

---

# GEOGRAFICKÝ ČASOPIS

---

56

2004

3

---

Lubomír Solín\*

## REGIONÁLNE REGRESNÉ ROVNICE V HYDROGEOGRAFII: ANALÝZA NIEKTORÝCH METODOLOGICKÝCH ASPEKTOV

L. Solín: Regional regression equations in hydrogeography: analysis of some methodological aspects. *Geografický časopis*, 56, 2004, 3, 5 figs., 4 tabs., 35 refs.

Two approaches to application of regional regression equations in hydrogeography or hydrology are analysed. The first approach concerns regional regression equations used instead of one national equation and the second is based on application of regional regression equations instead of at site ones. Two methodological aspects: division of the interest territory into regional units and the ensuing consequences for the choice of physical explanatory variables at the regional level and comparison of the area regression equations from the point of view of differences between regression coefficients are emphasized in the analysis. The quoted approaches to regional regression are applied to the estimate of long-term average annual runoff, or annual runoff.

**Key words:** national regression equation, regional regression equation, at site regression equation, pair comparison, regional types.

### ÚVOD

Regresné rovnice sú efektívnym nástrojom odhadu hydrologických hodnôt pre povodia bez hydrologického pozorovania, resp. s krátkym pozorovacím radiom. S myšlienkovou regionálnej regresie sa môžeme stretnúť napr. pri odhade dlhodobých priemerných hydrologických hodnôt, keď v rámci záujmového úze-

---

\* Geografický ústav SAV, Štefánikova 49, 814 73 Bratislava

mia, vymedzeného napr. štátными hranicami, sa odhad namiesto jednej celoúzemnej (celoštátej) rovnice uskutočňuje aplikáciou viacerých areálových (regionálnych) regresných rovníc, vyjadrujúcich regresný vzťah v regionálnych jednotkách vyčlenených v rámci záujmového územia. Areálové (regionálne) regresné rovnice v rámci Slovenska aplikoval napr. Balco (1990) pri odhade dlhodobých minimálnych odtokov a Kohnová a Szolgay (1998, 2000 a 2003) v súvislosti s odhadom priemerného maximalného prietoku. Prostredníctvom areálových regresných rovníc sa taktiež uskutočnil odhad dlhodobých priemerných ročných odtokov Švajčiarska (Weingartner a Aschwanden 1992). Idea regionálnej regresie sa objavuje aj pri odhade *ročných hydrologických hodnôt* z údajového súboru jedného povodia. Ak sa pri porovnávaní regresných rovníc viacerých povodí ukáže, že majú podobný tvar, tak sa regresný odhad, namiesto rovnice vychádzajúcej z dát jedného povodia (*lokálna alebo at site* regresná rovnica), môže uskutočniť areálovou (regionálnou) regresnou rovnicou, zohľadňujúcou dátu všetkých povodí s podobnou hydrologickou odozvou (cf. Clark 1994).

Od aplikácie regionálnej regresie sa teda očakáva, že spresní odhad hydrologických hodnôt. V prvom prípade sa predpokladá, že rozčlenením záujmového územia na regionálne jednotky sa korelačná závislosť medzi hydrologickými a fyzickogeografickými premennými, ktorá na celoštátej úrovni nie je dostatočne výrazná, prejaví, resp. zosilnie v rámci regionálnych jednotiek. V druhom prípade sa zas rozširuje hydrologický rad pozorovaní, v dôsledku čoho sa hydrologický odhad stáva spoľahlivejším.

V súvislosti s konštrukciou regionálnych regresných rovníc sa vynárajú dva základné okruhy metodologických problémov, a to: 1) rozčlenenie záujmového územia na regionálne jednotky a z toho vyplývajúce dôsledky pre výber fyzickogeografických vysvetľujúcich premenných pri vyjadrení regresnej závislosti na regionálnej úrovni, 2) kvantitatívne vzájomné porovnanie areálových (regionálnych) regresných rovníc z hľadiska veľkosti ich regresných koeficientov.

Podrobnejšia analýza týchto metodologických problémov, tak v prípade, že sa regionálnymi rovnicami nahrádza celoštátna regresná rovnica, ako aj v prípade použitia regionálnej regresnej rovnice namiesto lokálnych (*at site*) regresných rovníc, je cieľom predkladaného príspevku.

#### METODOLOGICKÉ PRÍSTUPY K VYČLEŇOVANIU REGIONÁLNYCH TRIED

Problematika regionalizácie a regionálnej typizácie v hydrologickom výskume, orientovaná na vypracovanie klasifikačných systémov povrchových riek z hľadiska zdrojov ich zásobovania a rozdelenia odtoku v roku (napr. Pardé 1933, Dub 1954, Lvovič 1964, Netopil 1972, Haines et al. 1988) bola dlho viacmenej okrajovou výskumnou záležitosťou. Regionálne členenie záujmového územia z hľadiska jeho hydrologických vlastností začalo byť aktuálne v 80. rokoch minulého storočia, a to predovšetkým v súvislosti s aplikáciou regionálnych metód odhadu hydrologických hodnôt, najmä maximálnych prietokov pre povodia bez hydrologického pozorovania, resp. s relatívne krátkym pozorovaním radom.

Vychádzajúc zo všeobecného tvrdenia, že podobné fyzickogeografické vlastnosti územia majú aj podobnú hydrologickú odozvu, boli spočiatku hydrologic-

ky homogénne regióny stotožňované so všeobecnými fyzickogeografickými regiónmi. Dodatočné testovanie všeobecných fyzickogeografických regiónov však ukázalo, že v mnohých prípadoch regióny javili znaky výraznej hydrologickej heterogenity (napr. Wiltshire 1986). V dôsledku toho sa postupne začalo ustupovať od mechanickej aplikácie priestorovo súvislých fyzickogeografických regiónov a regionálne jednotky sa začali vyčleňovať na základe zoskupovania *povodí* do skupín metódami matematickej taxonómie, od ktorých sa očakával vyšší stupeň homogenity vzhľadom na zvolené hydrologické atribúty. Podrobnejšia analýza regionalizačných prístupov aplikovaných v hydrológii je uvedená napríklad v prácach Acremana a Wiltshire (1989) alebo Solína (1998).

Hydrológovia sa však v súvislosti s regionálnym členením územia pre hydrologické účely, popri oprávnej kritike voči mechanickej aplikácii všeobecných fyzickogeografických regiónov, dopustili aj určitých zjednodušení a nепresnosťí, ktoré sa premietajú do nejednoznačnej terminológie a tvorby nie celkom konzistentných metodologických postupov. Predovšetkým definícia regiónu:

„... the traditional use of regions in flood frequency analysis begins by defining a region as an area within which the statistical distribution of standardised annual maximum floods is broadly similar at all of the drainage basins“ (Acreman a Wiltshire 1989),

ako aj zredukovanie geografického chápania regionalizácie na proces interpolácie „location-specific data across a spatially contiguous area“, ktorého produkтом sú predovšetkým mapy izolíní (napr. McKay 1976, Acreman a Wiltshire 1989), nie je v súlade s terminológiou a základnými princípmi regionalizácie a regionálnej typizácie rozpracovanými v rámci geografie (cf. Bezák 1993 a 1996). Na pôde geografie sa dospelo k všeobecnému konsenzu, že regionalizácia a regionálna typizácia predstavujú priestorovú formu všeobecného klasifikačného procesu (Bunge 1962, Grigg 1967).

Základný problém regionálnej taxonómie je potom podľa Bezáka (1993, pp. 10-11) definovaný nasledovne:

„Predpokladajme, že je daná množina  $B$  pozostávajúca z  $n$  priestorových jednotiek  $B_1, B_2, \dots, B_n$ , ktoré sú charakterizované množinou  $p$  predikátov  $A_1, A_2, \dots, A_p$ . Ulohou regionálnej taxonómie je nájsť taký rozklad množiny  $B$  na  $k$  neprázdných tried  $R_1, R_2, \dots, R_k$  (pričom platí  $1 \leq k \leq n$ ), ktorý vyhovuje určitému kritériu kvality definovanému vo vzťahu k množine  $p$  predikátov.“

Predikát je spoločný názov pre vlastnosť (atribút) a vzťah. Vyčlenené areálové triedy, splňajúce vo vzťahu k množine atribútov alebo vzťahov priestorových jednotiek kritérium vnútornej homogenity a vonkajšej vzájomnej heterogenity, majú charakter regionálnych tried (regionálnych taxónov).

Vo vzťahu k regionálnym triedam sa identifikovali štyri základné skupiny regionálno-taxonomických problémov (Fischer 1987, Bezák 1993, pp. 12-14): 1) regionálne triedy, ktoré majú charakter regionálneho typu alebo regiónu, 2) formálne (homogénne) alebo funkčné regionálne triedy, 3) hierarchické alebo nehierarchické regionálne triedy, 4) vzájomne sa prekrývajúce (non-disjoint) alebo neprekryvajúce (disjoint) regionálne triedy.

Regionálny typ, resp. región je vymedzený vzhládom na jeho priestorovú súvislosť. Základné priestorové jednotky regionálneho typu, na rozdiel od regiónu, nie sú priestorovo súvislé. Proces identifikovania priestorovo súvislých regiónov sa potom nazýva *regionalizácia* a proces identifikovania regionálnych tried, majúcich charakter regionálnych typov, sa nazýva *regionálna typizácia*. *Formálne (homogénne) regionálne triedy* vyjadrujú podobnosť základných priestorových jednotiek vzhládom na množinu vlastností – atribútov, zatiaľ čo *funkčné regionálne triedy* sa vymedzujú na základe vzťahov medzi dvojicami základných priestorových jednotiek. Rozlíšenie *hierarchických a nehierarchických regionálnych tried* vyjadruje, či vyčlenené regionálne triedy sú alebo nie sú usporiadane do hierarchického systému. Výsledkom hierarchickej regionálnej taxonómie je hierarchicky usporiadana postupnosť regionálnych tried, zatiaľ čo výsledkom nehierarchickej regionálnej taxonómie je len jednoduché stanovenie počtu regionálnych tried, ktorý sa z určitého hľadiska pokladá za optimálny. V prípade *prekrývajúcich* sa regionálnych tried sa vyskytuje aspoň jedna základná priestorová jednotka, ktorá patrí do dvoch alebo viacerých regionálnych tried, zatiaľ čo v prípade *neprekrývajúcich* sa regionálnych tried, každá základná priestorová jednotka patrí len do jednej regionálnej triedy.

Vyčlenenie hydrologických regionálnych jednotiek sa môže uskutočniť buď na množine hydrologických alebo fyzickogeografických atribútov. Vzhládom na to, že prostredníctvom regionálnych rovníc sú odhadované hydrologické hodnoty predovšetkým pre povodia bez hydrologických pozorovaní, vyčlenenie regionálnych jednotiek je efektívnejšie uskutočniť na množine fyzickogeografických ako hydrologických charakteristík povodí. V takomto prípade je však nevyhnutné testovanie dosiahnutých hydrologických konzervácií. Len za splnenia podmienky hydrologickej heterogenity medzi vyčlenenými fyzickogeografickými jednotkami a zachovania určitého stupňa hydrologickej homogenity v rámci jednotiek, nadobúdajú vyčlenené fyzickogeografické triedy charakter regionálnych tried aj z hľadiska hydrologického.

Zoskupovanie povodí do tried s podobnými fyzickogeografickými charakteristikami sa môže uskutočniť buď metódami numerickej klasifikácie, napr. zhľukovou analýzou (cf. Andeberg 1972, Gordon 1981), alebo aplikáciou logických princípov (cf. Grigg 1965, Armand 1975). Presne definované algoritmy numerickej klasifikácie vytvárajú dojem objektívneho prístupu a jej metódy sú v súčasnosti dosť preferované pri vyčleňovaní regionálnych jednotiek. Pri jej aplikácii sa však musí priejať celý rad subjektívnych rozhodnutí, týkajúcich sa výberu povodí, ich fyzickogeografických atribútov, miery podobnosti, zoskupovacieho algoritmu alebo stanovenia počtu vyčleňovaných tried. Tieto rozhodnutia majú významný vplyv na výsledné zoskupenie povodí do regionálnych tried. Posilneniu príčinného charakteru regionálnych tried vo väzbe na hydrologické atribúty by pomohlo, keby argumentácia v prospech prijímaných rozhodnutí vyhádzala z určitých apriórnych poznatkov o príčinách väzbach medzi priestorovou variabilitou hydrologických atribútov a fyzickogeografickými vlastnosťami povodí, získaných exaktnou analýzou, grafickým zobrazením závislosti alebo logickým úsudkom. Využitie takýchto poznatkov v regionálno-typizačnom algoritme však priamo predpokladá regionálne členenie, ktoré je založené na aplikácii logických princípov.

Poznatky o fyzickogeografických charakteristikách, ktoré sú rozhodujúce z hľadiska odhadu hydrologických hodnôt, môžeme získať napr. z rozptylu bodov zobrazených na grafe, ktorý vyjadruje zmenu hydrologických hodnôt v závislosti od zmien hodnôt fyzickogeografickej charakteristiky. Rozptyl bodov môže ďalej naznačovať rozdelenie súboru povodí do skupín, ktoré medzi sebou vykazujú výrazné diferencie z hľadiska sklonu regresnej krvky, tzv. *broken line regression* (cf. Sen a Srivastava 1990), alebo môže poukazovať na existenciu dvoch alebo viacerých paralelných regresných krviek. Napríklad Dub a Tresová (1972) pri grafickom znázornení závislosti medzi odtokovou výškou a úhrnom zrážok naznačujú možnosť identifikovania areálových jednotiek na základe paralelných regresných krviek s rozstupom 50 mm vzhládom na úhrn zrážok.

### CELOŠTÁTNÁ REGRESNÁ ROVNICA VERSUS REGIONÁLNE REGRESNÉ ROVNICE

Formálne vyjadrenie regresie a vzájomné porovnanie areálových regresných rovníc

Nech výberový súbor, ktorý je zložený z  $n$  povodí, dostatočne presne reprezentuje pestrosť fyzickogeografických podmienok povodí záujmového územia, reprezentovaného štátnym útvaram. Ďalej nech atribúty každého povodia tvorí hodnota vysvetľovanej (závisle) premennej  $y$  (napr. dlhodobá priemerná ročná odtoková výška) a množina  $p$  vysvetľujúcich (nezávisle) premenných  $x_1, \dots, x_p$  (t. j. súbor fyzickogeografických charakteristík povodia). V prípade lineárnej regresie, rovnica

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_{i1} + \dots + \beta_p x_{ip} + e_i \quad \text{kde } i = 1, \dots, n \quad (1)$$

kde  $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_p$  sú regresné koeficienty a  $e_i$  je rezíduum, je celoštátnou lineárnu regresnou rovnicou vyjadrujúcou priestorovú zmenu hodnôt dlhodobého priemerného ročného odtoku v závislosti od fyzickogeografických charakteristík povodia.

Teraz predpokladajme, že výberový súbor  $n$  povodí, resp. záujmové územie, je rozdelené na  $k$  areálových (regionálnych) jednotiek obsahujúcich  $m$  povodí, pričom počet povodí vo vyčlenených jednotkách môže byť rôzny. Množina atribútov každého povodia opäť pozostáva z vysvetľovanej premennej  $y$  (t. j. dlhodobého priemerného ročného odtoku) a  $p$  vysvetľujúcich premenných  $x_p$  (t. j. fyzickogeografických charakteristík povodia). Potom lineárne regresné rovnice

$$y_{1j} = \beta_{01} + \beta_{11} x_{11j} + \beta_{p1} x_{p1j} + e_{1j}, \quad \text{kde } j = 1, \dots, m \quad (2)$$

až

$$y_{kj} = \beta_{0k} + \beta_{1k} x_{k1j} + \beta_{pk} x_{pkj} + e_{kj}$$

vyjadrujú zmenu dlhodobého priemerného ročného odtoku v závislosti od zmien fyzickogeografických charakteristík povodí v  $k$  areálových jednotkách.

Areálové regresné rovnice nadobudnú charakter regionálnych regresných rovníc len za predpokladu, že sa medzi sebou výrazne líšia vzhládom na regres-

né koeficienty, t. j. rozdiely medzi koeficientmi jednotlivých rovníc sú štatisticky významné. V prípade, že tieto rozdiely nie sú štatisticky významné, zostávajú v polohe areálových rovníc a ich aplikácia namiesto jednej celoštátnej regresnej rovnice nie je opodstatnená. Z uvedeného vyplýva, že logické zdôvodnenie výberu fyzickogeografických charakteristík, resp. stanovenie ich diferenciačných hodnôt v súvislosti s aplikáciou logických regionálnotypizačných postupov a lokácie vertikálneho rezu cez hierarchickú štruktúru dendrogramu pri použití numerických metód, by malo vychádzať z hydrologických konzékvencií vyplývajúcich z regresného vzťahu, t. j. z veľkosti priemernej zmeny vysvetľovanej premennej pri jednotkovej zmene vysvetľujúcej premennej.

Regresná analýza má vypracované induktívne metodické postupy na porovnanie regresných rovníc (cf. Sen a Srivastava 1990). Ich jadrom je testovanie nulovej hypotézy o rovnosti regresných koeficientov, t. j.  $\beta_{10} = \beta_{20}$ ,  $\beta_{11} = \beta_{21}$ ,  $\beta_{21} = \beta_{22}$  atď., ktorá je špecifickým prípadom všeobecnej lineárnej hypotézy a má tvar

$$H : \mathbf{C}\beta - \gamma = \mathbf{0} \quad (3)$$

kde  $\mathbf{C}$  je rozdelená matica, pozostávajúca z nulovej matice a jednotkovej matice,  $\gamma$  je číselné vyjadrenie formulácie nulovej hypotézy, ktoré má v tomto prípade hodnotu 0 a  $\beta$  je matica regresných koeficientov  $\beta$ . V prípade lineárnej regresie za predpokladu, že rezíduá sú nezávislé a majú normálne rozdelenie, sa nulová hypotéza zamietne vtedy, ak výraz na ľavej strane nerovnosti

$$\frac{m^{-1}(\mathbf{Cb} - \gamma)'[\mathbf{C}(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{C}](\mathbf{Cb} - \gamma)}{s^2} \geq F_{m,n-k-1,\alpha} \quad (4)$$

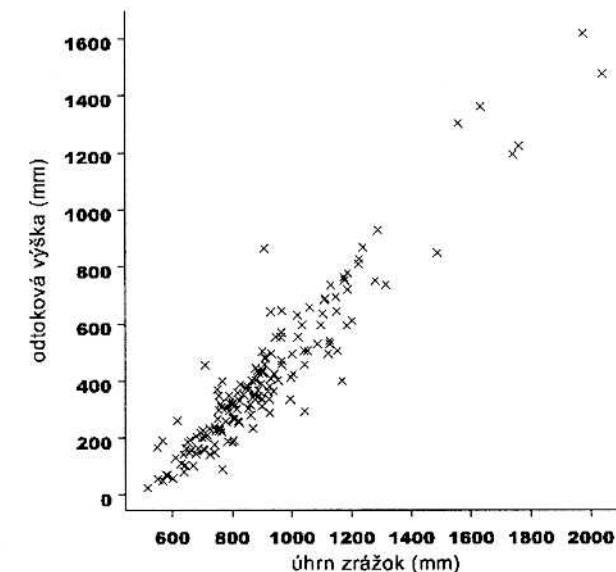
je väčší ako zodpovedajúca hodnota  $F$  rozdelenia. V rovnici,  $F_{m,n-k-1,\alpha}$  je teoretická hodnota  $F$  rozdelenia na hladine významnosti  $\alpha$  pri  $m, n-k-1$  stupňoch volnosti,  $\mathbf{X}$  je matica vysvetľujúcich premenných,  $\mathbf{b}$  je matica odhadov regresných koeficientov  $\beta$ ,  $s^2$  je rozptyl hodnôt  $y$  a  $\mathbf{y}$  je matica hodnôt  $y$ .

Areálové rovnice, ktoré pri párovom porovnaní vo všetkých prípadoch zameňajú nulovú hypotézu o rovnosti regresných koeficientov, nadobúdajú charakter regionálnych regresných rovníc. Konečný počet regionálnych regresných rovníc je teda stanovený na základe výsledkov párového porovnania areálových rovníc z hľadiska veľkosti ich regresných koeficientov.

#### Príklad aplikácie regionálnych regresných rovníc namiesto celoštátnej regresnej rovnice

V tejto časti príspevku prezentujeme výsledky aplikácie uvedeného metodologického postupu tvorby regionálnych regresných rovníc, ktoré sa získali v súvislosti s regresným odhadom dlhodobého priemerného ročného odtoku ( $O_{pr}$ ) na území Slovenska. Hodnoty dlhodobého priemerného ročného odtoku vyjadrené formou odtokovej výšky (mm) boli určené pre 156 malých povodí na základe 20-ročného pozorovacieho obdobia 1976-1995. Rozhodujúci vplyv na ich priestorovú variabilitu na celoštátnej úrovni má z početnej množiny fyzickogeografických premenných predovšetkým dlhodobý priemerný ročný úhrn zrážok povodia ( $Z$ ). Závislosť je znázornená na obr. 1.

Podkladom pre určenie zrážkových hodnôt povodí bola rastrová mapa priemerného ročného úhrnu zrážok obdobia 1976-1995 (Šúri a Hofierka 1999), ktorá vznikla na základe transformácie vektorovej mapy izohyet, ktorú vypracoval Faško (1999). Priemerný ročný úhrn zrážok povodia bol potom určený ako vážený aritmetický priemer rastrov v povodí.



Obr. 1. Závislosť medzi priemernou ročnou odtokovou výškou a priemerným úhrnom zrážok

Rozptyl bodov na obr. 1 naznačuje, že závislosť má lineárny charakter bez nejakého zreteľného náznaku na vyčlenenie viacerých skupín, ktoré by sa odlišovali z hľadiska sklonu regresných priamok. Podružný vplyv na priestorovú diferenciáciu dlhodobých hodnôt priemerných odtokových výšok má ešte priemerná nadmorská výška povodia (PNVP). Celoštátна lineárna regresná rovnica odhadu priemerného ročného odtoku na základe uvedených dvoch vysvetľujúcich premenných má potom tvar

$$O_{pr} = -488,8 + 0,905 Z + 0,111 PNVP, \quad r^2 = 0,89 \quad (5)$$

$$(28,4) \quad (0,052) \quad (0,042)$$

Císla v zátvorke pod rovnicou vyjadrujú štandardnú chybu odhadu regresných koeficientov a  $r^2$  je koeficient determinácie. Vysoká hodnota  $r^2$  poukazuje na veľmi dobrú zhodu regresnej rovnice s empirickými hydrologickými hodnotami. Vzájomné pôsobenie uvedených fyzickogeografických charakteristík teda takmer vyčerpávajúcim spôsobom objasňuje priestorovú variabilitu hodnôt dlhodobej priemernej ročnej odtokovej výšky na celoštátnej úrovni.

V súvislosti s rozčlenením územia Slovenska do regionálnych jednotiek pre účely regionálnej regresie sa vychádzalo z predpokladu, že výška priemernej zmeny ročnej odtokovej výšky pri jednotkovej zmene priemerného ročného

úhrnu zrážok, resp. priemernej nadmorskej výšky povodia (t. j. hodnota regresných koeficientov), závisí od dlhodobých priemerných ročných hodnôt koeficiente odtoku. S rastúcim podielom zrážok, ktoré odtečú z povodia vo forme odtoku, by sa mala zvyšovať aj hodnota odtokovej výšky pri jednotkovej zmene úhrnu zrážok, t. j. mali by sa zvyšovať hodnoty regresného koeficiente dlhodobého priemerného ročného úhrnu zrážok. Z toho dôvodu by regionálna variabilita regresných koeficientov mala byť prejavom regionálnej variability koeficiente odtoku. Podľa Solína (2003) regionálna variabilita odtokového koeficienta na území Slovenska korešponduje s fyzickogeografickými jednotkami vyčlenenými na základe vzájomnej kombinácie priemerného ročného úhrnu zrážok a priemernej nadmorskej výšky povodia (tab. 1).

**Tab. 1. Klasifikačná schéma vyčlenenia fyzickogeografických regionálnych typov (podľa Solína a Cebecauera 2001)**

fyzickogeografický regionálny typ	zárážky v mm	priemerná nadmorská výška v m n.m.
FGRT1	menej ako 950	menej ako 350
FGRT2	menej ako 950	350-700
FGRT3	menej ako 950	viac ako 700
FGRT4	951-1500	menej ako 950
FGRT5	951-1500	950 a viac
FGRT6	viac ako 1500	950 a viac

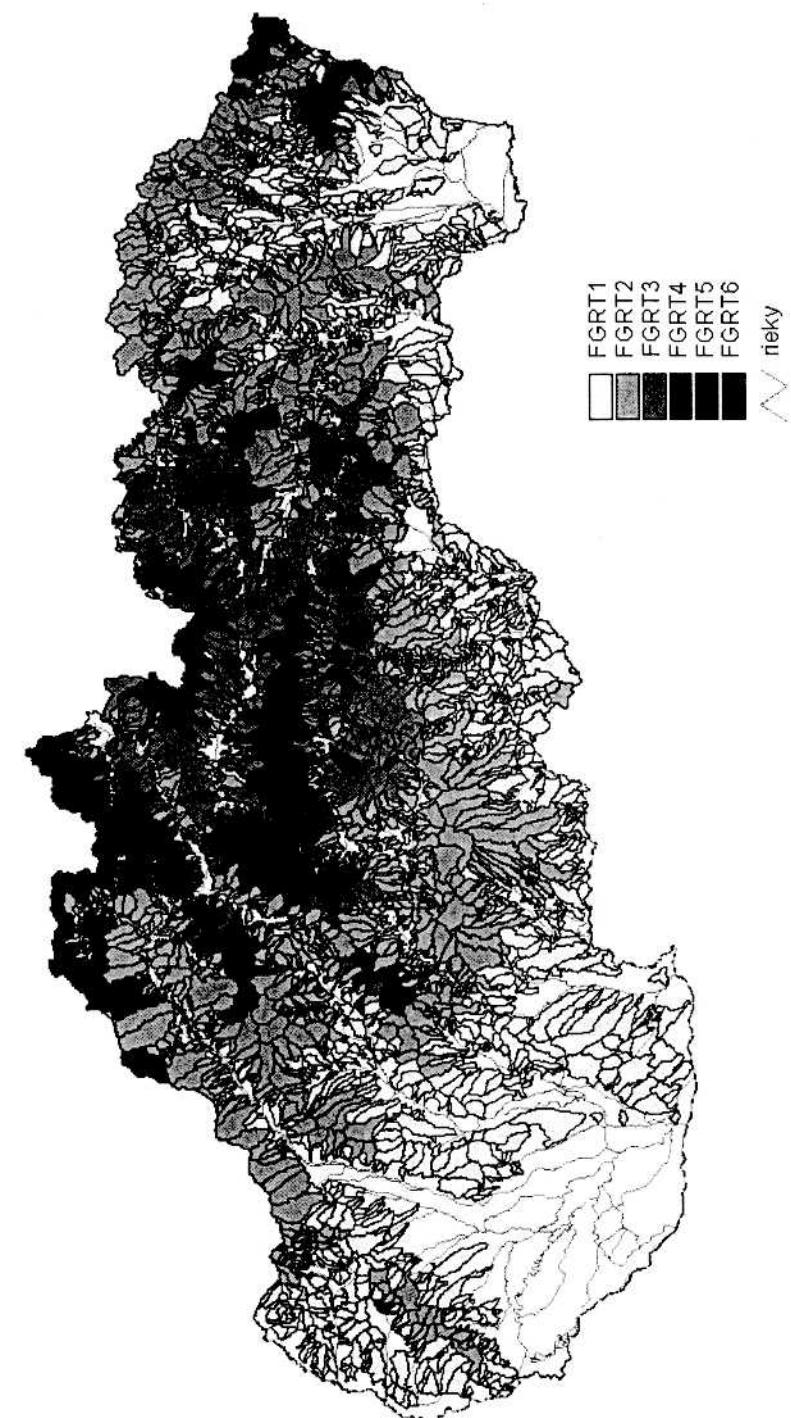
Rozčlenenie územia Slovenska do uvedených šiestich fyzickogeografických regionálnych typov (obr. 2) sa stalo základom pre konštrukciu regionálnych regresných rovníc dlhodobej priemernej ročnej odtokovej výšky.

V rámci vyčlenených fyzickogeografických regionálnych jednotiek variabilita dlhodobých priemerných ročných odtokových výšok nevykázala významnú závislosť ani s jednou charakteristikou z rozsiahleho súboru fyzickogeografických charakteristík povodí reprezentujúcich ich morfometrické a substrátové pomery, ako aj charakter krajinej pokrývky. Preto sa ako vysvetľujúce premenne pri regresnom odhade dlhodobej priemernej ročnej odtokovej výšky na regionálnej úrovni opäť uplatnili priemerný ročný úhrn zrážok a priemerná nadmorská výška povodia.

Regresné rovnice v jednotlivých regionálnych typoch majú potom nasledovný tvar:

$$\text{FGRT1: } O_{pr} = -460 + 1,256 Z - 0,811 PNVP, \quad r^2 = 0,12 \quad (6)$$

$$(313) \quad (0,677) \quad (0,562)$$



Obr. 2. Fyzickogeografické regionálne typy Slovenska

FGRT2: $O_{pr} = -481 + 0,854 Z + 0,181 PNVP$ (83,9) (0,104) (0,108)	$r^2 = 0,59$	(7)
FGRT3: $O_{pr} = -612 + 0,931 Z + 0,226 PNVP$ (221) (0,271) (0,154)	$r^2 = 0,36$	(8)
FGRT4: $O_{pr} = -69 + 0,578 Z - 0,004 PNVP$ (336) (0,309) (0,188)	$r^2 = 0,06$	(9)
FGRT5: $O_{pr} = -370 + 0,947 Z - 0,046 PNVP$ (271) (0,204) (0,198)	$r^2 = 0,56$	(10)
FGRT6: $O_{pr} = 2397 + 0,671 Z - 1,43 PNVP$ (3190) (0,370) (2,17)	$r^2 = 0,2$	(11)

Areálové regresné rovnice oproti celoštátnej regresnej rovnici majú podstatne nižšie hodnoty koeficientov determinácie a vyššie štandardné chyby odhadu regresných koeficientov.

Výsledky vzájomného párového porovnania areálových regresných rovníc jednotlivých regionálnych typov, získané testovaním nulovej hypotézy o rovnosti regresných koeficientov t. j.  $H: C\beta = \mathbf{0}$ , sú uvedené v tab. 2.

Tab. 2. Párové porovnanie areálových regresných rovníc

Páry regionálnych typov	empirická hodnota $F$	teoretická hodnota $F_{0,05}$
FGRT1 – FGRT2	0,858	2,744
FGRT1 – FGRT3	0,969	2,839
FGRT1 – FGRT4	0,896	2,852
FGRT1 – FGRT5	0,774	3,009
FGRT1 – FGRT6	1,579	3,490
FGRT2 – FGRT3	0,487	2,708
FGRT2 – FGRT4	0,888	2,719
FGRT2 – FGRT5	0,443	2,732
FGRT2 – FGRT6	1,560	2,758
FGRT3 – FGRT4	0,785	2,776
FGRT3 – FGRT5	0,450	2,807
FGRT3 – FGRT6	0,893	2,883
FGRT4 – FGRT5	0,732	2,852
FGRT4 – FGRT6	1,604	2,975
FGRT5 – FGRT6	1,623	3,160

Z dosiahnutých výsledkov vidieť, že ani v jednom prípade nebola zamietnutá nulová hypotéza o rovnosti regresných koeficientov, pretože empirická hodnota

$F$  je nižšia ako je teoretická hodnota  $F$  rozdelenia na hladine významnosti  $\alpha_{0,05}$ . Čiže areálové regresné rovnice, vyjadrujúce závislosť medzi dlhodobou priemernou ročnou odtokovou výškou na jednej strane a priemerným ročným úhrnom zrázok a priemernou nadmorskou výškou povodia na strane druhej, nemajú charakter regionálnych regresných rovníc. V súvislosti s regresným odhadom dlhodobých hodnôt priemernej ročnej odtokovej výšky na území Slovenska je teda postačujúce odhad uskutočňovať len na základe celoštátnej regresnej rovnice.

#### Diskusia k dosiahnutým výsledkom

Z hľadiska hydrologického optimálne rozčlenenie záujmového územia (štátneho útvaru) na fyzickogeografické regionálne triedy spôsobilo, že na regionálnej úrovni došlo k výraznému zníženiu variability hydrologických hodnôt. Ich zostávajúci mierny rozptyl v rámci regionálnych jednotiek je potom skôr dôsledkom predovšetkým rôznych náhodných vplyvov než nejakej príčinnej väzby s niektorou z fyzickogeografických charakteristikov povodí. A tak vzniká niekoľko otázok, napr. či je vôbec opodstatnené konštruovať regresné rovnice v rámci regionálnych jednotiek s výrazne redukovanou variabilitou priemerných dlhodobých hydrologických hodnôt, aké fyzickogeografické premenné v takom prípade použiť v regresných rovniciach, resp. či je opodstatnené uskutočňovať odhad hydrologických hodnôt na základe fyzickogeografických charakteristik, ktoré sa použili na vyčlenenie regionálnych jednotiek. Dosiahnuté výsledky nepotvrdili konštatovanie, že hodnoty regionálnych koeficientov korelácie medzi priemernými dlhodobými hydrologickými hodnotami a jednotlivými fyzickogeografickými charakteristikami sú vyššie ako je hodnota koeficienta korelácie na celoštátnej úrovni, ktorým sa odôvodňovala tvorba regionálnych regresných rovníc. Balco (1990) presne nešpecifikoval regionálno-typizačnú procedúru rozčlenenia Slovenska na regionálne jednotky, a tak prejavy areálovej (regionálnej) závislosti dlhodobých minimálnych odtokov, napr. na indexe plochosti povodia, keď sa táto závislosť neprejavuje na celoštátnej úrovni, vzbudzujú určité pochybnosti, najmä pokial ide o príčinný charakter regionálnych závislostí.

V niektorých prípadoch nevýrazná závislosť medzi priemernými dlhodobými hydrologickými hodnotami a fyzickogeografickými charakteristikami na celoštátnej úrovni a z toho vyplývajúca požiadavka nahradíť celoštátnu regresnú rovnicu regionálnymi regresnými rovnicami však môže byť aj dôsledkom toho, že na celoštátnej úrovni hodnoty fyzickogeografických charakteristik neboli dostatočne presne určené, resp. neboli k dispozícii, a namiesto nich sa použili hodnoty iných zástupných charakteristik. Ešte začiatkom 90. rokov totiž z fyzickogeografických charakteristik povodí boli k dispozícii len tie, ktoré boli ľahko zistiteľné z topografických, resp. tematických map a pri výpočte ich hodnôt, reprezentujúcich povodie ako celok, sa používala buď jedna bodová hodnota, alebo jednoduchý aritmetický priemer viacerých bodových hodnôt. Situácia sa výrazne zmenila pokial ide o počet fyzickogeografických charakteristik povodia, ako aj presnosť ich určenia až s nástupom technológie GIS, rozvojom DMR a využitím výsledkov interpretácie satelitných snímkov (cf. Solín et al. 2000).

Nevýrazný charakter závislosti na celoštátnej úrovni môže byť spôsobený aj tým, že povodia, v rámci ktorých sa uskutočnila regresná analýza závislostí, ne-

splňali podmienku reprezentatívnosti z hľadiska fyzickogeografických podmienok záujmového územia, resp. podmienku ich vzájomnej neprekryvateľnosti a približne rovnakej veľkosti. Charakter závislosti môže ovplyvniť aj použitie rozdielnych hydrologických radov tak z hľadiska ich dĺžky, ako aj obdobia pre stanovenie priemerných dlhodobých hydrologických hodnôt.

Ako spätnú reakciu na uvedené výsledky uvedieme ešte jednu poznámku, ktorá vychádza z interpretácie jednoduchej regresnej rovnice

$$O_{pr} = b_0 + b_1 Z$$

z hľadiska rovnice dlhodobej hydrologickej bilancie

$$O = Z - V,$$

kde  $O$  označuje odtok,  $Z$  zrážky a  $V$  bilančný výpar. V takomto prípade totiž podľa Clarka (1994)  $b_0 = V$  a regresný koeficient úhrnu zrážok by sa mal pohybovať okolo hodnoty 1. Odchýlky od tejto hodnoty by potom mali byť výsledkom len rôznych náhodných vplyvov. Z uvedeného vyplýva, že asi nie je opodstatnené predpokladať nejakú výraznú diferenciáciu zrážkových regresných koeficientov medzi regionálnymi jednotkami pri regresnom odhade dlhodobých priemerných hodnôt odtoku.

### LOKÁLNE REGRESNÉ ROVNICE VERSUS REGIONÁLNA REGRESNÁ ROVNICA

#### Formálne vyjadrenie regresie

Nech výberový súbor  $n$  povodí dostatočne presne reprezentuje pestrosť fyzickogeografických podmienok povodí záujmového územia. Ďalej nech pre každé povodie je k dispozícii  $h$ -členný rad ročných hodnôt vysvetľovanej premennej  $y$  a množina  $p$ -ročných hodnôt vysvetľujúcich premenných  $x$ . Vyjadrenie závislosti medzi vysvetľovanou a jednou alebo viacerými vysvetľujúcimi premennými pre jednotlivé povodia má charakter lokálnych alebo *at site* regresných rovníc, ktoré v prípade lineárnej regresie majú tvar

$$y_{ij} = \beta_{0i} + \beta_{1i}x_{1ij}, \dots, \beta_{pi}x_{pij} + e_{ij}, \quad \text{kde } i=1, \dots, n, j=1, \dots, h \quad (12)$$

Teraz predpokladajme rozdelenie výberového súboru povodí, resp. záujmového územia na  $k$  regionálnych jednotiek, z ktorých každá obsahuje  $m$  povodí s  $h$ -členným radom ročných hodnôt vysvetľovanej a vysvetľujúcich premenných. Pritom počet povodí v regionálnych jednotkách môže byť rôzny. V prípade, že hodnoty lokálnych regresných koeficientov v rámci regionálnych jednotiek sú si podobné, tak odhad hydrologických hodnôt pre jednotlivé povodia sa namiesto lokálnych regresných rovníc môže uskutočniť areálovou (regionálnou) regresnou rovnicou, ktorá v prípade lineárnej regresie má tvar

$$y_{ij} = \beta_{0i}^R + \beta_{1i}^R x_{1ij}, \dots, \beta_{pi}^R x_{pij} + e_{ij}^R, \quad \text{kde } i=1, \dots, k, j=1, \dots, m \quad (13)$$

Hodnoty areálových (regionálnych) koeficientov  $\beta_{1k}^R, \dots, \beta_{pk}^R$  sú určené na základe množiny všetkých hydrologických a fyzickogeografických dát povodí patriacich do regionálnej jednotky, čiže

$$\beta_{1i}^R = \sum_{j=1}^m S_{xy} / \sum_{j=1}^m S_{xx} \quad (14)$$

kde

$$S_{xy} = \sum_{j=1}^h (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})$$

je kovariácia a

$$S_{xx} = \sum_{j=1}^h (x_j - \bar{x})^2$$

suma štvorcov odchýlok.

Pri rozčlenení výberového súboru povodí, resp. záujmového územia na  $k$  regionálnych jednotiek sa môžu opäť uplatniť regionálno-typizačné postupy založené na logických princípoch alebo numerických metódach. Vyčlenené fyzickogeografické regionálne jednotky povodí by mali vykazovať určitý stupeň vnútornnej podobnosti z hľadiska hodnôt lokálnych regresných koeficientov a zároveň by sa mali medzi sebou výrazne odlišovať vzhľadom na areálové (regionálne) regresné koeficienty. V lokálnych regresných rovniach vysvetľované a vysvetľujúce premenné majú charakter časovo variabilných premenných (ročné hodnoty odtokových výšok, resp. zrážkových úhrnov). Preto logické dôvody spochybňujúce konštrukciu regionálnych regresných rovníc by sa v tomto prípade nemali vyskytovať, pretože fyzickogeografické charakteristiky, na základe ktorých sa vyčleňujú regionálne jednotky, sú vzhľadom na čas konštantné, alebo majú charakter dlhodobých priemerných hodnôt, ak ide o charakteristiky majúce atribút časovej variability.

Testovanie homogenity lokálnych regresných koeficientov v rámci regionálnej triedy a heterogenity areálových regresných koeficientov medzi regionálnymi triedami

V prípade lineárnej regresie regresné koeficienty  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_p$  majú vplyv na sklon regresnej priamky, zatiaľ čo regresný koeficient  $\beta_0$  určuje úroveň jej počiatku. K použitiu areálovej regionálnej regresnej rovnice namiesto lokálnych regresných rovníc je opodstatnené pristúpiť vtedy, ak nie je zamietnutá hypotéza o rovnosti koeficientov  $\beta_{11}, \beta_{21}, \dots, \beta_{pm}$ , t. j.

$$H_0 : \beta_{11}, \beta_{21}, \dots, \beta_{pm} = \beta_{1m}, \beta_{2m}, \dots, \beta_{pm}$$

V prípade, kde sa predpokladá, že s výnimkou koeficientov  $\beta_0$  sú všetky ostatné koeficienty rovnaké, je testovacie kritérium nulovej hypotezy vyjadrené  $F$  pomerom. Ak sa použije len jedna vysvetľujúca premenná, testovacie kritérium má nasledovný tvar (Clark 1994):

$$F = \frac{(C - B)/(k - 1)}{(A - C)/(\sum n_i - 2k)} \quad (15)$$

kde  $A = \sum S_{yy}$ ,  $B = (\sum S_{xy})^2 / (\sum S_{xx})$ ,  $C = \sum (S_{xy}^2 / S_{xx})$ ,

pričom  $S_{yy} = \sum (y_j - \bar{y})^2$ ,  $S_{xx} = \sum (x_j - \bar{x})^2$ ,  $S_{xy} = \sum (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y})$ .

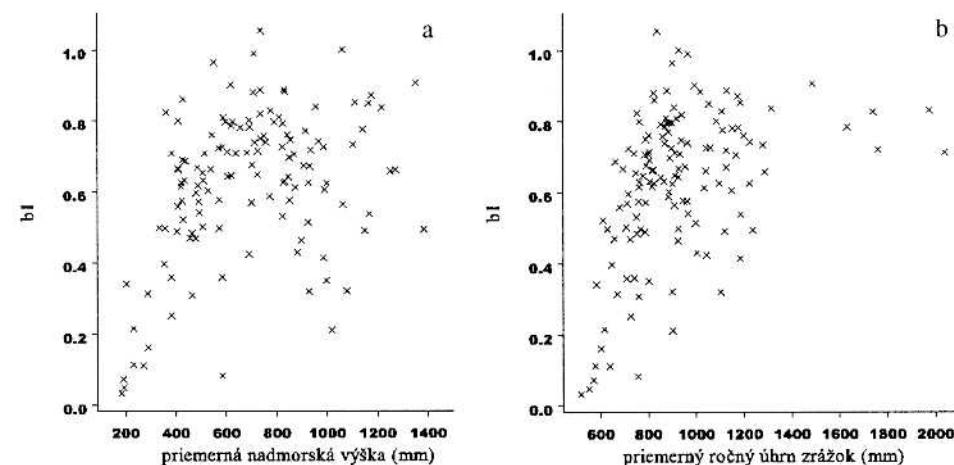
Hodnota v čitateli vyjadruje priemernú sumu štvorcov odchýlok medzi lokálnymi regresnými koeficientmi a hodnota v menovateli je priemerná suma štvorcov reziduálnych odchýlok. Nulová hypotéza o rovnosti sklonov lokálnych regresných kriviek v rámci regionálnej jednotky sa zamieta, ak na zvolenej úrovni významnosti  $\alpha$  hodnota  $F$ -pomeru je väčšia ako teoretická hodnota  $F$  rozdelenia. Ak nulová hypotéza nie je zamietnutá (hodnota  $F$ -pomeru je menšia ako je tabuľková hodnota  $F$  rozdelenia), je možné uskutočniť odhad hydrologických hodnôt v povodí areálovou (regionálou) regresnou rovnicou namiesto lokálnej regresnej rovnice.

Dalším krokom je testovanie vzájomnej rozdielnosti areálových koeficientov  $\beta_{lk}^R$  podľa testovacieho kritéria vyjadreného rovnicou (4). Zamietnutím nulovej hypotézy o rovnosti areálových regresných koeficientov areálové regresné rovnice nadobúdajú charakter regionálnych regresných rovníc. V rámci záujmového územia je potom opodstatnené aplikovať len taký počet regionálnych regresných rovnic, ktorých areálové regresné koeficienty vykazujú medzi sebou štatisticky významné rozdiely.

#### Príklad aplikácie regionálnych regresných rovničí v súvislosti s regresným odhadom ročnej odtokovej výšky

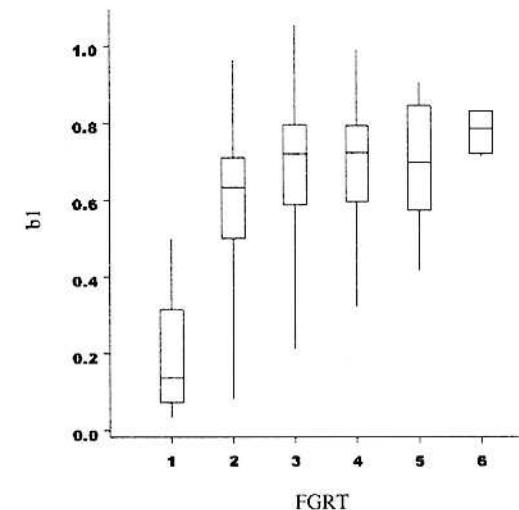
Odhad ročných hodnôt odtokovej výšky lokálnymi regresnými rovnicami sa uskutočnil opäť v rámci vybraného súboru 156 malých povodí reprezentujúcich základný súbor malých povodí Slovenska (približne 5000 povodi). Hodnoty ročných odtokových výšok povodia sa menia v závislosti od veľkosti ročného úhrnu zrážok. Základom pre vyjadrenie regresnej závislosti v každom povodí bola množina 20-tich ročných odtokových výšok a ročných zrážkových úhrnov obdobia 1976-1995. Ročný úhrn zrážok povodia sa vypočítał metódou 3D interpolácie (cf. Hofierka et al. 2002). Metóda sa opiera priamo o bodové úhrny zrážok za jednotlivé roky. Ich priestorová interpolácia, ktorá sa uskutočnila metódou regularizovaných splajnov, je založená okrem horizontálnych súradníčok  $x$ ,  $y$  aj na vertikálnej súradnici  $z$ , ktorá je vyjadrená nadmorskou výškou.

Hodnoty lokálnych regresných koeficientov ročného úhrnu zrážok sa pohybovali v rozmedzí od 0,034 do 1,055. Ich priestorová variabilita vykazuje spomedzi súboru fyzickogeografických charakteristik najvýraznejšiu závislosť na dlhodobých priemerných zrážkových úhrnoch a priemernej nadmorskej výške povodia (obr. 3). Na základe ich vzájomnej kombinácie sa podľa klasifikačnej schémy uvedenej v tab. 1 uskutočnilo vymedzenie fyzickogeografických regionálnych tried. Konzervacie, ktoré vyplývajú z aplikácie uvedenej klasifikačnej schémy (homogenita lokálnych regresných koeficientov v rámci regionálnych tried, ako aj heterogenita areálových regresných koeficientov medzi regionálnymi triedami), naznačuje box plot na obr. 4.



Obr. 3. Závislosť lokálnych regresných koeficientov  $b_1$  od dlhodobého priemerného zrážkového úhrnu povodia (a) a priemernej nadmorskej výšky povodia (b)

Výsledky testovania homogenity lokálnych regresných koeficientov  $b_1$  v regionálnych jednotkách naznačujú, že na zvolenej hladine významnosti  $\alpha_{0,05}$  empirická hodnota  $F$  nezamieta ani v jednom prípade nulovú hypotézu o rovnosti lokálnych regresných koeficientov  $\beta_1$  v rámci regionálnych jednotiek (tab. 3).



Obr. 4. Variabilita lokálnych regresných koeficientov  $b_1$  vo fyzickogeografických regionálnych typoch

**Tab. 3. Porovnanie lokálnych regresných rovníc v rámci regionálnych typov**

regionálny typ	empírická hodnota $F$	teoretická hodnota $F_{0,05}$
FGRT1	0,736	1,933
FGRT2	0,880	1,372
FGRT3	0,963	1,489
FGRT4	0,192	1,543
FGRT5	0,746	1,701
FGRT6	0,402	2,456

Lokálne regresné rovnice teda môžu byť nahradené areálovými regresnými rovnicami. Ich tvar v rámci jednotlivých regionálnych typov je nasledovný:

$$\text{FGRT1: } O_r = -86,6 + 0,280 Z \quad r^2 = 0,20 \\ (23,8) \quad (0,040)$$

$$\text{FGRT2: } O_r = -299,6 + 0,751 Z \quad r^2 = 0,48 \\ (19,9) \quad (0,025)$$

$$\text{FGRT3: } O_r = -240,8 + 0,720 Z \quad r^2 = 0,41 \\ (31,1) \quad (0,036)$$

$$\text{FGRT4: } O_r = -149,5 + 0,695 Z \quad r^2 = 0,30 \\ (48,8) \quad (0,048)$$

$$\text{FGRT5: } O_r = -212,9 + 0,828 Z \quad r^2 = 0,51 \\ (51,9) \quad (0,045)$$

$$\text{FGRT6: } O_r = 251 + 0,712 Z \quad r^2 = 0,30 \\ (156) \quad (0,099)$$

Testovanie rozdielov areálových regresných koeficientov pri ich párovom porovnávaní ukázalo, že štatisticky významné rozdiely vykazuje oproti ostatným regionálnym typom len FGRT1 (tab. 4). V súvislosti s týmto regionálnym typom bola vo všetkých prípadoch pri párovom porovnaní zamietnutá nulová hypotéza o rovnosti areálových regresných koeficientov (empírické hodnoty  $F$  sú väčšie ako teoretické hodnoty  $F$  rozdelenia).

Z dosiahnutých výsledkov môžeme konštatovať, že v súvislosti s odhadom ročných odtokových výšok na základe regresných rovníc je opodstatnená aplikácia len dvoch regionálnych regresných rovníc. Prvá regionálna regresná rovinka v tvare

$$O_r = -86,6 + 0,280 Z \quad r^2 = 0,20 \\ (23,8) \quad (0,040)$$

reprezentuje hydrogeografický regionálny typ HGRT1 a druhá v tvare

$$O_r = -553,7 + 1,1Z \quad r^2 = 0,75 \\ (12,1) \quad (0,013)$$

reprezentuje hydrogeografický regionálny typ HGRT2, vytvorený zlúčením regionálnych typov FGRT2 až FGRT6. Rozdelenie územia Slovenska na dve regionálne jednotky HGRT1 a HGRT2 je znázornené na obr. 5.

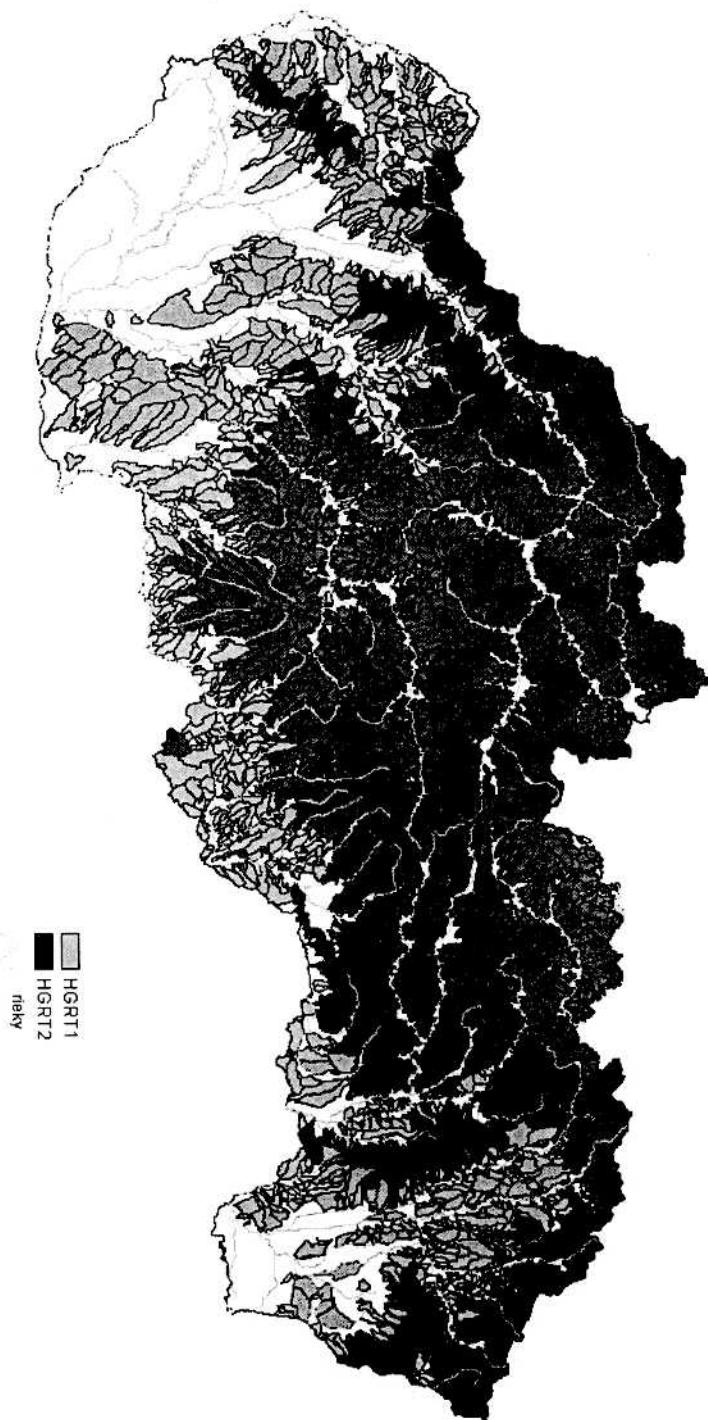
**Tab. 4. Párové porovnanie areálových regresných rovníc**

Páry regionálnych typov	empírická hodnota $F$	teoretická hodnota $F_{0,05}$
FGRT1 – FGRT2	32,740 *	3,849
FGRT1 – FGRT3	21,581 *	3,853
FGRT1 – FGRT4	14,882 *	3,855
FGRT1 – FGRT5	29,801 *	3,860
FGRT1 – FGRT6	9,634 *	3,871
FGRT2 – FGRT3	0,548	3,847
FGRT2 – FGRT4	1,309	3,848
FGRT2 – FGRT5	2,416	3,849
FGRT2 – FGRT6	0,431	3,850
FGRT3 – FGRT4	0,181	3,850
FGRT3 – FGRT5	3,352	3,852
FGRT3 – FGRT6	0,010	3,854
FGRT4 – FGRT5	3,725	3,853
FGRT4 – FGRT6	0,038	3,857
FGRT5 – FGRT6	1,480	3,863

\* štatisticky významné rozdiely

## ZÁVER

V príspevku sme analyzovali dva prístupy k tvorbe areálových (regionálnych) regresných rovníc. V prvom prístupe sa areálový (regionálny) regresný odhad aplikuje namiesto celoštátejnej regresnej rovnice a v druhom zase namiesto lokálnych (*at site*) regresných rovníc. Dôraz pri analýze metodologických aspektov ich tvorby bol položený predovšetkým na rozčlenenie záujmového územia na regionálne jednotky a na analýzu dôsledkov z toho vyplývajúcich pre regionálnu regresiu z hľadiska stanovenia vysvetľujúcich premenných a tiež na kvantitatívne vzájomné porovnanie areálových regresných rovníc, ktoré vyúsťuje do stanovenia optimálneho počtu regionálnych regresných rovníc. Za regionálne sa považujú tie z areálových regresných rovníc, ktorých regresné koeficienty pri vzájomnom párovom porovnaní vykazujú štatisticky významné rozdiely.



Aplikácia areálových (regionálnych) regresných rovníc ako alternatívy k celoštátej regresnej rovnici, resp. k lokálnym regresným rovniciam sa uskutočnila v súvislosti s odhadom dlhodobých priemerných ročných odtokových výšok, resp. ročných odtokových výšok. Územie Slovenska sa rozdelilo do šiestich regionálnych jednotiek na základe vzájomnej kombinácie priemerného ročného úhrnu zrážok a priemernej nadmorskej výšky povodia. V prípade, v ktorom areálové regresné rovnice by mali nahradíť celoštátnu regresnú rovinu, párové testovanie areálových rovníc z hľadiska rozdielov regresných koeficientov ukázalo, že rozdiely medzi regresnými rovnicami nie sú štatisticky významné. Odhad dlhodobej priemernej ročnej odtokovej výšky na základe celoštátej regresnej rovnice je postačujúci. V prípade odhadu ročných hodnôt odtokovej výšky areálovými regresnými rovnicami namiesto lokálnych regresných rovnic párové testovanie ukázalo na opodstatnenosť aplikácie dvoch regionálnych regresných rovníc.

*Autor príspevku ďakuje Slovenskému hydrometeorologickému ústavu v Bratislave za poskytnutie ročných zrážkových úhrnov zo zrážkomerných staníc SR a M. Šúrimu a J. Hofierkovi za výpočet ročných zrážkových úhrnov povodí metódou trojrozmernej interpolácie.*

*Príspevok vznikol za finančnej podpory grantovej agentúry VEGA v rámci vedeckých projektov 2/7050/22 a 2/3085/23.*

## LITERATÚRA

- ACREMAN, M., WILTSHERE, S. (1989). The regions are dead; long live the regions. Methods of identifying and dispensing with regions for flood frequency analysis. *International Association of Hydrological Sciences Publication*, 187, 175-188.
- ANDERBERG, M., R. (1972). *Cluster analysis for applications*. New Mexico (NTIS).
- ARMAND, D. L. (1975). *Nauka o landšafte*. Moskva (Mysl').
- BALCO, M. (1990). *Malá vodnosť slovenských tokov*. Bratislava (Veda).
- BEZÁK, A. (1993). *Problémy a metódy regionálnej taxonómie*. Geographia Slovaca, 3. Bratislava (Geografický ústav SAV).
- BEZÁK, A. (1996). Regional taxonomy: a review of problems and methods. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 28, 43-59.
- BUNGE, W. (1962). *Theoretical geography*. Lund Studies in Geography, Series C, General and Mathematical Geography, 1. Lund (Gleerup).
- CLARKE, R.T. (1994). *Statistical modelling in hydrology*. Chichester (Wiley).
- DUB, O. (1954). *Všeobecná hydrologia Slovenska*. Bratislava (Vydavateľstvo SAV).
- DUB, O., TRESOVÁ, A. (1972). Nepriame určenie priemerného ročného odtoku. In: *Hydrologické pomery ČSSR, III*. Praha (Hydrometeorologický ústav).
- FAŠKO, P. (1999). *Mapa izohyet priemerných ročných zrážkových úhrnov za obdobie 1976-1995*. Bratislava (Slovenský hydrometeorologický ústav).
- FISCHER, M. (1987). Some fundamental problems in homogeneous and functional regional taxonomy. *Bremer Beiträge zur Geographie und Raumplanung*, 11, 267-282.
- GORDON, A. D. (1981). *Classification*. London (Chapman and Hall).
- GRIGG, D. (1965). The logic of regional systems. *Annals of the Association of American Geographers*, 55, 465-491.
- HAINES et al. (1988). A global classification of river regimes. *Applied Geography*, 8, 255-272.
- HOFIERKA J., PARAJKA J., MITAŠOVÁ H., MITAŠ L. (2002). Multivariate interpolation of precipitation using regularized spline with tension. *Transactions in GIS*, 6, 135-150.

- KOHNOVÁ, S., SZOLGAY, J. (1998). Regional estimation of the mean annual summer flood and its variability in flysch region of Slovakia. In Gereš, D. et al., eds. *XIXth Conference of the Danube Countries*. Zagreb, pp. 215-222.
- KOHNOVÁ, S., SZOLGAY, J. (2003). Regional estimation of the index flood and the standard deviation of the summer floods in the Tatry Mountains. *Journal of Hydrology and Hydromechanics*, 51, 241-255.
- KOHNOVÁ, S., SZOLGAY, J. (2000). Regional estimation of design flood discharges for river restoration in mountainous basins of northern Slovakia. In Marsalek, J. et al., eds. *Flood issues in contemporary water management*. NATO Science Series, 71, 41-47.
- KOHNOVÁ, S., SZOLGAY, J. (2002). Practical applicability of regional methods for design flood computation in Slovakia. In Spreafico, M., Weingartner, R., eds. *Report no. II-17 of International Commission for the hydrology of the Rhine basin*, Berne (Federal Office of Water and Geology), pp. 529-538.
- LVOVIČ, M. I. (1964). *Elementy vodnogo režima rek zemnogo šara*. Leningrad (Gidromet).
- MOSLEY, M. P. (1981). Delimitation of New Zealand hydrological regions. *Journal of Hydrology*, 49, 173-192.
- NETOPIL, R. (1972). *Hydrologie pevnin*. Praha (Academia).
- PARDÉ, M. (1933). *Fleuves et Rivière*. Paris (Armand Colin).
- SEN, A., SRIVASTAVA, M. (1990). *Regression analysis*. New York (Springer).
- SOLÍN, L. (1992). Regresný model priemernej ročnej odtokovej výšky pre územie Slovenska. *Geografický časopis*, 44, 267-248.
- SOLÍN, L. (1998). Hydrologické regionálne členenie územia: súčasný stav a problémy. *Geografický časopis*, 50, 139-156.
- SOLÍN, L. (2003). Koncepcia regionálnej hydrogeografie Slovenska. *Geografický časopis*, 55, 125-139.
- SOLÍN, L., CEBECAUER, T. (2001). Hydrogeografické regionálne typy dlhodobého priemerného ročného odtoku na Slovensku. *Geografický časopis*, 53, 21-48.
- SOLÍN, L., CEBECAUER, T., GREŠKOVÁ, A., ŠURI, M. (2000). *Small basins of Slovakia and their physical characteristics*. Bratislava (Institute of Geography SAS, Slovak Committee for Hydrology).
- SOLÍN, L., FAŠKO, P. (1995). Hydrogeografické regionálne typy montánnej krajiny Slovenska z hľadiska priemernej ročnej odtokovej výšky. *Geografický časopis*, 47, 75-91.
- SOPPER, W. E., LULL, H. V. (1965). Streamflow characteristics of physiographic units in the Northeast. *Water Resources Research*, 1, 115-124.
- ŠURI, M., HOFIERKA, J. (1999). *Rastrová mapa priemerného ročného úhrnu zrážok za obdobie 1976-1995*. Bratislava, Geografický ústav SAV.
- WEINGARTNER, R., ASCHWANDEN, H. (1992). Discharge regime – the basis for the estimation of average flows. In: *Hydrological Atlas of Switzerland*. Bern (Landeshydrologie und -geologie).
- WILTSIRE, S. E. (1986). Regional flood frequency analysis II: Multivariate classification of drainage basins in Britain. *Hydrological Sciences Journal*, 31, 335-346.

Lubomír Solín

## REGIONAL REGRESSION EQUATIONS IN HYDROGEOGRAPHY: ANALYSIS OF SOME METHODOLOGICAL ASPECTS

The aim of construction of the regional regression in hydrogeography is to attain more precise estimates of hydrological values. Two conceptions of the generation of

regional regression equations are analysed in the article in relation to the regression estimate of runoff in the territory of Slovakia. The regional regression in the first conception fulfils the alternative function to the national regression equation and the second conception presents its alternative to the at site regression equations of the individual basins. Two methodological aspects: (i) division of the interest territory into regional units and the ensuing consequences for the choice of physical explanatory variables in the for regression at the regional level, and (ii) comparison of the area regression equations from the point of view of differences between regression coefficients were emphasized in the analysis of regional regression.

If the regional regression equations were used instead of the national equation, the fact that the division of the interest territory was carried out on the set of physical characteristics, which are decisive at the national level for the spatial variability of hydrological attributes, was emphasized in relation to the division of the territory of interest into regional classes. If the regional units are delimited in an optimal way, the variability of hydrological values is considerably reduced at the regional level. The remaining dispersion in the framework of regional units is then the consequence of different random influences rather than of some causal links to some of the physical characteristics of basins. Here some questions arise, for example, whether it is at all justified to construct regression equations for regional units with a considerably reduced variability of hydrological values, what physical variables should be used in regression equations in such cases or whether it is justified to estimate hydrological values on the basis of physical characteristics which were used for the delimitation of regional units.

The logical reasons which cast doubt on the generation of regional regression equations do not arise, if regional regression equations constitute an alternative to local regression equations. Physical characteristics in function of explanatory variables in the local regression equations are that of time-variables while regional units are delimited on the basis of physical characteristics variable in space and their values are relatively stable in time, or they are averaged.

Substitution of at site regression equations by the area regression equations is justified if the hypothesis on similarity of local regression coefficients was not rejected by criterion value (4). The area regression equations acquire the character of regional equations only if they distinctly differ from each other with regards to regression coefficients (i.e. the differences between coefficients of the area equations are statistically significant). The test of statistical significance of differences between area regression equations was carried out following (4). If the zero hypothesis on equality of regression coefficients at pair comparison in all cases is rejected, then area equations acquire the character of regional regression equations.

The possibility to apply regional regression equations instead of the national or at site regression equations was used for the estimation of the long-term average annual runoff and annual runoff. On the basis of the combination of differences of the average annual precipitation totals and the average altitude (Table 1), the territory of Slovakia was divided into six physical regional types (Fig. 2). In the case of the estimate of the long-term average annual runoff by area equations (equations 6-11) instead of the national regression equation (5), the pair comparison of the area regression equations of regional types showed that the zero hypothesis concerning equality of regression coefficient was not rejected in any case. The empirical value F was lower than the critical value F of division at the level of significance  $\alpha_{0.05}$ . It means that the application of the national regression equation suffices in case of the regression estimate of long-term values of average annual runoff in the territory of Slovakia.

As far as application of regional regression equations instead of local regression equations in the estimate of the annual runoffs is concerned, the results quoted in Table 3 show that the zero hypothesis of the equality of at site regression coefficients was

not rejected for any physical regional unit. It means that it is justified to apply area regression equations in all regional units instead of the at site ones. However, the test of differences in area regression coefficients in pair comparison (Table 4) showed that application of only two regional regression equations is justified.

Translated by H. Contrerasová