяют количественно при помощи единственного нумерического значения лишь специфические характеристики формы, как например, компактность. Во второй части статьи автором рассматриваются пять методов измерения компактности, которые предложили Гиббс и Хаггет, Симмонс, Бойс и Кларк, Блаё и Бисс и затем Ли и Селли.

Третья часть статьи посвящена двум методам второй группы, разработанным Бунге и Тейлором. При применении любого из них можно получить упорядоченную систему чисел, которая представляет собой меру данной формы и характеризует целый комплекс ее атрибутов. Описание каждого метода обеих категорий сопровождается обзором достоинств и недостатков, а также кратким упоминанием о возможностях применения в географии населенных пунктов.

В заключении статьи подчеркивается, что все до сих пор выдвинутые методы не дают полного описания формы в том смысле, что они не позволяют воспроизведение первоначальной формы по результатам измерений. В связи с этим автор обращает внимание на попытки определения формы при применении методов гармонического анализа, сделанные совсем недавно. Это направление исследований считается автором как самый перспективный подход к пониманию формы в географии.

Рис. 1. Метод Гиббса-Хаггета.

Рис. 2. Метод Симмонса.

Рис. 3. Метод Бойс-Кларка.

Рис. 4. Метод Блаё-Бисса.

Рис. 5. Метод Ли-Селли.

Рис. 6. Метод Бунге.

Перевод: Л. Правдова

Anton Bezák

METHODS OF MEASURING SHAPE IN GEOGRAPHY

The purpose of this paper is to review and evaluate some significant methods of measuring two-dimensional plane shapes. In the introductory section shape is defined from the geometrical point of view using the concept of similarity transformations in the Euclidean plane. Then some basic problems of measuring shape are presented. It is emphasized that shape, unlike area, cannot be expressed as an unique number because there exists no continuous one-to-one function from the set of all plane shapes into the set of real numbers.

As an attempt to avoid this impasse two broad groups of methods of measuring shape can be identified. The methods of the first group quantify by one numerical value only certain specific characteristics of shape. Five measures that have been proposed by Gibbs and Haggett, Simmons, Boyce and Clark, Blair and Biss, and Lee and Sallee for measuring compactness — the most commonly measured shape characteristics — are discussed in the second section.

The next section is concerned with two methods of the second group developed by Bunge and Taylor. Each of them generates an ordered set of numbers constituting the measure for a given shape. These sets of numbers come closer to uniqueness and consequently to one-to-one correspondence with the set of all shapes. In both sections advantages and shortcomings of each method are outlined and some applications in the field of settlement geography are shortly mentioned.

Finally, it is stressed that the methods developed so far are not complete descriptions of shape in the sense that they do not permit the regeneration of the original shape. In this connection attention is focused on recent attempts of specifying shape by means of harmonic (Fourier) analysis. This line of research seems to be the most important approach to understanding shape in geography.

Fig. 1. The Gibbs-Haggett method.

Fig. 2. The Simmons method.

Fig. 3. The Boyce-Clark method.

Fig. 4. The Blair-Biss method.

Fig. 5. The Lee-Sallee method.

Fig. 6. The Bunge method.

English by the author