

---

# GEOGRAFICKÝ ČASOPIS

---

58

2006

1

---

*Milan Koreň\**

## MODELOVANIE KRAJINY PROSTREDNÍCTVOM POLÍ

**M. Koreň:** Field-based models of landscape. *Geografický časopis*, 58, 1, 2006, 27 refs.

The paper is focused on mathematical formalization of selected terms from the field of geography and landscape ecology. Developed mathematical formalism enables general problem description at the theoretical level, independently from the target computer system. For this purpose the field-based approach seems to be more appropriate than a classic object-based approach. The representation of selected concepts was developed by use of suitable mathematical structures: landscape (system), territory (two-dimensional interval), landscape property (function, field), regionalization (decomposition), area (continuous set). Spatial operations such as overlay of thematic layers, buffering and so on can be expressed at the abstract level by use of characteristic functions and distance operator. Duality between landscape properties (fields) and regionalization (decomposition) preserves the close relationship between object-based and field-based approaches.

**Key words:** geographic information systems, spatial models, field-based models, regionalization, area, boundary, overlay

### ÚVOD

V príspevku je rozpracovaná matematická formalizácia vybraných pojmov z oblasti geografie a krajinskej ekológie. Vybrané pojmy a termíny sa vyjadrujú prostredníctvom vhodných matematických štruktúr (množín, funkcií, polí, rozkladov). Zavedenie predloženého formálneho aparátu umožňuje vytvoriť teoretické opisy a modely krajinných systémov, ktoré sú nezávislé na počítačovej reprezentácii.

---

\* Katedra hospodárskej úpravy lesov a geodézie, Lesnícka fakulta Technickej univerzity vo Zvolene, T. G. Masaryka 24, 960 53 Zvolen

Základom formalizácie vybraných pojmov je systémový prístup ku krajine, rozpracovaný v prácach Krcha (1977, 1979, 1981 a 1990). Na reprezentáciu vlastností krajiny sa nepoužíva klasický objektový prístup, ale všetky vlastnosti sa vyjadrujú skalárnymi a vektorovými poliami. Pole sa chápe ako funkcia, ktorá zobrazuje územie do vhodného oboru hodnôt. Pomocou vlastností krajiny sa definuje rozklad územia, ktorý zodpovedá pojmu regionalizácie podľa vhodne zvoleného regionalizačného kritéria. Na základe charakteristických funkcií je vyjadrená dualita vlastností krajiny a regionalizácie (rozkladu), čím sa vytvára prepojenie medzi klasickým objektovým prístupom a reprezentáciou prostredníctvom polí. Kompozíciou charakteristických funkcií je možné opísať aj nakladanie (overlay) tematických vrstiev. Zavádza sa pojem areálu ako súvislej množiny, ktorá tvorí základnú jednotku priestorového rozkladu. V závere je uvedený stručný rozbor povahy hraníc areálov a problematiky ich presného určenia.

### POČÍTAČOVÉ MODELÝ KRAJINY

Priestor, čas aj vlastnosti objektov sú spojené veličiny. Ak s nimi model narába ako so spojenými, potom hovoríme o spojenom modeli. Pretože počítače sú konečno-stavové zariadenia s obmedzenou pamäťou, realizácia počítačových modelov (simulácií) vyžaduje diskretizáciu priestoru, času a popisných údajov. Na formálne vyjadrenie modelov sa používajú prostriedky diskretnej matematiky. Spôsob diskretizácie závisí od účelu, použitých postupov a požiadaviek na presnosť a správnosť modelu. Pre modelovanie priestorových javov v geografii a krajinej ekológii sa v odbornej literatúre (Peuquet 1988, Worboys 1995) rozlišujú dve základné triedy konceptuálnych počítačových modelov: modelovanie prostredníctvom polí (field-based models) a objektové modely (object-based models).

Modely založené na poliach zobrazujú geografické údaje ako množinu priestorových distribúcií popisných údajov, ktoré ako matematické funkcie zobrazujú priestorový rámec do oboru hodnôt. Priestorovým rámcom sa nazýva rozklad územia na konečný počet disjunktných množín. Priestorovým poľom je potom každá vypočítateľná funkcia z územia do vhodného konečného oboru hodnôt. Tieto modely sú výhodné v situáciách, pri ktorých potrebujeme vykonávať výpočty. Používajú sa napríklad v oblasti počítačového spracovania leteckých a družicových snímok, modelovania kontaminácie pôdy, znečistenia ovzdušia, erózie pôdy a pod.

Typickým predstaviteľom sú rastrové modely, ktoré používajú pravidelný obdĺžnikový alebo štvorcový rozklad územia. Pole je reprezentované ako rastrová tematická vrstva. Keďže priestorový rámec má pravidelnú a konečnú štruktúru, je potrebné vzorkovanie sledovaného javu. Procesom vzorkovania sa do rastrového modelu nutne zavádzajú chyby správnosti aj presnosti. Ďalším zástupcom modelov založených na poliach je nepravidelná trojuholníková sieť (triangulated irregular network – TIN). Nepravidelné trojuholníkové siete sa používajú hlavne na reprezentáciu digitálnych modelov georeliéfu (Krcho 1990 a 2001). Na nepravidelných trojuholníkových sieťach je možné vykonávať výpočty, alebo ich vhodným algoritmom transformovať na rastrové a vektorové modely (bodové pole, vrstevnice, spádnice a pod.).

Objektovo založené modely najskôr definujú objekty, ktorým sa potom priradí ich poloha v priestore. Tým vzniká nepravidelný rozklad územia. V počítačovom prostredí sa tieto objekty implementujú ako základné geometrické útvary: bod, línia, polygón. Vyhľadávanie a triedenie objektov je v objektových modeloch omnoho efektívnejšie ako v modeloch založených na poliach. Preto sú vhodné na budovanie rozsiahlych geografických databáz, kde priamo pracujeme s objektmi a ich vlastnosťami. Aj metódy sieťovej analýzy je jednoduchšie implementovať a vykonať nad vhodným objektovým modelom líniových sietí.

Podobnosť modelov spočíva v rozklade územia na geometrické objekty určitého typu. Okrem rozdielu medzi pravidelným rozkladom rastrových modelov a nepravidelným rozkladom vektorových modelov, hlavný rozdiel spočíva v odlišnom postupe tvorby rastrového a vektorového modelu. V rastrových modeloch alebo nepravidelných trojuholníkových sieťach priradíme areálu (bunke rastra) hodnotu (vlastnosť). Vo vektorových modeloch objektom vymedzeným na základe ich vlastností priradíme polohu v priestore. V rastrových modeloch nepracujeme s objektmi, len s priestorovými distribúciami hodnôt (vlastností). Vo vektorovom modeli je objekt jednoznačne identifikovateľná entita, s ktorou môžeme manipulovať (napr. posúvať). V rastrovom modeli zodpovedá poloha jedného objektu zvyčajne niekoľko buniek rastra, ktoré sa však nepovažujú spolu za jeden celok.

Modely založené na poliach, ako aj objektové modely predstavujú triedy konceptuálnych počítačových modelov, ktoré sú nezávislé na konkrétnej implementácii vo výpočtovom prostredí. V súčasnosti existuje viacero spôsobov efektívnej implementácie rastrových aj vektorových modelov. Rozpracované sú aj vhodné štruktúry údajov a algoritmy práce s týmito údajmi (napr. Samet 1989). Obidve triedy modelov sa dajú kombinovať, čo umožňuje využívať výhody oboch prístupov. Vyvinuli sa rôzne postupy na transformáciu modelov založených na poliach na objektové modely a opačne. Tieto transformácie sú vo väčšine prípadov možné, avšak sú časovo náročné a dochádza pri nich k strate presnosti a správnosti modelov. Podobne pri výpočtoch s modelmi založenými na poliach je potrebné zabezpečiť, aby všetky polia boli definované v rovnakom priestorovom rámci. Ak nemajú spoločný priestorový rámec, potom je nevyhnutné polia prevzorkovať.

### KRAJINNÝ SYSTÉM A ÚZEMIE

Teória modelovania je úzko spojená s rozvojom teórie systémov. V slovenskej a českej literatúre sa problematika modelovania prírodných a sociálno-ekonomických systémov rozoberá hlavne v súvislosti so systémovým prístupom (Krcho 1981, Štach 1982, Habr a Vepřek 1986, Oboňa 1990 a ďalší). V nadväznosti na matematickú teóriu systémov (Bertalanffy 1976) boli vypracované teórie modelov a modelovania. Medzi teoreticky najviac prepracované patria práce Zeiglera (1976) a Castiho (1989).

Krajinný systém (sféra) je – ako špeciálny druh geosystému – hybridný časovo-priestorový, látkovo-energetický a informačný systém (Mičian a Zatkálík 1990), ktorý pozostáva zo svojich podsystémov. Z hľadiska teórie systémov ho môžeme vyjadriť nasledovne (Krcho 1977, 1979 a 1990):

$$S_G = \{S_{FG}, S_{AG}\}, \quad (1)$$

kde  $S_{FG}$  je fyzicko-geografický a  $S_{AG}$  socio-ekonomický podsystem. Okolie systému  $S_G$  budeme označovať  $S_0$ . Fyzicko-geografický systém  $S_{FG}$  a socio-ekonomický systém  $S_{AG}$  môžeme ďalej dekomponovať na podsystemy druhého rádu.

Pod pojmom krajina (resp. geografická krajina) rozumieme konkrétnu časť zemského povrchu, vyhraničenú na základe zvoleného kritéria (Mičian a Zatkálík, 1990). V tejto práci budeme túto konkrétnu časť zemského povrchu reprezentovať otvoreným dvojrozmerným intervalom

$$L = (x_0, y_0) \times (x_1, y_1), \quad (2)$$

ktorý je podmnožinou dvojrozmerného euklidovského priestoru  $E_2$  s definovaným pravouhlým súradnicovým systémom. Tento interval nazývame územie.

Systémový prístup znamená vytvorenie určitého konceptuálneho modelu krajiny, pri ktorom sa vymedzujú podsystemy a samotné prvky krajiny, ktoré sa oddeľujú od okolia. Prvky krajiny sa nachádzajú v istom stave. Medzi prvkami navzájom, ako aj s okolím krajiny existujú väzby. Skúmať štruktúru (a rozmanitosť) krajiny znamená skúmať štruktúru (a rozmanitosť) systému, jeho podsystemov, prvkov, väzieb a stavov. Naproti tomu územie predstavuje len dvojrozmerný priestor, do ktorého sa premietajú jednotlivé objekty a ich vlastnosti. V priemete do územia sa takto môže odraziť len časť štruktúry a rozmanitosti krajiny. Pri štúdiu rozmanitosti územia preto skúmame len rozmanitosť dvojrozmerného priemetu krajinného systému.

Pre aplikácie geografických informačných systémov a počítačové simulácie predstavuje územie časť projekčnej roviny, do ktorej sa vhodnou kartografickou transformáciou zobrazuje referenčný elipsoid. Na ňom je spravidla definovaný systém zemepisných (geodetických) súradníc, ktoré sú reprezentované zemepisnou šírkou  $\varphi$  a zemepisnou dĺžkou  $\lambda$ . Kartografické zobrazenie  $k$  je potom definované na podmnožine zemepisných súradníc, ktorú zobrazuje do dvojrozmerného (resp. trojrozmerného) euklidovského priestoru:

$$k: U \rightarrow E_2(E_3), \text{ kde } U \subseteq [-90^\circ, 90^\circ] \times [0^\circ, 360^\circ]. \quad (3)$$

Pod štruktúrou územia rozumieme podľa Kozovej (1980) priestorovú stavbu krajinného systému, t. j. všeobecný kvalitatívne a kvantitatívne určený poriadok (usporiadanie) priestorových závislostí a väzieb medzi podsystemami krajinného systému. Medzi štruktúrou konkrétneho územia a procesmi, ktoré v ňom prebiehajú, existujú silné obojstranné väzby. Priestorové usporiadanie ovplyvňujú abiotické podmienky, distribúcia prírodných zdrojov, ale aj trofické vzťahy, vitalita spoločenstiev a antropické aktivity.

Priestorové jednotky zobrazujeme prostredníctvom tematických máp (kategórií). Každá tematická mapa (kategória) zvyčajne pozostáva z viacerých tried, z ktorých každá sa skladá z množiny vzájomne sa neprekrývajúcich priestorových areálov. Areál reprezentuje súvislú časť územia, ktorá je vnútorne homogénna vzhľadom na zvolené kritérium. Pri analýze priestorovej štruktúry sa na krajinu a jej prvky môžeme pozeráť na viacerých hierarchických úrovniach.

Z hľadiska rozsahu a mierky parametre (charakteristiky) sledujeme a počítame na úrovni areálu, triedy, kategórie (tematickej vrstvy) a krajiny.

## REGIONALIZÁCIA

### Rozklad územia

Fyzicko-geografické regióny sa definujú ako časti fyzicko-geografického podsystemu  $S_{FG}$ , vydelené na základe určitého znaku (Mičian a Zatkálík 1990). Proces vydeľovania (ohraničovania) fyzicko-geografických regiónov sa nazýva fyzicko-geografickou regionalizáciou krajiny. Rovnaké postupy sa používajú aj v krajinnej ekológii, len geografické znaky sa nahrádzajú krajinno-ekologickými.

Pojmom regionalizácia sa v geografii označuje proces regionalizácie krajiny na základe zvoleného kritéria, ako aj výsledok tohto procesu. Podľa jednoznačnosti, resp. opakovateľnosti regiónov rozlišujeme individuálnu a typologickú regionalizáciu (Mičian a Zatkálík 1990). Individuálnu nazývame regionalizáciu, ktorej výsledkom sú neopakovateľné, jedinečné regióny, z ktorých každý má svoju osobitnú charakteristiku a na mape je reprezentovaný jedným areálom. Pri typologickej regionalizácii môže vzniknúť viacero regiónov (areálov) s rovnakou charakteristikou.

Z matematického hľadiska regionalizácia  $P$  krajiny predstavuje rozklad dvojrozmerného intervalu  $L$  (územia) na množinu neprázdnych disjunktných množín  $P_i$  (regiónov), ktorých zjednotenie je celé územie:

$$P = \{P_i : i = 1, 2, 3, \dots\}, \quad (4)$$

$$L = \bigcup_{i=1}^{+\infty} P_i,$$

$$P_i \neq \emptyset, \text{ pre každé } i,$$

$$P_i \cap P_j = \emptyset, \text{ pre každé } i \neq j.$$

Z praktického hľadiska sú zaujímavé najmä rozklady územia na konečný počet množín. Pre každý rozklad  $P$  môžeme definovať reláciu ekvivalencie ( $\equiv$ ) na množine  $L$

$$x \equiv y, \text{ práve vtedy, keď existuje } i \text{ také, že } x \in P_i \wedge y \in P_i, \quad (5)$$

čo znamená, že dva prvky sú ekvivalentné práve vtedy, keď patria do tej istej množiny rozkladu. Dá sa dokázať, že medzi triedami ekvivalencie takto definovanej relácie a množinami rozkladu existuje jedno-jednoznačné zobrazenie. Opačne, ku každej relácii ekvivalencie na území  $L$  existuje jednoznačný rozklad (Legén 1980). Relácia ekvivalencie predstavuje klasifikačné kritérium (znak), na základe ktorého sa robí regionalizácia. Rozklad územia predstavuje výsledok procesu regionalizácie, rozdelenie krajiny na vnútorne homogénne regióny (s ohľadom na zvolené klasifikačné kritérium).



Každá trieda rozkladu sa môže skladať z jednej alebo viacerých súvislých, navzájom disjunktných množín. Súvislú množinu rozkladu nazývame areál. Pri praktických aplikáciách je vhodné požadovať, aby bol rozklad konečný, z teoretického hľadiska sa však môžeme zaoberať aj rozkladmi na nekonečný počet areálov. Trieda rozkladu územia zodpovedá regiónu. Ak všetky triedy rozkladu (regióny) pozostávajú práve z jedného areálu, tak rozklad reprezentuje individuálnu regionalizáciu.

#### Súvislá množina – areál

V definíciách regiónu (resp. priestorovej jednotky) sa vyžaduje, aby bol súvislý. Rozumie sa tým, že medzi každými dvoma bodmi množiny existuje súvislá cesta, ktorá celá leží v danej množine.

Cestou medzi dvoma bodmi  $a, b$  z územia  $L$  budeme nazývať každé spojitě zobrazenie  $p$ , pre ktoré platí:

$$\begin{aligned} p: [0,1] &\rightarrow L, \\ p(0) &= a, p(1) = b, \\ p(t) &\in L, \text{ pre každé } t \in [0,1]. \end{aligned} \quad (6)$$

Množinu  $P_i$  rozkladu územia  $L$  nazývame súvislou, ak medzi každými dvoma bodmi tejto množiny existuje aspoň jedna cesta. Geometrický význam cesty spočíva v tom, že môžeme nakresliť súvislú čiaru z bodu  $a$  do bodu  $b$  tak, že celá cesta bude ležať v množine  $P_i$ .

Súvislými množinami sú všetky „klasické“ priestorové jednotky, zavedené v oblasti geografických informačných systémov: jednoduchý polygón aj polygón s „dierami“. Množina polygónov, ktorá pozostáva z dvoch alebo viacerých oddelených polygónov, nie je súvislá. Súvislou množinou bude však množina, ktorá sa skladá z dvoch oddelených polygónov a jedinej čiary, ktorá ich spája. Môžu to byť napríklad dve vodné nádrže spojené kanálom. Každá cesta medzi bodmi z oddelených polygónov bude obsahovať čiaru, ktorá ich spája. Ďalším špeciálnym prípadom spojitosti množiny je obraz riečnej, cestnej, železničnej alebo inej siete. V týchto prípadoch sa medzi bodmi môžeme pohybovať vždy len po spájajúcich čiarach. V líniovej sieti sa okrem uzlových bodov do strany nedá pohybovať. Využitím funkcie vzdialenosti a topologických vlastností množín je možné zadefinovať pojmy uzol a línia a použiť ich na vytvorenie sieťového modelu (grafu) danej líniovej siete.

Pre potreby počítačového spracovania údajov musíme predpokladať, že výsledkom regionalizácie je konečný počet regiónov a tieto sa dajú vyjadriť vo vhodnej digitálnej forme. Región sa musí dať vyjadriť určitou plošnou priestorovou jednotkou. Vo vektorových geografických informačných systémoch sa na reprezentáciu súvislého areálu používa polygón. Prostredníctvom neho sa definujú ďalšie priestorové jednotky: jednoduchý areál, zložený areál, resp. množina areálov. V rastovo orientovaných GIS-och sa súvislý areál definuje ako množina susedných buniek s rovnakými hodnotami. Susednosť sa môže definovať viacerými spôsobmi. Najpoužívanějšími sú 4-susednosť a 8-susednosť. Po-

dobne ako vo vektorových GIS môžeme skonštruovať areál jednoduchý, zložený a množinu areálov. Pre prácu s regiónmi v týchto systémoch sú potrebné tzv. regionálne operátory, sumarizujúce údaje v jednej údajovej vrstve pre regióny definované na inej vrstve.

#### VYJADRENIE VLASTNOSTÍ KRAJINY PROSTREDNÍCTVOM SKALÁRNYCH A VEKTOROVÝCH POLÍ

##### Skalárne a vektorové polia

V prírodovedných disciplínach, hlavne vo fyzike, sa na opis a modelovanie veličín často používajú vektorové funkcie. Slovo „pole“ sa používa vo viacerých oblastiach matematiky a podľa toho má rôzny význam. Pre potreby vyjadrenia vlastností územia používame tento pojem vo význame skalárnej (resp. vektorovej) funkcie. Vektorovým poľom sa nazýva zobrazenie

$$v: L \rightarrow R^n, \quad (7)$$

kde  $R$  označuje množinu reálnych čísel. Vektorové funkcie sú vhodné v prípadoch, keď sa veličina dá v každom bode opísať vektorom reálnych čísel. Takto definovaná funkcia sa potom nazýva vektorové pole (Moravský et al. 1992).

Okrem vektorových funkcií sa zaviedli skalárne funkcie, resp. skalárne polia. Rozumie sa tým každé zobrazenie územia (oboru hodnôt) do množiny reálnych čísel. Vektorové pole môžeme rozložiť na jeho skalárne zložky

$$v_i: L \rightarrow R \quad (8)$$

a zapísať ho nasledovne:

$$v(x) = (v_1(x), v_2(x), \dots, v_n(x)). \quad (9)$$

Na vyjadrenie vlastností krajiny sú potrebné aj iné ako reálne funkcie. Z tohto dôvodu používame rozšírenú definíciu skalárneho poľa. Skalárnym poľom potom nazývame každú funkciu, ktorá zobrazuje územie  $L$  do vhodne zvoleného oboru hodnôt:

$$s: L \rightarrow D, \quad (10)$$

kde  $D$  je zvolený obor hodnôt skalárneho poľa. Ak obor hodnôt je podmnožina reálnych čísel, potom ho budeme nazývať reálnym skalárnym poľom.

Obdobne vektorovým poľom nazývame každú funkciu, ktorá zobrazuje územie  $L$  do karteziánskeho súčinu vhodne zvoleného konečného počtu oborov hodnôt:

$$v: L \rightarrow D_1 \times D_2 \times \dots \times D_n. \quad (11)$$

Ak všetky obory hodnôt sú podmnožiny reálnych čísel, potom ho nazývame reálnym vektorovým poľom.

Vlastnosti krajiny môžeme súhrnne vyjadriť množinou funkcií

$$F_G = \{f_i, i = 1, 2, 3, \dots\}, \quad (12)$$

kde každá funkcia

$$f_i : L \rightarrow D_i \quad (13)$$

je skalárnym alebo vektorovým poľom nad územím  $L$  a vyjadruje určitú kvantitatívnu alebo kvalitatívnu vlastnosť krajiny. Funkcie z množiny  $F_G$  preto nazývame vlastnosťami krajiny.

Každá funkcia  $f_i$  má definovaný vlastný obor hodnôt  $D_i$ . Podľa oboru hodnôt rozdeľujeme vlastnosti krajiny do štyroch skupín (Triola 1989): nominálne, ordinálne, intervalové, podielové. V rámci uvedených skupín sú nominálne hodnoty považované za najnižšiu úroveň, podielové za najvyššiu. Vhodnou transformáciou sa hodnoty vyššej úrovne dajú transformovať na hodnoty nižšej úrovne. Použitím vhodných matematických operácií je možné odvodzovať ďalšie vlastnosti krajiny, simulovať výpočty a postupy, vytvárať teoretické matematické modely nezávislé na počítačovej reprezentácii.

Pri systémovom modelovaní krajiny sa geografický systém  $S_G$  rozkladá na fyzicko-geografický podsystem  $S_{FG}$  a socio-ekonomický podsystem  $S_{AG}$ . Obdobným spôsobom môžeme rozložiť množinu všetkých vlastností krajiny  $F_G$  na podmnožinu fyzicko-geografických vlastností  $F_{FG}$  a podmnožinu socio-ekonomických vlastností  $F_{AG}$ , ktoré vyjadrujú vlastnosti jednotlivých podsystemov krajiny:

$$F_G = F_{FG} \cup F_{AG}. \quad (14)$$

#### Bodové polia, interpolácia a aproximácia

V praxi sa často stretávame s prípadom, keď vlastnosti krajiny nie sú známe v každom bode územia. Výsledkom terénnych prieskumov a meraní sú hodnoty vo vybraných pozorovacích bodoch. Na reprezentáciu takýchto údajov sa používajú bodové skalárne a vektorové polia.

Dvojrzmerným skalárnym bodovým poľom sa nazýva konečná množina usporiadaných trojíc

$$\{(x_k, y_k, z_k) : k = 1, \dots, n\}. \quad (15)$$

Usporiadaná dvojica  $(x_i, y_i) \in L$  predstavuje súradnice bodu v území, číslo  $z_i$  hodnotu priradenú tomuto bodu. Zovšeobecnene si bodové pole môžeme predstaviť ako funkciu, ktorá zobrazuje množinu bodov  $P$  do vhodného oboru hodnôt

$$h : U \rightarrow H, \text{ kde } U \subset L. \quad (16)$$

Ak množina  $U$  je konečná, tak ju budeme nazývať konečným bodovým poľom. Body množiny  $U$  môžu byť v území rozmiestnené pravidelne (napr. v pra-

videlnej obdĺžnikovej sieti). Vtedy hovoríme o pravidelnom bodovom poli. Ak sú body rozmiestnené nepravidelne, potom pole nazývame nepravidelným. Podľa oboru hodnôt  $U$  rozlišujeme skalárne a vektorové bodové polia.

Bodové polia sa vhodnou metódou rozširujú (zovšeobecňujú) na celé územie. Rozoznávame dva druhy rozšírení: aproximácie a interpolácie. Pole (funkcia, vlastnosť)  $f$  je interpoláciou bodového poľa  $h$ , ak v každom bode množiny  $U$  nadobúda rovnaké hodnoty ako dané bodové pole  $h$ :

$$f(x, y) = u(x, y), \text{ pre každé } (x, y) \in U. \quad (17)$$

U aproximačných funkcií je táto podmienka zoslabená. Požaduje sa, aby hodnota aproximačnej funkcie  $g$  bola blízka hodnote bodového poľa (pre vhodné  $\epsilon$ ):

$$|g(x, y) - h(x, y)| < \epsilon, \text{ pre každé } (x, y) \in U. \quad (18)$$

Interpolácia je vlastne špeciálnym prípadom aproximácie, keď sa požaduje, aby sa hodnoty aproximačnej funkcie a bodového poľa zhodovali v daných bodoch.

#### DUALITA VLASTNOSTÍ A ROZKLADU ÚZEMIA

Pohľad na vlastnosti krajiny prostredníctvom funkcií je svojím spôsobom netradičný, pretože nie je spojený so žiadnymi objektmi krajinné sféry ani tematickými vrstvami. Vychádza len z pozorovaného územia, ktorému priraduje rôzne vlastnosti. Na základe týchto vlastností je potom možné vymedziť jednotlivé objekty, alebo urobiť regionalizáciu územia. Opačne, ak máme dané objekty, resp. regionalizáciu záujmového územia, môžeme ich využiť na definíciu funkcií, ktoré opisujú vlastnosti krajiny. Tento postup sa v praxi používa často. Ako základ sa vezme mapa územia a k existujúcim objektom mapy (sídla, rieky, cesty, lesné porasty, pôdne typy, geomorfologické jednotky, atď.) sa priradujú popisné údaje (vlastnosti). Túto dualitu môžeme formálne vyjadriť nasledujúcim spôsobom.

Pre každú vlastnosť krajiny

$$f : L \rightarrow D, \quad (19)$$

ktorej oborom hodnôt je konečná množina

$$D = \{d_1, d_2, \dots, d_n\},$$

môžeme skonštruovať množiny

$$D_i = \{x \in L : f(x) = d_i\}. \quad (20)$$

Množina  $D_i$  predstavuje všetky body krajiny, v ktorých vlastnosť  $f$  nadobúda hodnotu  $d_i$ . Územie  $L$  sa takto rozdelí na množinu disjunktných regiónov, pričom

$$L = \bigcup_{i=1}^n D_i \text{ a } D_k \cap D_l = \emptyset, \text{ pre } k \neq l. \quad (21)$$

Každá vhodná vlastnosť krajiny tak vytvára jej rozklad – regionalizáciu, pričom charakter regionalizácie (individuálna, typologická) závisí od vlastností funkcie.

Opačne, ak máme daný konečný rozklad (regionalizáciu) územia

$$P = \{P_i, i = 1, 2, \dots, n\}, \quad (22)$$

pričom

$$L = \bigcup_{i=1}^n P_i \text{ a } P_k \cap P_l = \emptyset, \text{ pre } k \neq l \quad (23)$$

a pre každý región  $P_i$  je daná nejaká hodnota  $d_i$ , môžeme definovať novú vlastnosť krajiny

$$h: L \rightarrow D, \\ h(x) = d_i, \text{ práve vtedy, keď } x \in P_i, \quad (24)$$

$$\text{kde } D = \bigcup_{i=1}^n \{d_i\}.$$

Špeciálne, ak každému regiónu priradíme jednoznačnú hodnotu odlišnú od ostatných (identifikátor), dostaneme charakteristickú funkciu regionalizácie  $P$ :

$$\chi_P: L \rightarrow D, \\ \chi_P(x) = i, \text{ práve vtedy, keď } x \in P_i, \quad (25) \\ \text{kde } D = \{1, 2, \dots, n\}.$$

Táto funkcia jednoznačne identifikuje jednotlivé regióny. Príslušné triedy rozkladu, skonštruované podľa (20), spätne vytvoria pôvodné jednotlivé regióny ( $P_i = D_i$ ). Obdobným spôsobom ako charakteristickú funkciu regionalizácie môžeme definovať aj charakteristickú funkciu regiónu  $P_i$ :

$$\chi_{P_i}: L \rightarrow \{0, 1\}, \\ \chi_{P_i}(x) = 1, \text{ práve vtedy, keď } x \in P_i, \quad (26) \\ \chi_{P_i}(x) = 0, \text{ práve vtedy, keď } x \notin P_i.$$

Charakteristickú funkciu regionalizácie  $P$  potom môžeme vyjadriť ako sumu charakteristických funkcií jej regiónov:

$$\chi_P(x) = \sum_{i=1}^n i \cdot \chi_{P_i}(x). \quad (27)$$

Ako vidíme, opis vlastností krajiny funkciami a procesy identifikácie objektov na základe ich vlastností, ako aj regionalizácie územia na základe zvoleného kritéria sa vzájomne dopĺňajú. K vhodne zvolenej vlastnosti krajiny môžeme

priradiť regionalizáciu územia a na základe regionalizácie územia môžeme vytvárať funkcie opisujúce vlastnosti krajiny. Táto dualita formálne vyjadruje ekvivalenciu modelov založených na poliach a objektových modelov.

## PRIENIKY PRIESTOROVÝCH AREÁLOV

Prekrývanie (nakladanie) tematických vrstiev patrí medzi základné operácie používané pri analýze geografických údajov. Vyjadrenie rozkladu územia pomocou polí umožňuje formalizáciu tejto základnej operácie priestorovej analýzy nezávisle na počítačovej implementácii a použitých údajových štruktúrach.

Operácia prekrývania tematických vrstiev sa zakladá na dvoch regionalizáciách územia – primárnej ( $P$ ) a sekundárnej ( $S$ ):

$$P = \{P_i, i = 1, 2, \dots, m\}, \quad (28) \\ S = \{S_j, j = 1, 2, \dots, n\}.$$

Napríklad pri výpočte rozmanitosti krajiny primárna (určujúca) regionalizácia definuje regióny, v rámci ktorých chceme sledovať a vypočítať rozmanitosť regiónov sekundárnej regionalizácie. Ako primárna sa použije individuálna regionalizácia (napr. okresy, geomorfologické jednotky, územie celej republiky a pod.). Sekundárna regionalizácia určuje regióny, ktoré vytvárajú rozmanitosť vo vnútri regiónov primárnej (určujúcej) regionalizácie. Ako sekundárna sa použije vhodná typologická regionalizácia (geobotanické typy, pôdne typy, krajinná pokrývka a pod.), takže jednotlivé typy, resp. kategórie sa môžu vo vnútri primárnych regiónov opakovať.

Prienikom primárnej a sekundárnej regionalizácie vznikne výsledná regionalizácia  $O$  (prekrytie, overlay)

$$O = P \cap S, \quad (29)$$

ktorú vyjadríme skonštruovaním funkcie prieniku  $\chi_O$  pomocou charakteristických funkcií regionalizácií  $P$  a  $S$ :

$$\chi_O: L \rightarrow \{1, 2, \dots, n\} \times \{1, 2, \dots, n\}, \\ \chi_O = [\chi_P(x), \chi_S(x)], \quad (30)$$

$\chi_O$  je jedna z charakteristických funkcií prieniku, pričom regióny prieniku sú dané nasledovne (môže sa stať, že región  $O_{i,j}$  zodpovedajúci niektorej hodnote  $[i,j]$  bude prázdny):

$$O_{i,j} = \{x \in U, \chi_O(x) = [i,j]\}. \quad (31)$$

## HRANICE AREÁLOV

Hranice areálov v analógových alebo digitálnych mapách sú ostré a presne oddeľujú areál od jeho okolia. V skutočnom svete je takého presného vymedzenia zriedkavé (Burrough 1986). Presné a ostré hranice sú väčšinou charakteristické



len pre umelé výtvy: hranice parciel, hranice budov a iných stavieb, administratívne hranice. Pribeh hraníc prírodných areálov nebýva jednoznačný.

Charakter hranice areálu je ovplyvnený prírodnými procesmi, ktoré prebiehajú v krajine a ovplyvňujú jej vlastnosti, meniace sa v priestore spojitosti, v súlade s určitým trendom, ktorý môže byť narušený náhlými lokálnymi zmenami. Takýmto sú napríklad vlastnosti, ktorých hlavnou príčinou sú klimatické procesy. K výrazným zmenám dochádza postupne a na relatívne veľké vzdialenosti. Výsledkom je zonálnosť javov: šírková, kontinentálna, oceanická a pod. (Plesník 2002). Všeobecný trend môže byť narušený výraznými lokálnymi vplyvmi, napríklad hmotou pohoria, orientáciou a hĺbkou doliny, ktoré urýchľujú alebo spomaľujú zmeny a na menšom území môžu byť príčinou vlastnej regionálnej zonálnosti (príhorská zonálnosť – Mičian 1967, vnútrohorská zonálnosť – Plesník 2002 a iné). Spojitá vlastnosť sa rozdelí do tried (zóny, oblasti, typy), ktoré zachovávajú podstatné črty. Hranica medzi zónami (areálmi) je potom vlastne hranicou oddeľujúcou zvolené triedy.

Podobne aj hranice iných typologických jednotiek krajinných prvkov (pôdnych, rastlinných atď.) sú v teréne ťažko jednoznačne identifikovateľné. Len v špeciálnych prípadoch, keď dochádza k prudkej zmene podmienok (napr. zlomová hrana reliéfu, breh rieky, okraj riečnej terasy), je hranica areálu definovaná presne. Prevažná väčšina hraníc je ovplyvňovaná náhlými lokálnymi zmenami na malé vzdialenosti. Spôsobujú ich sekundárne procesy, ktorých intenzita je výrazná v danej lokalite. Pri bližšom pohľade na takúto hranicu nachádzame vždy nové a nové detaily, takže nadobúda fraktálový charakter. Určenie priebehu hraníc je navyše ovplyvnené chybami terénnych pozorovaní, hustotou a polohou pozorovacej siete a ďalšími faktormi. Nesprávna interpretácia nameraných hodnôt môže spôsobiť, že kvôli lokálnemu extrému sa prehliadne trend širšieho významu a určia sa nesprávne hranice (Burrough 1986).

O fraktálovom charaktere hraníc prírodných areálov sa v odbornej literatúre stále diskutuje. Podľa základnej Mandelbrotovej tézy sa zväčšovaním mierky absolútna presnosť pozorovania nezvyšuje, ale rastie množstvo pozorovaných detailov. Fraktálové útvary majú dve základné vlastnosti. Prvou je samopodobnosť (selfsimilarity), ktorá znamená, že so zmenou mierky sa opakujú tvary a vzory. Druhou vlastnosťou je zlomková (fraktálová) dimenzia. Fraktálový charakter bol pozorovaný pri prírodných javoch, akými sú priebeh pobrežia alebo hranice pôdnych jednotiek (Burrough 1983). Pri iných javoch (napr. rozšírenie geomorfologických jednotiek) sa opakovanosť a štatistická podobnosť v rôznych mierkach nepotvrdila. Dosiahnuté výsledky sú ovplyvnené aj skutočnosťou, že fraktálovú dimenziu možno počítať rôznymi spôsobmi, pričom aj rovnakým postupom sa pre rôzne mierky dosiahnu rozdielne aproximujúce výsledky (Burrough 1986).

Charakter priestorového areálu a jeho hranice závisia predovšetkým od procesov, ktoré krajinu formujú. V rovinných oblastiach prevládajú akumulčné procesy, ktoré sa menia plynulo. Zmeny sú postupné, plochu rozsiahlych a homogénnych areálov môžu narušovať len lokálne anomálie. V nepriaznivých klimatických podmienkach vysokohorského prostredia sa však dajú očakávať procesy erózneho charakteru, rýchle zmeny vlastností, rozlohou malé priestorové areály a tým aj rozmanitejšia štruktúra územia. Určenie hranice areálu nie je ab-

solútne presné, ale je kompromisom (často subjektívnym) vyplývajúcim zo stupňa poznania a podmienok (prírodných, ekonomických, časových). Navyše, charakter a presnosť určenia hraníc areálu sa môže meniť. V praxi býva v jednom mieste hranica daná presne, napr. zlomovou hranou reliéfu, v inom mieste je určená len približne.

Počítačové modely krajiny využívajú na reprezentáciu priestorových areálov objektový prístup. Reprezentácia hraníc areálov je obmedzená možnosťami počítačového systému a neumožňuje verné znázornenie všetkých druhov areálov (napr. fraktálových). Teoretický prístup prostredníctvom polí, v ktorom je areál definovaný ako súvislý vzor určitej množiny hodnôt, je všeobecnejší. Umožňuje študovať aj zložitý priestorový útvary fraktálovej povahy.

V praktických aplikáciách sa pod hranicou areálu intuitívne rozumie „čiara“, ktorá ho oddeľuje od okolia, t. j. hranica polygónu, alebo hranica bunky rastra. To však znamená, že väčšina hraničných bodov leží súčasne v dvoch objektoch – ľavom a pravom polygóne. Definícia rozkladu územia na vzájomne disjunktné množiny však takúto možnosť nepripúšťa. Body hranice musia vždy patriť práve do jednej množiny, preto je nutné zaviesť a používať všeobecnú definíciu hranice množiny.

Bod sa nazýva vnútorným bodom množiny, ak existuje také jeho otvorené okolie, ktoré je celé podmnožinou danej množiny. Množinu všetkých vnútorných bodov budeme označovať  $Int(U)$  a nazývať vnútro množiny  $U$ .

Hranicu množiny  $\delta(U)$  definujeme ako doplnok k zjednoteniu vnútorných bodov množiny  $U$  a vnútorných bodov jej doplnku (Borisovich et al. 1985). Zjednodušene povedané, v každom okolí bodu hranice sa nachádzajú body danej množiny aj body jej okolia, čo zodpovedá nášmu intuitívnemu chápaniu hranice ako rozhrania medzi množinou a jej okolím. Pri výpočtoch musíme ďalej predpokladať, že hranica je „rozumná“ jednorozmerná (líniová) množina, pri ktorej vieme merať dĺžku. Dĺžku hranice množiny budeme označovať  $perim(\delta U)$ , skrátené len  $perim(U)$ .

Dĺžku hranice medzi dvoma množinami  $U, V$  budeme označovať  $perim(U, V)$  a rozumieť ňou dĺžku prieniku hraníc týchto množín:

$$perim(U, V) = perim(\delta(U) \cap \delta(V)). \quad (32)$$

## ZÁVER

Modely krajiny a krajinnno-ekologických procesov by mali byť formulované na dostatočne všeobecnej úrovni, ktorá umožní ich skúmanie analytickými metódami a simuláciu na rôznych počítačových platformách (Koreň 2003). Používané geografické a krajinnno-ekologické pojmy je preto potrebné definovať presne a nájsť vhodné matematické štruktúry na ich reprezentáciu. Vzťahy na výpočet a modelovanie potom bude možné definovať v rámci abstraktného (matematického) modelu krajiny.

Na reprezentáciu vlastností krajiny sa nepoužíva klasický objektový prístup, ale všetky vlastnosti sa vyjadrujú skalárnymi a vektorovými poliami. Pole sa chápe ako funkcia, ktorá zobrazuje územie do vhodného oboru hodnôt. Pomo-

cou vlastností krajiny sa definuje rozklad územia, ktorý zodpovedá pojmu regionalizácie podľa vhodne zvoleného regionalizačného kritéria. Zavádza sa pojem areálu ako súvislej množiny, ktorá tvorí základnú jednotku rozkladu. Ku každému rozkladu územia (regionalizácii) je možné priradiť charakteristickú funkciu. Priradenie vyjadruje dualitu vlastnosti krajiny a regionalizácie (rozkladu), čím sa vytvára prepojenie medzi klasickým objektovým prístupom a reprezentáciou prostredníctvom polí. Nakladanie tematických vrstiev, ktoré je jednou zo základných funkcií priestorovej analýzy, sa na teoretickej úrovni dá opísať kompozíciou vhodných charakteristických funkcií.

V príspevku sme sa zaoberali matematickou formalizáciou vybraných geografických a krajinnno-ekologických pojmov. Cieľom nebolo vytvoriť úplnú matematickú teóriu týchto pojmov, ale zaviesť aparát pre formálny opis operácií priestorovej analýzy. Vo formalizácii pojmov je potrebné pokračovať a podrobnejšie rozpracovať ďalšie operácie priestorového modelovania. V spojení s teóriou systémov a modelovania tak získame potrebné nástroje na teoretický opis krajinných systémov, procesov a ich simulácie.

*Príspevok vznikol na základe dizertačnej práce Výpočet indexov rozmanitosti územia prostriedkami geografických informačných systémov, vypracovanej pod vedením prof. RNDr. Jozefa Krcha, DrSc. na Katedre kartografie, geoinformatiky a DPZ Prírodovedeckej fakulty UK v Bratislave. Autor ďakuje školiteľovi, konzultantom a Ing. Milanovi Koreňovi, CSc. za cenné rady a pripomienky k uvedenej práci. Spracovanie príspevku bolo podporené grantom agentúry VEGA č. 1/0436/03 GE-IV 3004.*

## LITERATÚRA

- BERTALANFFY, L. (1976). *General systems theory: foundations, development, applications*. New York (George Braziller).
- BORISOVICH, Y., BLIZNYAKOV, N., IZRAILEVICH, Y., FOMENKO, T. (1985). *Introduction to topology*. Moscow (Mir).
- BURROUGH, P. A. (1983). Multiscale sources of spatial variation in soils I. The application of fractal concepts to nested levels of soil variation. *Journal of Soil Science*, 35, 577-597.
- BURROUGH, P. A. (1986). *Principles of geographic information systems and land resources assessment*. New York (Oxford University Press).
- CASTI, J. L. (1989). *Alternate realities: mathematical models of nature and man*. New York (Wiley).
- HABR, J., VEPREK, J. (1986). *Systémová analýza a syntéza (zdokonalování a projektování systému)*. Praha (SNTL).
- KOREŇ, M. (2003). *Výpočet indexov rozmanitosti územia prostriedkami geografických informačných systémov*. Dizertačná práca, Prírodovedecká fakulta Univerzita Komenského, Bratislava.
- KOREŇ, M. (2004). Priestorové modely krajiny. *Kartografické listy*, 12, 37-47.
- KOZOVA, M. (1980). *Kvantitatívne hodnotenie geometrických aspektov krajinnnej štruktúry*. Kandidátska dizertačná práca, Centrum biologicko-ekologických vied, Ústav experimentálnej biológie a ekológie SAV, Bratislava.
- KRCHO, J. (1977). *Krajina ako priestorový dynamický systém a vyjadrenie jej priestorovej diferenciácie mierou entropie*. Habilitačná práca, Prírodovedecká fakulta Univerzita Komenského, Bratislava.
- KRCHO, J. (1979). Reliéf ako priestorový subsystém  $S_{RF}$  geografickej krajiny a jeho komplexný digitálny model. *Geografický časopis*, 31, 237-262.

- KRCHO, J. (1981). Mapa ako abstraktný kartografický model  $S_K$  geografickej krajiny ako reálneho priestorového systému  $S_G$ . *Geografický časopis*, 33, 224-272.
- KRCHO, J. (1990). *Morfometrická analýza a digitálne modely georeliéfu*. Bratislava (Veda).
- KRCHO, J. (2001). *Modelling of georelief and its geometrical structure using DTM: positional and numerical accuracy*. Bratislava (Q111 Publishers).
- LEGŇ, A. (1980). *Grupy, okruhy a zväzy*. Bratislava (Alfa).
- MAZÚR, E., URBÁNEK, J. (1982). Kategória priestoru v geografii. *Geografický časopis*, 34, 309-325.
- MICIAN, L. (1967). K otázke predhorskej (príhorskéj) zonálnosti so zvláštnym zreteľom na strednú a juhovýchodnú Európu. *Sborník Československé společnosti zeměpisné*, 72, 342-354.
- MICIAN, L., ZATKALÍK, F. (1990). *Nauka o krajine a starostlivosť o životné prostredie*. Bratislava (Prírodovedecká fakulta UK).
- MORAVSKÝ, L., MORAVČÍK, J., ŠULKA, R. (1992). *Matematická analýza*, 2. Bratislava (Alfa).
- OBOŇA, J. (1990). *Systémy a systémová analýza v praxi*. Bratislava (Alfa).
- PEUQUET, D. J. (1988). Representations of geographical space: toward a conceptual synthesis. *Annals of the Association of American Geographers*, 78, 375-394.
- PLESNÍK, P. (2002). Niektoré nové aspekty diverzity biosféry. *Geografický časopis*, 54, 115-130.
- SAMET, H. (1989). *The design and analysis of spatial data structures*. Reading (Addison-Wesley).
- ŠTACH, J. (1982). *Základy teorie systému*. Praha (SNTL).
- TRIOLA, M. F. (1989). *Elementary statistics*. Redwood City (Benjamin/Cummings).
- WORBOYS, M. F. (1995). *GIS. A computing perspective*. London (Taylor and Francis).
- ZEIGLER, B. P. (1984). *Theory of modelling and simulation*. New York (Wiley).

Milan Koreň

## FIELD-BASED MODELS OF LANDSCAPE

Spatial and cartographic modelling are widely adopted in the fields of geography and landscape ecology. The complexity and interrelationship of processes of geographical systems requires an interdisciplinary approach. The design and use of computer models of landscape (simulations) must be based on the general system theory and theory of modelling. Developed mathematical formalism enables general problem description at the theoretical level, independently from the target computer system. For this purpose the field-based approach seems to be more appropriate than the classic object-based approach. The representation of selected concepts from the field of geography and landscape ecology was developed by use of suitable mathematical structures.

A geographical system  $S_G$  is defined as a hybrid spatial-temporal, material-energetic and informational system (1), which consists of physical-geographical ( $S_{FG}$ ) and socio-economic ( $S_{AG}$ ) subsystems (Krcho 1977, 1979 and 1990). Landscape is a specific part of the Earth's surface given by selected criteria (Mičian and Zatkálík 1990). This part of the surface we call the territory ( $L$ ) and represent it by a two-dimensional open interval (2). Landscape regionalization is then a decomposition of two-dimensional interval into set of non-empty disjoint sets (regions), which fully cover the given territory (4). There exists a one-to-one relationship between decompositions and equivalence relations (5). The continuous set is called the area and is defined by the idea of the path, which must exist between any two points of the set (6). Afterwards the concepts of interior, exterior and boundary of the area are introduced and the perimeter operator is defined (32).

The landscape's properties (attributes) are expressed in scalar and vector fields from the territory (co-domain) to the suitable target domain (10 and 11). Then the set  $F_G$  of



all landscape's properties can be defined (12). This set is a union of the subset of physical-geographical properties  $F_{FG}$  and the subset of socio-economic properties  $F_{AG}$  (14). It has been shown that there exists a duality between decompositions and properties of the landscape. Any scalar or vector field defines decomposition (regionalization) of territory (20). On the other hand, any regionalization can be described by its characteristic function (25). This duality between landscape properties (fields) and regionalization (decomposition) preserves the close relationship between objects-based and fields-based approaches. Moreover, the spatial operations as overlay of thematic layers can be expressed at the abstract level, using characteristic functions (30 and 31).

Models of landscape and its processes should be expressed in a formal mathematical way. General formulation enables use of analytical methods and simulations on various computer platforms. We have to find appropriate mathematical structures, which correspond to the terms from the fields of geography and landscape ecology. Introduced mathematical formalization is not complete. Subsequent detailed analyses and formulations are needed.

Translated by the author