

Aplikácia modelu vektorovo autoregresívnych procesov na posúdenie vhodnosti menovej integrácie Slovenska¹

Michal BENČÍK*

Using Vector Autoregressive Processes for Examination of Desirability of Monetary Integration of Slovakia

Abstract

This contribution presents vector autoregressive processes, some aspects of their modelling and possibilities of identification of these models. After estimation of purely data driven models, reflecting no economic theory in explicit manner, their residuals and parameters are used in computation of structural residuals that can be interpreted in sense of economic theory. This technique was applied pair wise to GDP growth rate and CPI inflation rate in Slovakia, Germany and Euro area. Correlations of these structural residuals among countries are a measure of symmetry of reactions to outside shocks. Our analysis shows certain symmetry between Slovakia and Germany in supply shocks. This is important for monetary integration of Slovakia, as Germany is the most important trade partner of Slovakia in the EMU, despite problems with modelling, typical for modelling transition economies, and resulting uncertainty

Key words: optimal currency area, shocks, business cycle, vector autoregressive process

JEL Classification: E31, E32, E52

Úvod

Pokiaľ SR prestane používať po vstupe do európskej menovej únie (EMU) vlastnú menu, príde o možnosť ovplyvňovať ekonomiku monetárnou politikou. Používanie spoločnej meny je výhodné vtedy, ak sú z neho vyplývajúce výnosy väčšie ako náklady. Náklady používania spoločnej meny spočívajú hlavne

* Ing. Michal BENČÍK, CSc., Inštitút menových a finančných štúdií NBS, Imricha Karvaša 1, 813 25 Bratislava 1; e-mail: michal.bencik@nbs.sk

¹ Tento príspevok vyjadruje iba názory autora, ktoré sa môžu odlišovať od oficiálnych názorov NBS.

v nemožnosti reagovať monetárnou politikou na šoky, na ktoré jednotlivé krajiny so spoločnou menou reagujú asymetricky. Robert Mundell [7] formuloval teóriu optimálnych menových oblastí ako teóriu skupín štátov, ktoré disponujú alternatívnymi mechanizmami na elimináciu asymetrických šokov. Krajiny optimálnej menovej oblasti musia spĺňať aspoň jednu z týchto požiadaviek [3]:

- Mzdy sú dostatočne flexibilné – v krajine s klesajúcim dopytom v dôsledku vyššej nezamestnanosti budú zamestnanci akceptovať nižšie mzdy a zvýši sa konkurencieschopnosť výroby. V krajine so zvýšeným dopytom sa stane opak.

- Pracovná sila môže migrovať medzi krajinami v dostatočnom rozsahu. Pracovné sily sa sťahujú za prácou a takto vyrovnávajú dopyt a ponuku na trhu práce.

Fungovanie spoločnej menovej oblasti možno ešte priaznivo ovplyvniť centrálnym rozpočtom, ktorý redistribuuje zdroje z krajín so zvýšeným dopytom smerom ku krajinám so zníženým dopytom. Tento mechanizmus už na strane Európskej únie existuje vo vzťahu k regiónom. Na slovenskej strane môže fungovanie tohto mechanizmu ohroziť neschopnosť splniť procedurálne podmienky poskytnutia peňazí.

Jednotlivé krajiny majú podľa stanoviska Európskej komisie z menovej únie tým viac výhod, čím sú otvorenejšie, menšie a čím väčší podiel zahraničného obchodu sa realizuje vnútri jednotlivých odvetví (nie medzi odvetviami). Vhodnosť vstupu do menovej únie možno posúdiť napríklad na základe výhod, ktoré krajina dosiahne pri vstupe v závislosti od uvedených ukazovateľov (otvorenosť, veľkosť, podiel vnútroodvetvového zahraničného obchodu).

Okrem stanoviska Európskej komisie je však alternatívna teória [5], podľa ktorej sa časti oblastí so spoločnou menou špecializujú, aby využili výnosy z rozsahu. Hoci tieto oblasti sa nemusia kryť s hranicami jednotlivých štátov, tie sa s rastom otvorenosti stávajú náchylné na asymetrické šoky, čo predstavuje náklady menovej únie. Menová únia je potom pre danú krajinu výhodná iba vtedy, ak výnosy vstupu s rastúcou otvorenosťou rastú rýchlejšie ako náklady a pri oveľa vyššom stupni otvorenosti, ako to predpokladá Európska komisia.

Matematicky možno mieru synchronizácie reakcií na šoky medzi jednotlivými krajinami realizovať jednak porovnaním produkčných medzier HDP, jednak pomocou vektorovo autoregresívnych procesov. Vzhľadom na problematickosť rozkladu časového radu HDP na potenciálny produkt a produkčnú medzeru (*output gap*) v našich podmienkach od tejto metódy upúšťame. Vektorovo autoregresívne modely zjednodušene opisujú fungovanie národných ekonomík na makroúrovni. Pomocou nich možno dezagregovať časové rady na systematickú a náhodnú zložku, pričom sa zohľadňujú špecifické informácie. Korelácie štruktúrnych náhodných zložiek z rôznych krajín možno považovať za mieru symetrie reakcií týchto krajín na šoky. Čím sú tieto reakcie symetrickejšie (vysoko kladné korelácie), tým nižšie sú náklady spoločnej menovej únie a tým vhodnejšie je jej utvorenie.

V našom príspevku najprv stručne charakterizujeme jednotlivé reprezentácie tohto procesu a ich ekonomické interpretácie. Potom charakterizujeme identifikáciu vektorovo autoregresívnych procesov na základe apriórneho ohraničenia dlhodobých multiplikátorov. Táto metóda, ktorú vyvinuli O. Blanchard a D. Quah [2], má viac verzií. My ju prezentujeme a použijeme tak, ako ju prezentovali M. S. Astley a A. Garratt [1]. Túto metódu sme použili na úlohu, ktorú formuloval J. Horváth [4], ten však použil iný postup výpočtov. Výsledkom tejto metódy sú rady náhodných zložiek (šokov) pre SR, eurozónu a Nemecko, ktoré zodpovedajú reakciám na vonkajšie šoky. Korelácie týchto časových radov udávajú, či skúmané národné ekonomiky reagujú na vonkajšie šoky symetricky, alebo nie.

1. Vektorovo autoregresívne procesy a ich reprezentácie

Vektorovo autoregresívne (VAR) procesy sú vo svojej najjednoduchšej forme vektorovou analógiou autoregresívnych modelov. Autoregresívne modely považujú nezávislú premennú jednoducho za funkciu svojich predchádzajúcich hodnôt, napríklad:

$$x_t = \rho x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1)$$

Prvý člen na pravej strane rovnice je systematická zložka (ρ je parameter – koeficient autokorelácie s hodnotami medzi 0 a 1), druhý člen je náhodná zložka. Tento model možno ľahko rozšíriť na prípad, že namiesto skalárnej (nezávislej) veličiny je (napríklad) dvojzložkový vektor. Namiesto jedného koeficienta korelácie použijeme maticu parametrov 2×2 s prvkami a_{11} , a_{12} , a_{21} , a_{22} a dostaneme rovnice:

$$\begin{aligned} x_{1,t} &= a_{11}x_{1,t-1} + a_{12}x_{2,t-1} + \varepsilon_{1,t} \\ x_{2,t} &= a_{21}x_{1,t-1} + a_{22}x_{2,t-1} + \varepsilon_{2,t} \end{aligned} \quad (2)$$

Toto je *autoregresívna (AR)* reprezentácia vektorovo autoregresívneho procesu. Často je to východisková forma, ktorá slúži na odhad parametrov. Dá sa rozšíriť i tak, aby obsahovala aj premenné s dlhším oneskorením (maximálne oneskorenie označme T). V tom prípade sú z matematického hľadiska zaujímavé súčty koeficientov na obdobia $t-1$ až $t-T$, pretože určujú riešenie modelu, ku ktorému model konverguje v čase. Ak sú jednotlivé zložky modelovaného vektora stacionárne² alebo kointegrované,³ možno na odhad použiť jednoduchú metódu

² *Stacionarita* znamená, že pravdepodobnostné rozdelenie náhodnej premennej je konštantné v čase. Ak skúmané premenné nie sú stacionárne, korelačné a regresné koeficienty môžu nadobúdať vysoké hodnoty, aj keď medzi skúmanými časovými radmi nie je žiadna súvislosť.

najmenších štvorcov. V tomto prípade bude náhodná zložka tiež stacionárna. Stacionarita náhodných zložiek je dôležitým testom kvality modelu. Pokiaľ existuje dostatok pozorovaní, problémy so silnou autokoreláciou náhodnej zložky sa dajú riešiť zaradením ďalších časovo posunutých premenných do modelu.

Táto reprezentácia svojou konštrukciou zodpovedá redukovanej forme viacrovnícových ekonometrických modelov, pretože závislé endogénne premenné sú vysvetlené iba ich hodnotami z minulých období, ktoré sa v bežnom období považujú za exogénne. Preto sa tento model nazýva aj redukovaná forma vektorovo autoregresívneho procesu.

Autoregresívnu reprezentáciu, ani náhodné zložky vypočítané pri jej odhade nemožno interpretovať v zmysle ekonomických hypotéz, podobne ako redukovanú formu simultánneho ekonometrického modelu.

Rovnice (2) sa dajú maticovo zapísať ako

$$x_t = Ax_{t-1} + \varepsilon_t \quad (3)$$

kde A je matica 2×2 , ostatné sú dvojzložkové stĺpcové vektory. Ak sú zložky vektora x stacionárne, potom matica A má absolútne hodnoty alebo moduly jej vlastných čísel menšie ako jedna. Po zavedení operátora časového posunutia L ($x_{t-1} = Lx_t$) dostávame

$$\varepsilon_t = x_t - ALx_t \quad (4)$$

Ak váhy sčítame (výsledok označíme $A(1)$), dostávame $A(1) = E - A$, kde E je jednotková matica.

Pred definíciami ďalších foriem zápisu (reprezentácií) VAR procesov demonštrujeme kovštrukciu a vlastnosti jednorovnicových analógií niektorých z nich. Predpokladajme, že v rovnici (1) poznáme hodnotu $\rho = 0,6$; takže

$$x_t = 0,6x_{t-1} + \varepsilon_t \quad (1a)$$

Ak za x_{t-1} postupne dosadíme $0,6x_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$ atď. (pre časový posun 1 až $T-1$), dostávame hodnotu x_t ako vážený súčet začiatočnej hodnoty x_{t-T} a šokov. Pre stacionárne procesy váhy šokov geometricky klesajú, napríklad:

$$x_t = \sum_{i=0}^{T-1} 0,6^i \varepsilon_{t-i} + 0,6^T x_{t-T} \quad (5)$$

³ Uvažujme o dvoch náhodných procesoch z_1 a z_2 , ktoré sú integrované (napr. kumulované z nezávislých stacionárnych prírastkov). Ak existuje taký skalár c , že premenná $z_1 - cz_2$ je stacionárna, z_1 a z_2 sú *kointegrované*. Ekonomicky to možno interpretovať tak, že medzi nimi existuje rovnovážny stav.

Rovnica (1a) obsahuje bežné a časovo posunuté hodnoty vysvetľovanej premennej a bežné hodnoty šokov, rovnica (5) naopak. Prechod od (1a) k (5) zodpovedá inverzii procesu. Pre $T \rightarrow \infty$ potom váha začiatkovej hodnoty konverguje k nule. Pre súčet váh z (5) po dosadení do vzorca pre nekonečný súčet geometrického radu dostávame:

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^{T-1} 0,6^i = \frac{1}{1-0,6} = \frac{5}{2} \quad (6)$$

Znamená to, že permanentný jednotkový šok povedie k zvýšeniu veličiny x o 2,5.

Obdobne ako (5) je reprezentáciou rovnice (1a), pre stacionárne procesy existuje reprezentácia VAR kľavými priermi (*moving average – MA reprezentácia*) a matica s reálnymi prvkami, ktorá je analógiou limity (6) pre model (4) – matica dlhodobých multiplikátorov. Ak začneme do AR reprezentácie dosadzovať analogicky ako v (5), dostávame MA reprezentáciu (pozri [9]):

$$x_t = \varepsilon_t + A\varepsilon_{t-1} + AA\varepsilon_{t-2} + AAA\varepsilon_{t-3} \text{ atď.} \quad (7)$$

Dá sa dokázať, že ak matica A má vlastné čísla v absolútnej hodnote menšie ako 1 (pri komplexných vlastných číslach ich moduly), váhy E , A , AA , AAA atď. konvergujú k nule a ich súčet je $(E - A)^{-1}$. Váhy E , A , AA , AAA atď. udávajú reakciu systému na šok (impulz) s daným časovým posunom. Preto sa tieto matice volajú *impulse-response*. Prevod reprezentácie AR na reprezentáciu MA sa nazýva *invertovanie*. Matice dlhodobých multiplikátorov MA reprezentácie skutočne možno vypočítať ako inverziu matice súčtov koeficientov z AR reprezentácie, pokiaľ táto inverzia existuje. Definujme stacionárne (dlhodobé) riešenie modelu ako také hodnoty vektora x a náhodných zložiek ε , ktoré sú v čase konštantné. Označme ich x^* a ε^* . Potom

$$\varepsilon^* = A(1)x^* = (E - A)x^* \quad (8)$$

$$a \quad x^* = (E - A)^{-1}\varepsilon^* \quad (9)$$

Matica $(E - A)^{-1}$ sú dlhodobé multiplikátory z MA reprezentácie. Tieto multiplikátory však stále zodpovedajú redukovanej forme a nedajú sa priamo interpretovať.

2. Zohľadnenie ekonomickej teórie vo VAR modeloch

Na lepšiu interpretáciu treba vo vektorovo autoregresívnych modeloch explicitne vyjadriť ekonomickú teóriu. Na tento účel boli vyvinuté štruktúrované vektorovo autoregresívne modely. Štruktúrovaný VAR model v jednotlivých rovniciach obsahuje aj väzby medzi bežnými hodnotami endogénnych premenných,

čím sa podobá štruktúrnej forme simultánneho modelu. Štruktúrovaný VAR model, podobne ako štruktúrna forma simultánneho ekonometrického modelu, je vyjadrením určitých ekonomických hypotéz a jeho parametre sa dajú interpretovať v zmysle týchto hypotéz. Jednou z možností je doplnenie formulácie (2) o člen $a_{021}x_{1,t}$ na ľavej strane, ktorý zohľadňuje väzbu medzi hodnotami vektora závisle premenných v bežnom období:

$$\begin{aligned}x_{1,t} &= a'_{11} x_{1,t-1} + a'_{12} x_{2,t-1} + \varepsilon'_{1,t} \\ a_{021}x_{1,t} + x_{2,t} &= a'_{21} x_{1,t-1} + a'_{22} x_{2,t-1} + \varepsilon'_{2,t}\end{aligned}\tag{10}$$

Tento systém je *rekurzívny*. Prvá premenná nezávisí od žiadnych bežných hodnôt, len od posunutých. Od bežnej hodnoty tejto premennej môže závisieť druhá premenná (okrem hodnôt všetkých premenných z predchádzajúcich období). Tretia premenná môže závisieť od bežných hodnôt týchto dvoch premenných atď. Táto špeciálna štruktúra umožňuje na odhad parametrov použiť jednoduchú metódu najmenších štvorcov. Ak prvú rovnicu vynásobíme parametrom a_{021} a odčítame od druhej rovnice, dostaneme systém (2). To ilustruje skutočnosť, že náhodné zložky ε modelu (2) (redukovanej formy) možno vyjadriť váženými súčtami náhodných zložiek ε' modelu (10) a naopak. Aj štruktúrny model možno invertovať. Dostaneme tak podobné rovnice ako pri redukovanej forme, ale s inými parametrami a šokmi, ktoré sú od seba nezávislé.

V štruktúrnych modeloch sa ekonomické hypotézy vyjadrujú ohraničeniami, čím sa identifikujú (čo je z hľadiska ich odhadu a interpretácie podstatné). Na systém (10) sme de facto „naložili“ ohraničenie, že premenná x_1 v *bežnom období* nezávisí od premennej x_2 , aj keď x_2 môže v bežnom období závisieť od x_1 . Takáto reštrikcia sa nám však nehodí. Metóda, ktorú ideme použiť, „nakladá“ na systém štyri ohraničenia: dve na rozptyl náhodných zložiek (má sa rovnať jednej), jedno na ich kovarianciu (má byť rovná nule) a jedno na prvok matice dlhodobých multiplikátorov (má byť rovná nule).

3. Použité údaje

Model sme odhadli na štvrťročných časových radoch HDP v stálych cenách a spotrebiteľských cenách pre Slovenskú republiku, eurozónu a Nemecko. O úrovniach týchto veličín sme *predpokladali*, že ich logaritmy sú integrované prvého stupňa, takže prírastky logaritmov sú stacionárne. Vzhľadom na malú silu testov pri malom počte pozorovaní sme tento predpoklad netestovali. V modeli, ktorý mal obsahovať stacionárne procesy, sme preto používali mieru rastu HDP a mieru inflácie.

Použili sme údaje zo Štatistického úradu SR (HDP za SR), Národnej banky Slovenska (údaje za jadrovú infláciu) a z databázy OLISNET spravovanej OECD za zahraničie. Za Slovensko sme použili časový rad jadrovej inflácie namiesto celkovej inflácie z indexu CPI (*Consumer Price Index*) pretože predpokladáme, že CPI obsahuje veľa vplyvov z administratívnych úprav cien, ktoré nie sú zohľadnené vo vektorovo autoregresívnom modeli a pri použití inflácie z celkového indexu spotrebiteľských cien by viedli k skresleným výsledkom. Časové rady HDP sú sezónne očistené (čo je síce z metodologického hľadiska sporné, pretože v procese sezónneho očistenia sa môže vytvoriť umelá autokorelácia, ktorá môže skresliť odhady, ale pre zahraničie sme sezónne neočistené údaje nemali k dispozícii).

4. Postup výpočtov⁴

Keďže náhodné zložky štruktúrneho modelu sa dajú vyjadriť ako vážený súčet náhodných zložiek redukovaného modelu, alternatívou k odhadu štruktúrneho vektorovo autoregresívneho modelu je odvodiť náhodné zložky štruktúrneho modelu z náhodných zložiek redukovaného modelu (2). Ekonomickú teóriu zohľadníme pomocou ohraničení parametrov MA reprezentácie. Z týchto parametrov získame váhy pre výpočet štruktúrnych náhodných zložiek redukovaného modelu.

Hospodárstvo každej krajiny (SR, Nemecka a eurozóny) sme modelovali zvlášť, pričom postup bol až na detaily ten istý. Matematicky možno výpočty popísať nasledovne:

Jednoduchou metódou najmenších štvorcov sme odhadli AR reprezentáciu (2) rozšírenú o (exogénne) umelé premenné. Tými umelými premennými sme zohľadnili sezónne výkyvy a niektoré atypické hodnoty. Aby bolo rozdelenie náhodných zložiek blízke normálnemu, skúšali sme rôzne rády autoregresívnych procesov (počty posunutých premenných) a hodnoty umelých premenných. Modely, ktoré sme akceptovali, mali absolútnu hodnotu alebo modulus všetkých vlastných čísel menší ako jedna, čo zaručuje stacionárnosť modelovaného procesu. Pri voľbe rádu sme prihliadali na hodnoty informačných kritérií, ale ak sa nezhodovali, postupovali sme podľa vlastného uváženia. Požadovali sme, aby pre prvých desať štvrtrokov LM test nezamietal hypotézu o tom, že reziduá sú biely šum. Hodnoty pre posuny viac ako desať štvrtrokov sme ignorovali, jednak kvôli malej sile testu pri malom počte pozorovaní, jednak kvôli tomu, že keby sme to chceli riešiť, dospeli by sme k modelu, ktorý by bol pre vysoký

⁴ Výpočty sme realizovali v programovom balíku Eviews 4.1.

počet parametrov prakticky neodhadnuteľný. Keď sme určili rád modelovaného procesu, zvýšili sme výdatnosť odhadov vynechaním nevýznamných posunov. *Portmanteau test* vo všetkých prípadoch zamietal stacionaritu reziduálov. Avšak nízka sila tohto testu mohla byť zapríčinená aj tým, že kvôli malému počtu pozorovaní nemali reziduály normálne rozdelenie, ale nejaké rozdelenie s pomerne vyššou pravdepodobnosťou extrémnych hodnôt („s tučnými chvostami“ – *heavy tailed*). Ako uvádzajú A. Peréz a E. Ruiz [8], tento test môže pri výskyte takýchto rozdelení zmätočne zamietat nulovú hypotézu.⁵ Preto sme ho pri vyhodnocovaní odhadov nebrali do úvahy.

Pre SR sme použili posuny jeden, tri a štyri štvrtroky. Umelou premennou sme ošetrili odľahlé pozorovania v roku 1998 (zapríčinené zmenou fiškálnej politiky).⁶ Pre Nemecko sme vybrali model s posunmi dva a štyri štvrtroky. Umelou premennou sme zohľadnili výkyvy v časovom rade CPI v rokoch 1996 a 1997, pre eurozónu sme vybrali model s tromi časovými posunmi, pričom sme použili umelé premenné pre HDP (jediná nenulová hodnota v druhom štvrtroku 1997) i CPI (na ošetrovanie výkyvu v inflácii v rokoch 2001 až 2002 – umelá premenná mala nenulové hodnoty 1 v druhom štvrtroku 2001 a prvom štvrtroku 2002 a hodnotu –1 v treťom a štvrtom štvrtroku 2001). Na ďalšie výpočty sme však použili iba parametre pri časovo posunutých exogénnych premenných.

Nasledovný postup popisuje našu manipuláciu s modelmi VAR po odhadnutí AR reprezentácií:

Majme AR reprezentáciu pre stacionárny vektor x , podobne ako v (4):

$$x = A(L)x + \varepsilon \quad (11)$$

pričom kovariančnú maticu náhodných zložiek označme Ω . Táto formulácia zodpovedá redukovanej forme modelu. Invertujeme ju na MA formu

$$x_t = B(L)\varepsilon \quad (12)$$

⁵ Tento príspevok sa síce zaoberá použitím *Portmanteau testu* v iných modeloch, kde je problém heteroskedasticita, a nie autokorelácia, ale nazdávame sa, že poznatky z tohto príspevku možno zovšeobecniť.

⁶ Odhadnuté rovnice majú tvar:

$$\begin{aligned} \text{DLOG}(\text{SVKGDPX}) &= 0.1786586191 * \text{DLOG}(\text{SVKGDPX}(-1)) + \\ &+ 0.2011140023 * \text{DLOG}(\text{SVKGDPX}(-3)) + 0.1985295565 * \text{DLOG}(\text{SVKGDPX}(-4)) - \\ &- 0.03066103877 * \text{DLOG}(\text{SVKCPI}(-1)) - 0.04476836194 * \text{DLOG}(\text{SVKCPI}(-3)) + \\ &+ 0.2877768134 * \text{DLOG}(\text{SVKCPI}(-4)) - 0.001317471214 * T1 + 0.04588646195 * \text{DSVKGDPX} \\ \text{DLOG}(\text{SVKCPI}) &= -0.0004839590132 * \text{DLOG}(\text{SVKGDPX}(-1)) - \\ &- 0.1030300194 * \text{DLOG}(\text{SVKGDPX}(-3)) + 0.003725406028 * \text{DLOG}(\text{SVKGDPX}(-4)) + \\ &+ 0.1716565438 * \text{DLOG}(\text{SVKCPI}(-1)) + 0.0752019008 * \text{DLOG}(\text{SVKCPI}(-3)) + \\ &+ 0.5468544795 * \text{DLOG}(\text{SVKCPI}(-4)) + 0.006142467832 * T1 - 0.006135944822 * \text{DSVKGDPX} \end{aligned}$$

Tieto rovnice nie sú ekonomicky interpretovateľné a uviedli sme ich iba na názornú ilustráciu. Ostatné rovnice, ako aj parametre odhadov z priestorových dôvodov vynecháme.

s dlhodobými multiplikátormi $B(1)$, ktoré sú voľné. Hľadáme však štruktúrnú reprezentáciu modelu

$$x_t = C(L)e \quad (13)$$

kde náhodné zložky e pre tú istú krajinu sú od seba nezávislé (majú jednotkovú kovariančnú maticu) a dlhodobé multiplikátory $C(1)$ (súčet váh v polynóme $C(L)$) zohľadňujú ekonomickú teóriu. Náhodné zložky e sú štruktúrne šoky. Korrelácia týchto šokov pre tú istú veličinu a pre rôzne krajiny je mierou podobnosti národných ekonomík.

Ak máme modely s viacerými posunmi, polynóm $A(L)$ v AR reprezentácii (11) sa skladá z viacerých matic:⁷

$$x = A_1x_{t-1} + A_2x_{t-2} + \dots + A_nx_{t-n} \quad (14)$$

Z parametrov tohto modelu vypočítame sumu matic A

$$A(1) = A_1 + A_2 + \dots + A_n \quad (15)$$

Keďže tieto matice majú pre všetky krajiny moduly vlastných čísel menšie ako 1, môžeme zodpovedajúce procesy invertovať spôsobom naznačeným v (8) a (9) a pre každú krajinu vypočítať:

$$B(1) = (E - A(1))^{-1} \quad (16)$$

Pre dlhodobé multiplikátory štruktúrneho modelu $C(1)$ platí:

$$B(1)\Omega B(1)' = C(1)C(1)' \quad (17)$$

pričom požadujeme, aby matica $C(1)$ bola dolnotrojuholníková, pretože to zodpovedá ekonomickým predpokladom (pozri nižšie). Túto maticu možno dostať Choleského dekompozíciou.⁸ Matice $C(1)$ mali pre každú krajinu tvar:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g_{HDP}}{\partial \varepsilon_{HDP}} & \frac{\partial g_{HDP}}{\partial \varepsilon_{CP}} \\ \frac{\partial g_{CP}}{\partial \varepsilon_{HDP}} & \frac{\partial g_{CP}}{\partial \varepsilon_{CP}} \end{bmatrix} \quad (17a)$$

kde g sú dlhodobé miery rastu. Podobne ako J. Horváth [4] sme zaviedli predpoklad, že z dlhodobého hľadiska je HDP nezávislý od cenových šokov. Potom

⁷ Pri aplikácii tejto metódy na autoregresívne modely pre jednotlivé krajiny sme lokujúce konštanty pre jednoduchosť vynechali, čím sme dostali de facto model pre centrované premenné

⁸ Choleského dekompozícia je rozklad štvorcovej regulárnej symetrickej matice X na dve rovnaké dolnotrojuholníkové matice P tak, že $X = PP'$. Alternatívne možno počítať hornotrojuholníkové matice Q tak, že $X = Q'Q$, pričom P na Q a naopak možno previesť transpozíciou: $P = Q'$.

môžeme rovnice pre miery rastu HDP v štruktúrnom modeli interpretovať ako krivky agregátnej ponuky, ktoré sú z dlhodobého hľadiska zvislé. Rovnice pre miery inflácie potom môžeme interpretovať ako Philipsove krivky.⁹ Matice $C(1)$ získali dolnotrojuholníkový tvar

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial g_{HDP}}{\partial \varepsilon_{HDP}} & 0 \\ \frac{\partial g_{CP}}{\partial \varepsilon_{HDP}} & \frac{\partial g_{CP}}{\partial \varepsilon_{CP}} \end{bmatrix} \quad (17b)$$

takže pri ich výpočte sme mohli použiť Choleského dekompozíciu. Z týchto matíc sme vypočítali príslušné váhy C_0^{-1} , ktoré sú inverziou matice

$$C_0 = B(1)^{-1}C(1) \quad (18)$$

Vypočítali sme náhodné zložky štruktúrneho modelu e z náhodných zložiek redukovaného modelu ε :

$$e = C_0^{-1}\varepsilon \quad (19)$$

Z takýchto ortogonalizovaných náhodných zložiek pre rovnakú veličinu a rozdielne krajiny (napr. $e_{HDP, \text{Nemecko}, t}$ a $e_{HDP, \text{SR}, t}$) sme vypočítali korelácie. Korelačné koeficienty medzi štruktúrnymi náhodnými zložkami sme počítali na celé obdobie odhadu a na skrátené obdobie, aby sme eliminovali prípadné rušivé vplyvy spojenia Nemecka, rozdelenia Česko-Slovenska a následnej recesie.

5. Výsledky výpočtov a porovnanie s inými štúdiami

Korelácie šokov za Slovenskú republiku so šokmi za Nemecko a eurozónu sú uvedené v tabuľke 1:

Tabuľka 1

Veličina	HDP – korelácia so SR		CPI – korelácia so SR	
	1994Q3 – 2003Q1	1998Q3 – 2003Q1	1994Q3 – 2003Q1	1995Q1 – 2003Q1
Nemecko	0.20	0.22	-0.07	-0.02
eurozóna	-0.14	-0.18	-0.06	0.18

⁹ V práci M. Marcellino a kol. [6] sa používa matematicky podobný aparát s inou ekonomickou interpretáciou. Podľa nej, ponukové šoky majú dlhodobé efekty na ceny, aj na mieru rastu HDP, kým dopytové len na ceny. V dôsledku toho v tejto práci zodpovedá rovnica pre mieru rastu HDP dopytu a rovnica pre mieru inflácie zodpovedá ponuke – opačne ako u nás. Týmto predpokladom zodpovedá reštrikcia diagonálneho prvku matice dlhodobých multiplikátorov. Táto matica potom nie je trojuholníková a na získanie jej hodnôt treba iný výpočet.

Korelácie štruktúrnych náhodných zložiek SR a Nemecka indikujú miernu symetriu v ponukových šokoch, ktorá sa od roku 1998 ešte trochu zvýšila. Je to zrejme dôsledok toho, že Nemecko je najdôležitejším obchodným partnerom SR z EMU. Dopytové šoky týchto krajín sú od seba nezávislé s tendenciou k asymetrii. V kratšom období sú dopytové šoky ešte menej asymetrické, čo môže súvisieť s reštrikciami súvisiacimi s fiškálnou konsolidáciou v oboch krajinách (v intenciách modelu sa dopytové šoky prejavujú len na koreláciách šokov zodpovedajúcich cenám).

Záporné korelácie ponukových šokov SR a eurozóny ukazujú na odlišný charakter hospodárskeho cyklu západoeurópskych krajín, s ktorými nie je SR tak úzko prepojená zahraničným obchodom ako s Nemeckom. Ponukové šoky v minulosti boli skôr asymetrické. Je však možné, že asymetriu spôsobujú členské štáty s malým podielom na našom zahraničnom obchode. Dopytové šoky sa však v kratšom období značne zosymetrizovali (asi v dôsledku konsolidácie štátnych financií tak v EMU, ako aj v SR).

V procese výpočtu štruktúrnych šokov sme dostali aj parametre štruktúrnej formy, t. j. dlhodobé multiplikátory ohraničené na dolnotrojuholníkový tvar. Sú to matice 2×2 so štruktúrou opísanou vo výraze (17b). Uvádzame ich v tabuľke 2.

Tabuľka 2

<i>C(1) Slovensko</i>		<i>C(1) Nemecko</i>		<i>C(1) Eurozóna</i>	
1.73E-02	0	8.14E-03	0	4.84E-03	0
1.25E-02	2.14E-02	4.79E-03	5.07E-03	-1.46E-03	3.87E-03

Keďže tieto parametre zodpovedajú štruktúrnej forme v intenciách predpokladov modelu, možno ich ekonomicky interpretovať a porovnávať. Nenulový prvok mimo diagonály opisuje dohodobú reakcu cien na zmenu miery rastu HDP. Kým v eurozóne má tento parameter záporné znamienko, v SR a v Nemecku je kladný. Na jednej strane to dokazuje, že charakter hospodárskeho cyklu v SR je podobnejší cyklu v Nemecku než v eurozóne, jednak to poukazuje na nedostatky tejto (ekonomicky) jednoduchej šnecifikácie pri modelovaní eurozóny, pretože teória Phillipsovej krivky predpokladá, že vyšší rast cien je typicky asociovaný s vyšším rastom HDP. Predpokladáme preto, že v eurozóne pôsobia významné vplyvy, ktoré tento model nezohľadňuje a ktoré jeho výsledky pravdepodobne skresľujú. Analýza dlhodobých multiplikátorov však podľa nás ukázala, že ekonomiky SR a Nemecka fungujú do istej miery podobne, čo zvyšuje pravdepodobnosť symetrickej reakcie na vonkajšie šoky.

Podobnú metódu ako my v tomto príspevku používajú na analýzu symetrie šokov medzi SR a EMU ešte (najmenej) dve pomerne nové štúdie:

• M. Weimann [10] formuluje podobný štruktúrny model ako my (ale bez umelých premenných a s inými časovými posunmi) a identifikuje ho takisto ako my (predpokladom o vertikálnej krivke ponuky). Výsledné korelácie štruktúrnych šokov SR a Nemecka sú porovnateľné s našimi výsledkami – kladná korelácia pre ponukové šoky a záporná blízko nuly pre dopytové. Záver je povzbudzujúci, autor tvrdí, že tieto výsledky sú porovnateľné s koreláciami Nemecka a iných členov EMU *pred ich integráciou* a pokladá skorý vstup kandidátskych krajín do EMU za možný.

• M. Marcellino a kol. [6] odhadujú dvojjazýkový model vektorovo autoregresívnych procesov, ktorý identifikujú predpokladom, že dopytové šoky nemajú dlhodobý vplyv na mieru rastu outputu, iba na ceny. Autori dospeli ku kladným koreláciám šokov pre SR a EMU za roky 1998 – 2002, a to 0.26 pre dopyt a 0.03 pre ponuku. Tieto korelácie sú síce „optimistickejšie“ ako naše, autori ich však porovnávajú s vysoko kladnými koreláciami pre členov EMU s celou EMU. Keďže korelácie EMU s jej jednotlivými členmi sú väčšie ako korelácie EMU s prístupovými krajinami, autori dospievajú k záveru, že skorý vstup kandidátskych krajín do EMU *nie je* vhodný. Takýto postup je dosť zavádzajúci, pretože štruktúrne šoky EMU a jej členov sú na *obdobie po vzniku EMU* kladne korelované z definície. (Weimann tento problém rieši voľbou skoršieho obdobia pre odhad.)

Analýza symetrie šokov pomocou vektorovo autoregresívnych procesov teda indikuje u väčšiny autorov, vrátane našich prepočtov, určitú symetriu šokov, čo môže byť argument v prospech vstupu, ale výsledky vo všeobecnosti veľmi závisia od použitých údajov a výpočtových detailov. Navyše, niektorí autori nepokladajú ani mierne kladnú mieru symetrie za dostatočnú a za dôkaz vhodnosti účasti krajiny v menovej únii považujú len výrazne symetrické šoky.

Záver

V našom príspevku charakterizujeme vektorovo autoregresívne procesy, niektoré aspekty ich modelovania a možnosti identifikácie takýchto modelov. Táto metóda vychádza z tzv. „ateoretických modelov“, ktoré majú eliminovať možnosť zaviesť do odhadového tvaru nevhodné identifikačné ohraničenia. Po odhade modelov, ktoré vychádzajú čisto z vlastností údajov a nezohľadňujú ekonomickú teóriu, ich parametre a reziduály sa použijú na výpočet štruktúrnych náhodných zložiek, ktoré už sú ekonomicky interpretovateľné. Túto metódu aplikujeme na SR, Nemecko a eurozónu. Korelácie štruktúrnych náhodných zložiek medzi jednotlivými krajinami udávajú mieru symetrie reakcií týchto krajín na vonkajšie šoky.

metóda vychádza z tzv. „ateoretických modelov“, ktoré majú eliminovať možnosť zaviesť do odhadového tvaru nevhodné identifikačné ohraničenia. Po odhade modelov, ktoré vychádzajú čisto z vlastností údajov a nezohľadňujú ekonomickú teóriu, ich parametre a reziduály sa použijú na výpočet štruktúrnych náhodných zložiek, ktoré už sú ekonomicky interpretovateľné. Túto metódu aplikujeme na SR, Nemecko a eurozónu. Korelácie štruktúrnych náhodných zložiek medzi jednotlivými krajinami udávajú mieru symetrie reakcií týchto krajín na vonkajšie šoky.

Naša analýza ukazuje, že Slovensko má symetrické reakcie na ponukové šoky s Nemeckom, čo je pre našu integráciu dôležité, keďže Nemecko je náš najdôležitejší partner z EMU. Avšak vzhľadom na komplexnosť vzťahov, ktoré sa pri vstupe krajín do menových únií menia, obsahujú všetky analýzy silný prvok neistoty. Neistota vyplýva z nejednotnosti predpokladov a prístupov a z redukcie komplexného fungovania ekonomík na jednoduchý model niekoľkých premenných, ktorý je navyše odhadnutý z minimálneho počtu pozorovaní. Podľa toho sa vyskytujú závery v prospech skorého vstupu. Podľa nášho názoru, opatrný optimizmus ohľadne vstupu kandidátskych krajín do EMU je namieste.

Literatúra

- [1] ASTLEY, M. S. – GARRATT, A.: *Exchange Rates and Prices: Sources of Sterling Real Exchange Rate Fluctuations 1973 – 1994*. London: Bank of England 1998.
- [2] BLANCHARD, O. – QUAH, D.: *The Dynamic Effects of Aggregate Demand and Supply Disturbances*. *American Economic Review*, 79, 1989, s. 655 – 673.
- [3] De GRAUWE, P.: *The Economics of Monetary Integration*. Oxford: Oxford University Press 1992.
- [4] HORVÁTH, J.: Materiály k diskusii na seminári *East Jour Fixe, How to Reduce Inflation*. Wien: Oesterreichische Nationalbank 23. marca 2001.
- [5] KRUGMAN, P.: *Lessons of Massachusetts for EMU*. In: TORRES, F. – GIAVAZZI, F.: *Adjustment and Growth in the European Monetary Union*. Cambridge: Cambridge University Press, CEPR 1993, s. 241 – 261.
- [6] MARCELLINO M. a kol.: [EFN Report on the Euro Area Outlook.] Paris etc.: European Forecasting Network, jeseň 2003.
- [7] MUNDELL, R.: *A Theory of Optimal Currency Areas*. *American Economic Review*, 51, 1961, s. 657 – 665.
- [8] PÉREZ A. – RUIZ, E.: *Properties of the Sample Autocorrelations of Non-linear Transformations in Long Memory Stochastic Volatility Models*. Madrid: Department of Applied Economics (Statistics and Econometrics), Universidad de Valladolid 2002.
- [9] SÖDERLIND, P.: *Lecture Notes – Econometrics: VAR Systems*. Stockholm: Stockholm School of Economics and CEPR 2001. Dokument v elektronickej podobe EcmXVar.TeX.
- [10] WEIMANN, M.: *OCA Theory and EMU Eastern Enlargement – An Empirical Application*. Dresden: Dresden University of Technology 2002.