
GEOGRAFICKÝ ČASOPIS

57

2005

2

*Tomáš Hlásny**

GEOŠTATISTICKÝ KONCEPT PRIESTOROVEJ ZÁVISLOSTI PRE GEOGRAFICKÉ APLIKÁCIE

T. Hlásny: The geostatistical concept of spatial dependence for geographical applications. *Geografický časopis*, 57, 2005, 2, 9 figs., 75 refs.

One of the most important components of applied geographical research is the detailed analysis and exact quantification of spatial structure. The purpose of this paper is to provide a comprehensive and exhaustive explanation of fundamental concepts and methods in geostatistical research including empirical and theoretical variograms, covariograms, correlograms and their parameters such as sill, range and nugget effect. In addition, robust variograms and various aspects of spatial anisotropy are discussed. The paper also focuses on intrinsic and second order stationary hypotheses that are one of the fundamental principles in geostatistical theory. The discussion of geostatistical concepts is illustrated practically using spatial data from several case studies in Slovakia. The ISATIS and GSTATS packages provided the proper environment for such an analysis. The results from this analysis will allow a profound understanding of the fundamental geostatistical concepts and their significance for the spatial analysis of numerous geographical and natural resource phenomena.

Key words: spatial autocorrelation/dependence, variogram, regionalized variable, anisotropy, intrinsic hypothesis, second-order stationarity hypothesis

Všetko je vo vztahu ku všetkému, ale veci blízke sú si bližšie svojou podstatou ako veci vzdialené (Tobler 1979).

* Lesnícký výskumný ústav, T. G. Masaryka 22, 960 92 Zvolen

ÚVOD

Týmto konštatovaním, označovaným aj ako prvý zákon geografie alebo Toblerov zákon, sa pokúšame priblížiť podstatu fenoménu priestorovej závislosti (autokorelácie). Tento koncept je využiteľný a využívaný pri štúdiu priestorovej štruktúry mnohých javov, či už sociálnych, ekonomických, klimatologických, biogeografických, pri hodnotení priestorového usporiadania jedincov v ekológii, alebo pri hodnotení štruktúry a usporiadania geologických vrstiev. Najmä v poslednej oblasti má štúdium priestorovej závislosti hlboké korene.

Pri štúdiu priestorových javov, ich porovnávaní, resp. návrhoch ich optimálneho využitia je dôležité pochopiť a kvantifikovať úroveň ich priestorovej závislosti, detekovať výrazné smery spojitosti a nespojitosti (tzv. osi anizotropie), vymedziť zóny vplyvu bodových výberových údajov, či určiť prahové hodnoty, pri ktorých priestorová závislosť zaniká. Kvantifikácia týchto parametrov umožňuje efektívne využitie študovaného javu, porovnávanie priestorových štruktúr v rozličných časových úsekoch alebo na rozličných miestach a otvára možnosti ďalšieho geoštatistického modelovania a simulácií. Vzhľadom na to, že cena štatistických údajov je vysoká, štúdium týchto parametrov umožňuje zostaviť efektívny plán zberu údajov, stanoviť optimálny počet meraní, alebo s vysokou presnosťou odhadnúť údaje na nezmapovaných pozíciách. V súčasnom výskume sa však tieto skutočnosti mnohokrát neberú do úvahy, čo vedie k nízkej efektívnosti a skresleniu výsledkov štatistického skúmania. Potreba integrácie a využitia týchto metód v geografii vyplýva aj zo záverov Konferencie európskych štatistikov (CES), kde sa ako jeden z cieľov uvádza rozvoj a integrácia štatistických metód v geograficky orientovanom výskume (Meliskova 2000).

PREHĽAD PROBLEMATIKY

Počiatky geoštatistiky sa viažu k problematike odhadov zásob geologických ložísk, ich priestorového usporiadania a návrhov ťažby (Matheron 1963 a 1971, Journel a Huijbregts 1978). Za zakladateľa týchto metód sa považuje Georges Matheron (1930-2000), ktorý dlhé roky pôsobil ako riaditeľ *Centre de Morphologie Mathématique* vo Fontainebleau vo Francúzsku, kde založil vedné odbory geoštatistika a morfológická matematika. Východiská pre vznik týchto vedných disciplín položili publikácie juhoafrického banského inžiniera Krigeho, ktorý sa v päťdesiatych rokoch pokúšal ohodnotiť množstvo zlata v juhoafrických baniach a podať reálne hodnotenie a predikciu objemu dobývateľných zásob zlatých ložísk a štatistika Sichel (Krige 1951, Sichel 1952 a 1966).

V zahraničnej a v poslednej dobe aj v našej literatúre sa stretávame s mnohými príkladmi využitia konceptu priestorovej závislosti, či už za účelom geoštatistických odhadov priestorovej štruktúry daného javu na základe výberových údajov, alebo pre hodnotenie zákonitosti priestorovej štruktúry rozličných geografických javov. Všeobecný prehľad týchto metód je uvedený napr. v prácach Davida (1977), Isobel Clark (1979a), Journela a Huijbregtsa (1978), Cliffa a Orda (1973 a 1981), alebo v novších publikáciách Isaaksa a Srivastavu (1989), Cressieho (1993), Wackernagela (1998), Zimmermana (1993), Zimmermana et al. (1999), Christakosa (2000) alebo Houldinga (2000). V oblasti banského inžinierstva a geológie patria k najvýznamnejším v tejto oblasti práce Matherona (1963 a 1971), Journela a Huijbregtsa (1978), Isobel Clark (1979b, 1979c), Arm

-stronga (1989) a iné. V oblasti pedológie sú významné najmä práce McBratneya a Webstera (1986), Webstera a Olivera (1990, 1992), Goovaerts (1999c, 2000a), Halvorsona et al. (1995), Smitha et al. (1993) a ďalších. V oblasti ekológie a biológie publikovali významné práce Rossi et al. (1992), Legendre a Legendre (1998), Sokal (1979), Sokal a Oden (1978 a 1991) a ďalší. V súčasnosti sa stretávame aj s úzko špecializovanými aplikáciami, napr. z oblasti paly-nológie a paleobotaniky (Oliver et al. 1997, Šiška et al. 2001), diaľkového prieskumu Zeme (Curran a Atkinson 1998), hydrogeológie (Rouhani a Myers 1990, Myers 1992 a 1996, Kitanidis 1997, Zimmerman et al. 1998) a pod. U nás publikovali teoretické alebo aplikované práce z oblasti geoštatistiky napr. Šiška et al. (1997), Scheer (2001), Turisová a Hlásny (2004) alebo Hlásny (2004).

V súčasnosti patrí k popredným svetovým osobnostiam geoštatistiky Pierre Goovaerts, ktorý v tejto oblasti publikoval viac ako sto vedeckých článkov s významným vplyvom na stav tohto vedného odboru. Patrí sem napr. knižná publikácia Goovaerts (1997), teoretické vedecké práce venované rozboru a optimalizácii rozličných geoštatistických postupov (napr. Goovaerts 1994a, 1994b, 1994c, 1996, 1998a, 1998b a iné), množstvo prác z oblasti pedológie a pedogeografie (Goovaerts 1999c, 2000a), hydrológie (Goovaerts 2000b), práce venované geoštatistickým analýzám environmentálnych premenných všeobecne (Goovaerts 1999a, 1999b) alebo v poslednej dobe publikované práce z oblasti analýzy priestorovej závislosti výskytu úmrtnosti na rakovinu (Goovaerts a Jacques 2005 alebo Goovaerts et al. 2005).

V posledných rokoch sa metódy hodnotenia priestorovej závislosti a všeobecne geoštatistika výrazne prelínajú s oblasťou geografických informačných systémov, kde sa využívajú najmä rozličné vizualizačné techniky a nástroje pre vstup a správu údajov a ich prvotné spracovanie. Významné práce tohto zamerania publikovali napr. Goodchild a Longley (1999), Goodchild (2000) alebo Goodchild a Haining (2004).

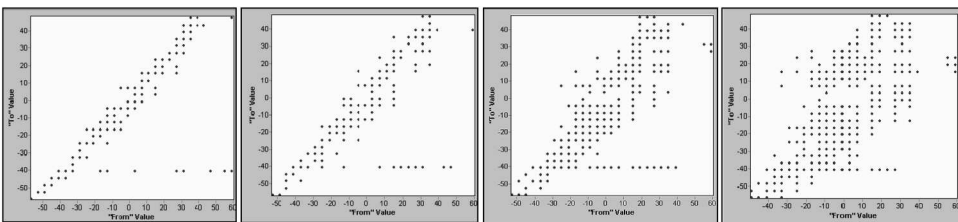
PRIESTOROVÁ AUTOKORELÁCIA

Zvyčajný prístup k hodnoteniu korelácie je analýza vzťahu medzi dvoma premennými v rámci toho istého pozorovania. Špecifický prípad tohto postupu je hodnotenie korelácie v rámci jednej premennej na základe určitého spôsobu usporiadania jej hodnôt – tento typ korelácie sa nazýva *autokorelácia*. Geografický prístup k tejto problematike spočíva v hodnotení vzťahu medzi javmi alebo udalosťami oddelenými určitým priestorovým či časovým úsekom. Priestorová autokorelácia môže byť pozitívna alebo negatívna. Zatiaľ čo v prípade *pozitívnej autokorelácie* sa príbuzné javy alebo atribúty nachádzajú k sebe v priestore bližšie, v prípade *negatívnej autokorelácie* sa pozoruje zoskupovanie výrazne odlišných hodnôt. Okrem týchto dvoch hraničných prípadov sa môžeme stretnúť s *náhodným usporiadaním*, ktoré tieto princípy nerespektuje. Pre hodnotenie priestorovej autokorelácie sa vypracovalo väčšie množstvo nástrojov. Patria sem v prvom rade tzv. *globálne indikátory priestorovej asociácie* ako Moranovo I (Moran 1948) alebo Gearyho C (Geary 1954), prípadne niektoré ďalšie nástroje. Druhú skupinu tvoria *lokálne indikátory* ako LISA G_i a G_i^* štatistiky, lokálny Moranov index a pod. (Anselin 1995, Ord a Getis 1995). Treťou skupinou sú *geoštatistické nástroje založené na báze variogramov*, ktorým bude venovaný ďalší text.

GEOŠTATISTICKÝ KONCEPT PRIESTOROVEJ ZÁVISLOSTI

Geoštatistika priniesla do oblasti prírodných vied množstvo jedinečných nástrojov. K najvýznamnejším patria nástroje na analýzu priestorovej variability (závislosti, autokorelácie) rozličných prírodných a sociálno-ekonomických systémov a nástroje pre odhad (predikciu) hodnôt na nezmapovaných pozíciách na základe informácií o určitom počte známych výberových údajov.

Geoštatistický pojem priestorovej závislosti vyjadruje správanie sa uvažovaného javu spôsobom, kde pri hodnotení vzťahu medzi dvoma tzv. regionalizovanými premennými (podľa Matherona [1971] ako regionalizované premenné [RP] označujeme premenné, ktoré majú jednoznačne definovanú svoju polohu v priestore) separovanými vektorom h , získame hodnotu autokorelácie vyššiu ako pri veľkosti vektora $h \cdot n$, kde n vyjadruje určitý celočíselný násobok veľkosti vektora h . Premenná h označuje tzv. separačný vektor, ktorý nadobúda hodnoty vzdialenosti od 0 po m a hodnoty smeru od 0° po 360° . Hodnota premennej m závisí od rozsahu spracovávanej priestorovej domény. Inými slovami, pri hodnotení autokorelačného vzťahu medzi hodnotou regionalizovanej premennej (RP) z_i na polohe (x_i) s hodnotou RP z_i na polohe (x_i+h) , s narastaním veľkosti vektora h klesá autokorelácia a stúpa rozptyl hodnôt (obr. 1). Spôsob, akým sa autokorelácia medzi sériou RP s narastaním vektora h vyvíja, charakterizuje úroveň spojitosti, resp. priestorovej variability a všeobecne štruktúru analyzovaného systému. Tento typ analýzy sa označuje ako priestorová štruktúrna analýza. Graficky sú uvedené vzťahy vyjadrené pomocou grafu (*h-scatterplot*), v ktorom sú na os x vynášané hodnoty RP na pozíciách x_i a na os y hodnoty bodov na pozíciách x_i+h .



Obr. 1. Graf znázorňujúci pokles úrovne autokorelácie s narastaním veľkosti vektora h , so súčasným narastaním rozptylu hodnôt

Analyticky je úroveň autokorelácie vyjadrovaná veličinou *moment of inertia*, kovarianciou alebo korelačným koeficientom (Isaaks a Srivastava 1989, Rossi et al. 1992, Wackernagel 1998). Vzťah pre výpočet hodnoty *moment of inertia* je formulovaný nasledovne:

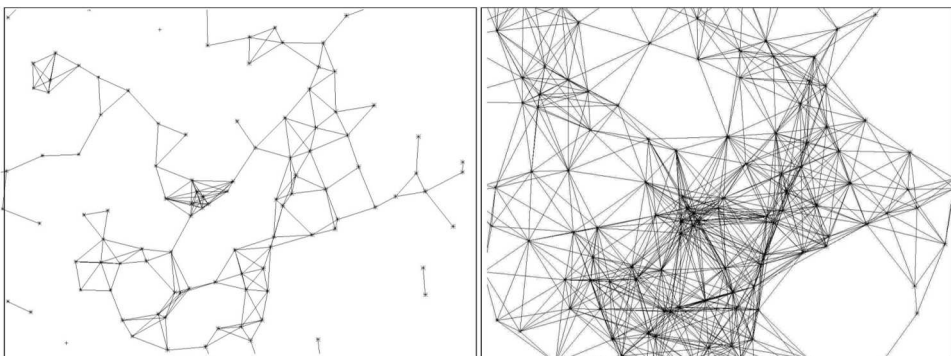
$$\text{moment of inertia} = \frac{1}{2n} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2$$

kde n je počet párov RP a $z(x_i)$ a $z(x_i+h)$ sú jednotlivé RP separované vektorom h . Grafické vyjadrenie spôsobu tvorby uvedených párov hodnôt pre dve veľkosti vektora h je uvedené na obr. 2. Druhým nástrojom na hodnotenie úrovne priestorovej závislosti je kovariancia, ktorá umožňuje efektívne kvantifiko-

vať informácie z grafov na obr. 1. Vzťah pre výpočet hodnoty kovariancie RP (x_i) a $z(x_i+h)$ je:

$$C_{XY} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m_x)(y_i - m_y)$$

kde x_i vyjadruje hodnoty RP na pozícií $z(x_i)$, hodnoty y_i hodnoty RP na pozícií $z(x_i+h)$, m_x a m_y vyjadrujú príslušné priemerné hodnoty. V prípade, že hodnota kovariancie je vyjadrená v jednotkách súčinu smerodajných odchýlok obidvoch premenných, je autokorelácia vyjadrená formou korelačného koeficienta.



Obr. 2. Tvorba párov hodnôt použitých na výpočet príslušnej hodnoty *moment of inertia*, kovariancie alebo korelačného koeficientu pri dvoch veľkostiach vektora h

EMPIRICKÉ ŠTRUKTÚRNE FUNKCIE

Vyjadrením hodnoty *moment of inertia* ako funkcie vektora h je definovaný variogram, resp. semivariogram, v prípade kovariancie kovariogram a v prípade korelačného koeficientu korelogram. Týmto spôsobom konštruovaná štruktúrna funkcia sa označuje ako empirická. (Semi)variogram má tvar:

$$2\gamma(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i) - z(x_i + h)]^2$$

kde N je počet párov RP, $z(x_i)$ a $z(x_i+h)$ sú RP separované príslušným vektorom h .

Jednoduchou úpravou vzťahu pre výpočet kovariancie je definovaný kovariogram, ktorý vyjadruje hodnotu kovariancie medzi N pámi RP ako funkciu vektora h

$$C(h) = \frac{1}{N(h)} \sum_{i,j} v_i v_j - m_{-h} m_{+h}$$

Korelogram je skonštruovaný obdobným spôsobom, ale úroveň autokorelácie je vyjadrená v jednotkách súčinu smerodajných odchýlok obidvoch premenných, čiže:

$$\rho(h) = \frac{C(h)}{\sigma_{-h}\sigma_{+h}}$$

Premenné v_i a v_j označujú hodnoty príslušných RP a m_{-h} a m_{+h} vyjadrujú priemerné hodnoty série RP separovaných daným vektorom v smere $-h$, resp. $+h$ od určitej RP. Z praktického hľadiska je možné uvedené štruktúrne funkcie skonštruované v smere vektora $+h$ a $-h$ považovať za identické (Wackernagel 1998). Toto však neplatí v prípade tzv. *cross-covariance*, alebo medzikovariancie, čo je štruktúrna funkcia používaná na hodnotenie vzájomného autokorelačného vzťahu dvoch odlišných premenných (napr. výška–teplota). V prípade kovariančnej funkcie konštruovanej z premenných u a v to znamená, že $C_{uv}(h) \neq C_{uv}(-h)$, ale $C_{uv}(h) = C_{vu}(-h)$. V prípade medzi-variogramu je jeho priebeh totožný pre obidva smery vektora h (Isaaks a Srivastava 1989). Detailnejší rozbor tejto problematiky je už mimo rámca príspevku.

Z matematickej podstaty uvedených štruktúrnych funkcií ďalej vyplýva, že priebeh variogramu má stúpajúcu tendenciu, zatiaľ čo hodnoty kovariogramu a korelogramu klesajú. Korelogram nadobúda za všetkých okolností hodnoty 0-1, čo umožňuje jeho širšie využitie pri porovnávacích štúdiách ako napr. hodnôt variancie (semivariancie) a kovariancie, ktoré závisia od charakteru analyzovaného javu.

ROBUSTNÝ VARIOGRAM

Uvedené spôsoby výpočtov štruktúrnych funkcií sa označujú ako odhad variogramu založený na momentoch (Matheron 1971). Tento koncept však môže byť v mnohých prípadoch nevyhovujúci, najmä z dôvodu vysokej citlivosti takto skonštruovaného variogramu na prítomnosť určitého počtu priestorovo nekonzistentných hodnôt (tzv. *outliers*). Ide o hodnoty, ktoré spôsobujú, že už pri malých veľkostiach vektora h sa dosahujú vysoké hodnoty variancie, čo sa výrazne prejaví na priebehu variogramu. Týmto spôsobom jedna alebo dve priestorovo nekonzistentné hodnoty deformujú priebeh celej štruktúrnej funkcie. Huber (1981) uvádza, že empiricky získané údaje môžu zahŕňať až 30 % týchto hodnôt. Z tohto dôvodu Cressie a Hawkins (1980) navrhli metódu tzv. robustného odhadu variogramu, ktorý je menej citlivý voči prítomnosti nekonzistentných údajov. Zápis tohto variogramu je nasledovný:

$$2\gamma(h) = \left[\frac{1}{N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} |z(x_i) - z(x_i + h)|^{\frac{1}{2}} \right]^4 \Bigg/ \left(0,457 + \frac{0,494}{N(h)} \right)$$

Táto forma odhadu však tiež plnohodnotne nevyriešila problém nekonzistentných hodnôt, preto Rousseeuw a Croux (1992) navrhli metódu vysoko robustného odhadu variogramu vo forme

$$Q_{Nh} = 2,2191 \left\{ \left| V_i(h) - V_j(h) \right|; i < j \right\}_k$$

kde konštanta 2,2191 slúži na zachovanie konzistentnosti s Gaussovým rozdelením, pričom k je určené ako

$$k = \left(\frac{[N_h/2] + 1}{2} \right)$$

kde $[N_h/2]$ označuje celočíselnú časť $N_h/2$. Číže pre zoradené absolútne rozdiely $V_i(h)$ a $V_j(h)$ pre $i < j$ je určený ich k -tý kvantil a jeho násobením faktorom 2,2191 je určená hodnota Q_{Nh} . Táto metóda bola ďalej rozpracovaná Gentonom (1996 a 1998).

VARIOGRAM REZIDUÁLOV (*DETRENDED VARIOGRAM*)

Jeden z dôležitých konceptov analýzy priestorovej variability je využitie a interpretácia variogramu reziduálov (podľa Matherona 1971). Využitie variogramu vo všeobecnosti predpokladá tzv. stacionárnosť analyzovaného javu, čo je detailnejšie vysvetlené nižšie. V prípade prítomnosti určitého globálneho trendu, alebo tzv. driftu v údajoch, je tento potrebné identifikovať, extrahovať a variogram konštruovať z reziduálov (čiže rozdielov medzi reálne pozorovanými hodnotami a trendom predstavujúcim vyrovnané hodnoty získané napr. preložením empirických údajov vhodnou funkciou). Trend je najčastejšie analyticky vyjadrený formou polynomickej funkcie určitého rádu, ktorej všeobecný zápis je

$$f(x, y) = \sum_{r+s \leq p} a_{rs} x^r y^s$$

kde p vyjadruje stupeň polynómu (Burrough 1986). Reziduály sú definované ako

$$R(x_i) = \sum_{i=1}^N \left[Z(x_i) - \sum_{r+s \leq p} a_{rs} x^r y^s \right]^2$$

kde $Z(x_i)$ sú zdrojové výberové údaje a $R(x_i)$ reziduály. V praxi sa najčastejšie používajú polynomicke funkcie prvého, druhého alebo tretieho rádu. V prípade, že cieľom je predikcia priestorového modelu daného javu niektorou z metód krigingu, je na záver k modelu reziduálov jednoducho pripočítaný trend. Matheron (1971, pp. 139-141) diskutuje o vhodnosti takéhoto ponímania trendu a navrhuje niektoré ďalšie postupy. Wackernagel (1988, pp. 214-215) uvádza matematický dôkaz o nekorektnosti takto získaného variogramu a uvádza nasledovné tri možnosti ako získať variogram v prípade prítomnosti trendu v údajoch:

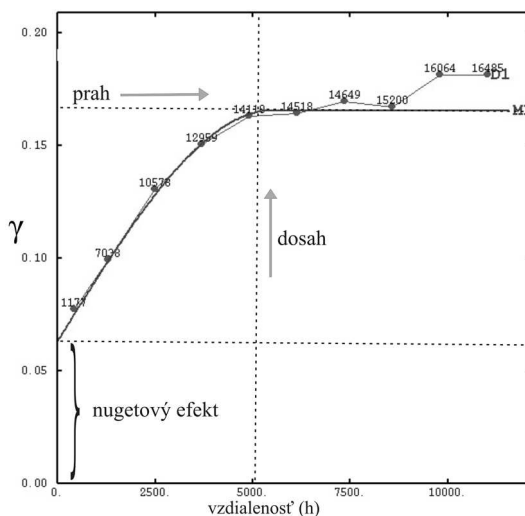
- v prípade, že trend je prítomný len v časti záujmového územia, je možné variogram odvodiť pre stacionárnu oblasť a vzťahnúť ho k celému územiu,
- v prípade, že trend je prítomný len v určitom smere, je možné variogram odvodiť v smere stacionárneho správania a tento použiť ako stredný izotropný

- variogram v celom území (napr. v prípade teploty konštruovať variogram v smere V-Z a nie v smere S-J, kde je možné predpokladať silný trend),
- v prípade prítomnosti mierneho trendu je možné skonštruovať variogram pre menšie vzdialenosti, kde vychýlenie hodnoty variancie v dôsledku prítomnosti trendu bude minimálne.

Problematika trendu v údajoch je mimoriadne široká a zaoberá sa ňou oblasť nestacionárnej geoštatistiky, rozbor ktorej je však mimo rámca tejto práce.

TEORETICKÉ ŠTRUKTÚRNE FUNKCIE

Vizuálna interpretácia správania uvedených empirických štruktúrnych funkcií je pri štúdiu správania geografických javov využiteľná len do určitej miery. Z hľadiska ich ďalšieho využitia, napr. pre analytické potvrdenie anizotropného správania, rozličné metódy geoštatistických odhadov a pod., je potrebné vytvoriť matematicky exaktne definovanú funkciu – tzv. teoretickú štruktúrnu funkciu. Ďalší text je zameraný predovšetkým na rozbor variogramu, uvedené skutočnosti však obdobne platia aj pre kovariogram a korelogram. Teoretický variogram je vytvorený preložením empirického variogramu určitou matematickou funkciou. K realizácii tohto preloženia sa pristupuje viacerými spôsobmi, od manuálneho (tento postup má dodnes veľký význam) až po rozličné metódy najmenších štvorcov či kombinácie týchto postupov. Na úrovni teoretického variogramu je priestorová štruktúra akéhokoľvek javu vyjadriteľná pomocou štyroch parametrov – nugetového efektu, dosahu (*range*) a prahu (*sill*) (obr. 3). Štvrtý parameter je anizotropia, ktorá je rozobraná v ďalšom texte (Clark 1979a, Burrough 1986, Issaks a Srivastava 1989, Zimmerman 1993, Eriksson a Šiška 2000).



Obr. 3. Parametre variogramu

Číslice vyjadrujú počet párov hodnôt použitých na výpočet danej hodnoty variogramu. Tenká svetlejšia línia vyjadruje priebeh empirického variogramu, tmavšia línia vyjadruje teoretickú štruktúrnu funkciu (sférický variogram s nugetovým efektom).

Nugetový efekt

Nugetový efekt je hodnota vyjadrujúca tzv. nespojitosť na začiatku, resp. hodnotu variancie pri veľmi malých hodnotách veľkosti vektora h . Tento pojem pochádza z banského inžinierstva, kde pri porovnaní výsledkov analýzy koncentrácie určitej rudy dvoch vrtoz separovaných minimálnou vzdialenosťou by mala byť hodnota variancie nulová alebo zanedbateľná – ale len v prípade, že jeden z vrtoz neobsahoval napr. zlatý nuget. V tomto prípade bol rozdiel v zrudnení týchto dvoch lokalít významný, čo sa prejavilo v zmene priebehu štruktúrnej funkcie, ktorá pri veľkosti vektora $h=0$ nadobudne hodnotu variancie väčšiu ako nula (obr. 3). Ďalšie z príčin prítomnosti nugetového efektu sú napr. chyby pri získavaní údajov, ktoré zahŕňujú predovšetkým limitovanú presnosť technických zariadení, časovú nestabilitu abiotických podmienok prostredia a jej možný dopad na výsledky merania, nepresnosť v metódach analýzy a spracovania údajov a v neposlednom rade kvalitu vykonanej práce, ktorá závisí od individuálneho potenciálu. V praxi má veľký význam objasnenie genézy nugetového efektu spôsobeného tzv. mikrovariabilitami pod škálou pozorovania. Variabilita medzi $z(x_i)$ a $z(x_i+h)$ je totiž podmienená mnohými faktormi pôsobiacimi v rozličných dimenziách. Z hľadiska štruktúrnej analýzy je tento aspekt zohľadnený na jednej strane charakterom spracovávaného javu, na strane druhej hustotou rozmiestnenia RP použitých pre analýzu jeho štruktúry. Journel a Huijbregts (1978, p. 183) tento fenomén vysvetľujú na príklade štruktúry geologických ložísk, kde je možné rozlíšiť nasledovné dimenzie, v ktorých je pozorovateľná variabilita medzi $z(x_i)$ a $z(x_i+h)$:

- variabilita, resp. rozdiely medzi $z(x)$ a $z(x+h)$ na úrovni jednotlivých RP je spôsobená meraním, chybami výberu a pod. Tento typ variability je pozorovateľný pri veľkosti vektora $h \pm 0$,
- na petrografickej úrovni, kde pracujeme s veľkosťou vektora h rádovo v centimetroch a variabilita je výsledkom prechodu z jedného mineralogického prvku na druhý,
- na úrovni vrstiev alebo mineralizovaných šošoviek, variabilita je spôsobená ich striedaním a veľkosť vektora h sa pohybuje rádovo v stovkách metrov,
- na úrovni rudonosnej oblasti, variabilita je spôsobená rozdelením ložísk, vzťahuje sa na orogenézu oblasti, veľkosť vektora h je na úrovni stoviek kilometrov.

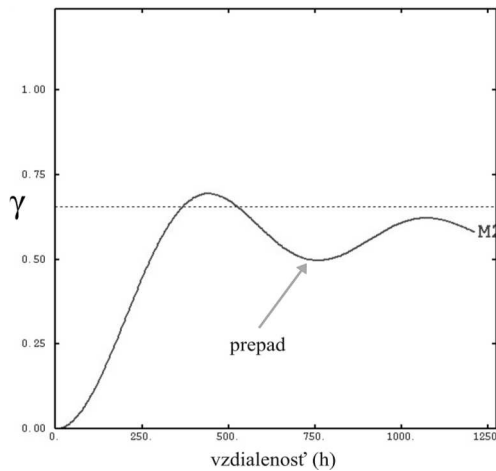
Čiže v prípade výskumu vo vyšších dimenzionálnych úrovniach je potrebné predpokladať vplyv variability nižších dimenzionálnych úrovní ležiacich pod rozlišovacou schopnosťou navrhutej výberovej schémy, ktorá sa prejaví prítomnosťou nugetového efektu.

Extrémnym prípadom nugetového efektu je čistý nugetový efekt, kedy sa štruktúrna funkcia javí výlučne ako diskontinuita na začiatku. Čistý nugetový efekt zodpovedá celkovej neprítomnosti autokorelácie a je typický pre náhodne usporiadané javy, alebo pre systémy, v ktorých absentujú priestorové zákony kontrolujúce distribúciu daného javu v študovanom regióne.

Dosah

Dosah je hodnota vzdialenosti, za ktorou sa štruktúrna funkcia stabilizuje. Za touto vzdialenosťou nie je stredná kvadratická odchýlka medzi dvomi RP na

polohách x_i a x_i+h závislá od vzdialenosti a ďalej RP nie sú korelované. Tento vzťah je pre kovariančnú funkciu vyjadrený ako $C(h) \rightarrow 0$, keď $h \rightarrow \infty$. Pre praktické použitie je obmedzený spôsobom $C(h) \rightarrow 0$, keď $h \geq a$, kde a je hodnota dosahu. Hodnota dosahu môže byť interpretovaná aj ako zóna vplyvu RP, hoci Isobel Clark (1979a) zónu vplyvu vymedzuje odlišným spôsobom. Ďalší význam tohto parametra je pri geoštatistických metódach lokálnych odhadov (interpoláciách), kde sú pre odhad hodnoty neznámeho bodu za významnejšie považované údaje ležiace vo vzdialenosti pod hranicou dosahu. Za špeciálny prípad priebehu variogramu je možné považovať tzv. účinok prepadu (*hole effect*), ktorý sa prejavuje obnovením priestorovej závislosti po tom, ako hodnota dosahu bola už dosiahnutá, čiže rast variogramu nie je monotónny (obr. 4). Tento typ správania sa pozoruje pri periodicky, resp. pseudoperiodicky usporiadaných štruktúrach (pseudoperiodickom slede horizontálne stratifikovaných štruktúr) a je väčšinou prítomný len v určitom smere (obr. 5).



Obr. 4. Model variogramu (kardinálny sínusový variogram) s pozorovateľným účinkom prepadu

Prah

Prah (C) vyjadruje hodnotu variogramu vo vzdialenosti, pri ktorej je dosiahnutý dosah. Ideálnym prípadom je, keď sa pri väčších vzdialenostiach jednotlivé RP stanú priestorovo nezávislé a dosiahnutá hodnota variogramu zostáva viacmenej konštantná. Dôležitou skutočnosťou je, že hodnota prahu je súčasne odhadom výberovej variancie (rozptylu) daného javu. Ak teda vytvoríme výberový súbor regionalizovaných premenných s rozsahom n , tak

$$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = C$$

kde

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$$

Pomer s^2 a C je v geoštatistike dôležitá veličina, jej rozbor je však mimo rámca príspevku. Z hľadiska spôsobu, akým variogramy dosahujú hodnotu prahu, rozlišujeme modely s prahom (sférický, exponenciálny a Gaussov), modely bez prahu (lineárny, logaritmický) a modely s nugetovým efektom, ktorý bol popísaný vyššie. Je určitým špecifikom, že exponenciálny a Gaussov variogram nedosahujú skutočný prah. Ako prah sa v týchto prípadoch označuje vzdialenosť, v ktorej variogram dosiahol 95 % hodnoty dosahu, čomu sa hovorí aj účinný alebo praktický dosah (Zimmerman 1993).

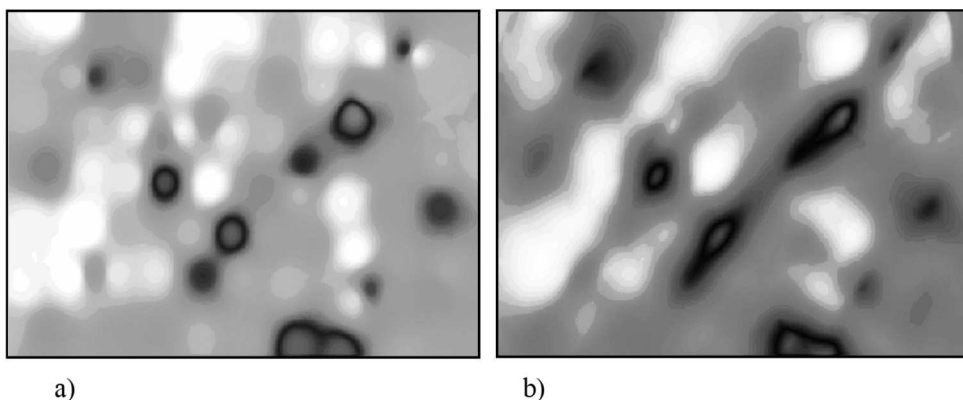
K hodnote prahu variogramu sa viaže dôležitý koncept geoštatistiky – tzv. *regularizácia variogramu*. Doteraz sme predpokladali, že variogram je konštruovaný z bodových výberových údajov, čo je prípad, keď platí $C = s^2$. V prípade, že varianciu určujeme ako priemernú hodnotu za výberový údaj u určitej veľkosti (napr. pôdna sonda s objemom 1000 cm³), táto hodnota bude vždy nižšia ako pri bodových údajoch. Táto skutočnosť sa prejaví v zmene priebehu variogramu, a preto hovoríme o tzv. regularizovanom variograme. Detailne je táto problematika vysvetlená napr. v práci Isobel Clark (1979a).

Anizotropia

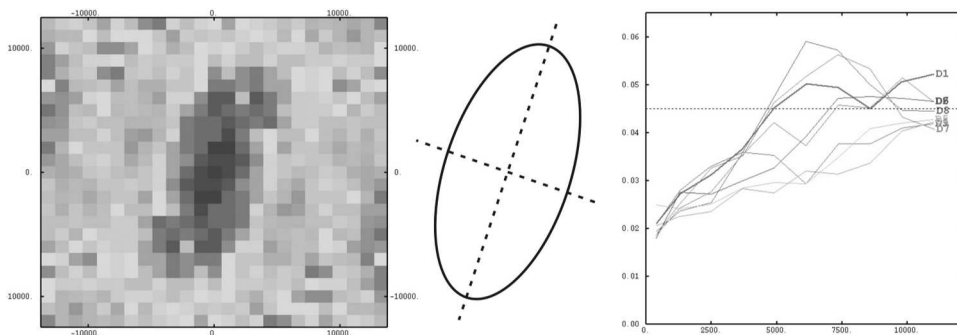
Genéza množstva geografických javov spôsobuje, že úroveň autokorelácie nie je len funkciou veľkosti, ale aj orientácie vektora h . Ak priebeh a správanie sa štruktúrnej funkcie závisí len od veľkosti vektora h , hovoríme, že jav je izotropný, ak sa však priebeh variogramu mení aj v závislosti od geografického smeru vektora h , hovoríme o anizotropii. Z tohto hľadiska sú štruktúrne funkcie konštruované dvoma spôsobmi, a to buď tzv. mnohosmerovým spôsobom (*omnidirectional*), alebo len v určitom smere (*directional*). Mnohosmerový variogram je označovaný aj ako stredný izotropný variogram (Journel a Huijbregts 1978) a je využiteľný najmä na charakterizovanie štruktúry izotropných, alebo takmer izotropne sa správajúcich javov, bez výrazných preferenčných smerov spojitosti alebo nespojitosti. Pre množstvo prírodných systémov je však príznačná prítomnosť určitého stupňa anizotropie, z čoho vyplýva potreba charakterizovania takejto štruktúry väčším počtom štruktúrnych funkcií. Táto situácia sa komplikuje v prípade trojrozmerných javov (stavy atmosféry, geologické podložie, zásobárne podzemnej vody a pod.), kde je potrebné štruktúrne analýzu realizovať osobitne v horizontálnej a vertikálnej rovine. Štandardným postupom pri analýze priestorovej orientácie štruktúrnej funkcie je určenie smerov maximálnej a minimálnej úrovne autokorelácie. Hodnoty dosahov variogramov v týchto smeroch tvoria tzv. anizotropickú elipsu, ktorej pomer osí určuje mieru anizotropie. V prípade izotropného javu sa pomer osí elipsy rovná 1 a hovoríme o izotropickom kruhu.

Autokorelačná závislosť v prírode vyznieva pomalšie pozdĺž dlhšej osi a rýchlejšie pozdĺž kratšej osi anizotropickej elipsy, ktorá ju pretína v pravom uhle (Šiška et al. 1996). Anizotropia teda vyjadruje stupeň autokorelačného vzťahu daného javu a zároveň jeho orientáciu v priestore (Isaaks a Srivastava 1989). Praktický význam hodnotenia úrovne anizotropie je v určení priestorovej orientácie osí spojitosti a nespojitosti a vo využití týchto informácií na detailnejšiu charakteristiku analyzovaného javu, návrh zberu údajov so zakomponovaním týchto informácií alebo pri odhadoch hodnôt neznámych lokalít v rámci

priestorovej domény, pre ktorú sú uvedené štruktúrne funkcie platné. V praxi je vhodné pri hodnotení anizotropie vychádzať z apriórnych informácií o priebehu ďalších javov, ako je smer geologických puklín, prevládajúci smer vetrov, orientácia ložísk nerastných surovín alebo priebehy migračných koridorov živočíchov. Problematika anizotropie je v praxi mnohokrát komplikovaná z dôvodu prítomnosti zložených multidimenzionálnych štruktúr, z ktorých každá môže mať vlastný typ anizotropie.



Obr. 5. Model objemovej aktivity pôdneho radónu, ku ktorému sa pristupovalo ako k izotropne (a) a anizotropne sa správajúcemu (b) (Hlásny et al. 2003, upravené)



Obr. 6. Plošný variogram s viditeľným anizotropickým charakterom analyzovaného javu, poloha anizotropickej elipsy a séria prislúchajúcich smerových variogramov

Ako údaje boli použité Ellenbergove indikačné čísla pre teplotu z práce Turisovej a Hlásneho (2004).

Okrem konštruovania štruktúrnych funkcií, vynesím získaných hodnôt autokorelácie na graf ako funkcie vektora h , je mimoriadne efektívna analýza tzv. plošnej štruktúrnej funkcie (*surface variogram*, *variogram map*). V strede tohto modelu je lokalizovaný bod vyjadrujúci hodnotu variancie pri veľkosti separačného vektora $h=0$, ostatné body vyjadrujú vývoj hodnôt variancie v jednotlivých smeroch s narastajúcou veľkosťou vektora h (obr. 6). Konštruovanie plošného variogramu je významné najmä v začiatkových fázach štruktúrnej

analýzy, kedy je vhodné predbežne vizuálne vyhodnotiť preferenčné smery vývoja priestorovej závislosti.

V zmysle prác Journela a Huijbreghtsa (1978), Isaaksa a Srivastavu (1989) alebo Goovaerts (1997) rozlišujeme dva typy anizotropie, ktorých definícia je významná najmä pri využití štruktúrnych funkcií pri odhadoch údajov na nezmapovaných polohách.

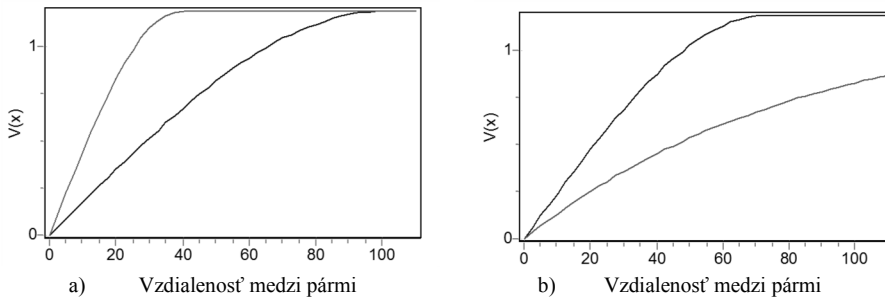
Geometrická anizotropia je špecifický typ, pri ktorom môže byť anizotropia transformovaná na izotropiu lineárnou transformáciou. V tomto prípade dosahujú variogramy konštruované v smere najväčšej spojitosti a v smere najväčšej nespojitosti rovnaký prah a rozličné dosahy. Komplexné algoritmické riešenie tohto problému je mimo rámca príspevku, preto sa zmienime len o základnom princípe. Ak je potrebné priebehy variogramov pre obidva smery stotožniť, čiže transformovať anizotropiu na izotropiu, násobíme hodnoty vektora h_1 pomerom afinity dosahov obidvoch variogramov a_2/a_1 , alebo násobíme veľkosť vektora h_2 pomerom dosahov a_1/a_2 . Nasledovné vzťahy vyjadrujú modely dvoch sférických variogramov s odlišnými hodnotami dosahu (a_1 , a_2) a spôsob transformácie tejto štruktúry na izotropný prípad.

$$\left. \begin{aligned} \gamma(h_2) &= \frac{3}{2a_2} h_2 - \frac{1}{2a_2^2} h_2^3 \\ \gamma(h_1) &= \frac{3}{2a_1} h_1 - \frac{1}{2a_1^2} h_1^3 \end{aligned} \right\} \gamma(h_1) = \frac{3}{2a_1} \left(h_2 \frac{a_2}{a_1} \right) - \frac{1}{2a_1^2} \left(h_1 \frac{a_2}{a_1} \right)^3$$

t. j.

$$\gamma(h_1) = \gamma(h_2)$$

Zonálna anizotropia je druhým prípadom, ktorý môže byť považovaný za extrémny prípad geometrickej anizotropie. V tomto prípade sú prahy aj dosahy štruktúrnych funkcií konštantné a prah sa mení s geografickou orientáciou, čiže geometrická transformácia na izotropný prípad nie je možná (obr. 7b).



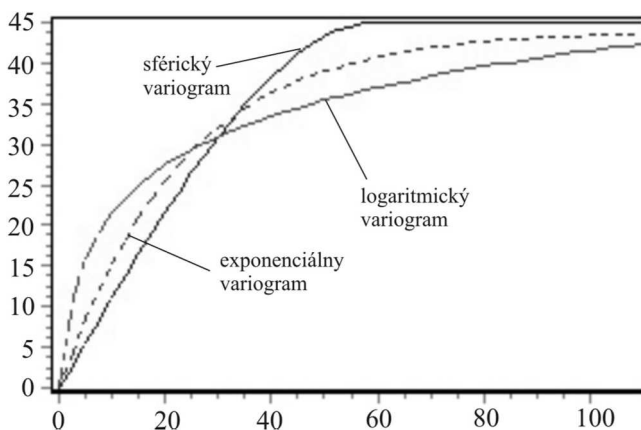
Obr. 7. Variogramy skonštruované v smeroch najvyššej spojitosti a nespojitosti

Prípad na obr. 7a), kde majú variogramy rovnaký prah a rozličné dosahy, označujeme ako geometrickú anizotropiu, prípad na obr. 7b) vyjadruje zonálnu anizotropiu.

Koncept geometrickej a zonálnej anizotropie bol kritizovaný napr. v prácach Erikssona a Šišku (2000) a Zimmermana (1993) ako nepostačujúci pre potreby praxe. Zimmerman (1993) prepracoval tento koncept, pričom zaviedol termíny dosahová, prahová a nugetová anizotropia. Dosahová anizotropia, príp. sklono-
vá anizotropia (u netranzitných javov, ktorých variogramy nedosahujú dosah a namiesto toho je uvažovaný sklon variogramu v jeho začiatku), nahrádzajú termín zonálnej anizotropie. O prahovej a nugetovej anizotropii hovoríme v prípadoch, keď sa tieto parametre menia v závislosti od smeru vektora h . Autor ďalej navrhuje zachovanie výstižného termínu geometrická anizotropia na popis špecifických typov prahovej a dosahovej anizotropie – tzv. geometrickej a negeometrickej prahovej a dosahovej anizotropie. Detailnejší rozbor tejto problematiky je mimo rámca príspevku.

MODELÝ TEORETICKÝCH VARIOGRAMOV

Rozličné typy priestorových fenoménov vyžadujú na analytické vyjadrenie svojej štruktúry rozličné typy štruktúrnych funkcií. Jedno z používaných kritérií delenia teoretických variogramov je na základe ich správania sa na začiatku a v závislosti od prítomnosti alebo neprítomnosti prahu. Na základe správania sa variogramu na jeho začiatku je možné vyčleniť variogram s parabolickým správaním na začiatku, variogram s lineárnym správaním na začiatku, variogram s diskontinuitou na začiatku (s prítomnosťou nugetového efektu) a variogram s čistým nugetovým efektom. Prvý typ správania je typický pre veľmi pravidelnú priestorovú variabilitu, zatiaľ čo model čistého nugetového efektu vyjadruje úplnú neprítomnosť priestorovej závislosti.



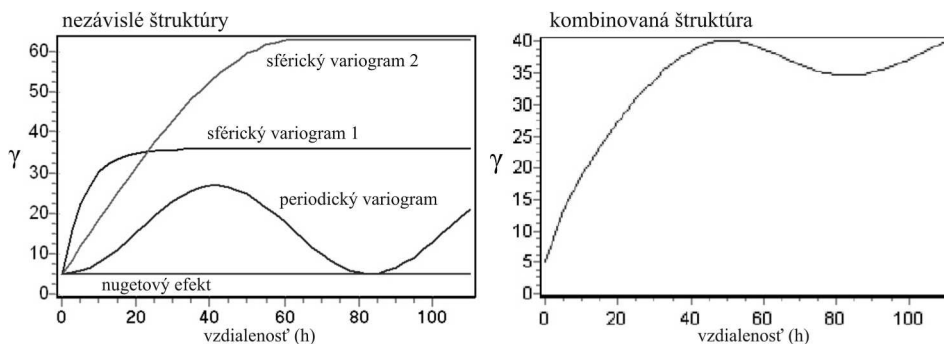
Obr. 8. Sférický, logaritmický a exponenciálny variogram

Za jeden z najlepšie zdokumentovaných typov variogramu je možné považovať logaritmický model. Do obdobia 1964-1966 bol v podstate jediným používaným teoretickým modelom, čo bolo spôsobené hlavne tým, že do tohto obdobia bola štruktúrna analýza realizovaná najmä na ložiskách zlata a uránu, pre ktoré variogramy nemali prah (Journel a Huibreghts, 1978, p. 204). Od tohto obdobia sa geoštatistické nástroje začali využívať na analýzu a modelovanie

mnohých ďalších geografických javov, z čoho vyplynula potreba využitia ďalších typov štruktúrnych funkcií. K modelom s prahom zaraďujeme sférický model, exponenciálny model a lineárny model, ktoré majú zároveň lineárne správanie na začiatku, a Gaussov a Besselov model, ktoré majú parabolické správanie na začiatku. K modelom bez prahu zaraďujeme logaritmický model, lineárny model, mocninový model a de Wijsianov model. Okrem nich sa stretávame napr. s *Cauchyho* variogramom, *J* a *K-Besselovým* variogramom, kubickým, stabilným alebo kardinálnym sínusovým variogramom, ktorých rozbor je mimo rámca príspevku.

KOMBINOVANÉ ŠTRUKTÚRY

Rozmanitosť prírodných systémov a ich špecifické správanie vyžadujú využitie komplexnejších štruktúrnych funkcií, ako sú uvedené tzv. autorizované variogramy. Kombináciou vyššie uvedených modelov je možné konštruovať veľké množstvo teoretických modelov variogramu, kovariogramu alebo korelogramu. Pri tejto operácii vychádzame z vlastností štruktúrnych funkcií, na základe ktorých je každá lineárna kombinácia autorizovaných variogramov alebo kovariancií s pozitívnymi koeficientmi variogramom, alebo kovarianciou (Isaaks a Srivastava 1989, Matheron 1971, Wackernagel 1998). Príklad tejto kombinácie je uvedený na obr. 9.



Obr. 9. Kombinovaná štruktúra s výrazným účinkom prepadu a nugetovým efektom vytvorená kombináciou štyroch nezávislých štruktúr

ŠTANDARDNÁ HYPOTÉZA A HYPOTÉZA STACIONÁRNOSTI MOMENTOV DRUHÉHO RÁDU

Využitie uvedených štruktúrnych funkcií ako geoštatistických nástrojov na analýzu priestorovej závislosti, resp. všeobecnej štruktúry analyzovaného systému vyžaduje prijatie určitých pravidiel – tzv. štandardnej (*intrinsic*) hypotézy a hypotézy stacionárnosti momentov druhého rádu. Hypotéza o stacionárnosti momentov druhého rádu vychádza zo základov teórie regionalizovaných premenných, v zmysle ktorej sú jednotlivé regionalizované premenné považované za čiastkové realizácie náhodnej funkcie $Z(x)$ v rámci priestorovej domény D . Olea (1999, pp. 39-40) hovorí, že stacionárnosť druhého rádu existuje, ak sú v celej priestorovej doméne D očakávaná hodnota (priemer) a priestorová kovariancia náhodnej funkcie konštantné, čiže

$$E[Z(x)] = m$$

$$E[(Z(x) - m)(Z(x+h) - m)] = E[Z(x)Z(x+h) - m^2] = \text{Cov}(x, x+h) = \text{Cov}(h)$$

kde E vyjadruje očakávanú hodnotu náhodnej funkcie, m je skalárna konštanta (priemerná hodnota), h separačný vektor a Cov je kovariancia náhodnej funkcie.

Vzhľadom na to, že táto hypotéza vyžaduje pri posune tzv. invariantnú kovarianciu (myslí sa posun párov RP v Euklidovskom priestore) a existenciu variancie náhodnej funkcie, zjednodušuje sa formou štandardnej hypotézy, ktorá hovorí, že funkcia variogramu je závislá len od veľkosti vektora h a nie od jeho pozície x v D . V praxi to znamená, že variabilita medzi $z(x)$ a $z(x+h)$ v určitej oblasti je konštantná a nezávislá od x , čiže

$$E[Z(x)] = m$$

$$\text{Var}[Z(x) - Z(x+h)] = 2\gamma(h)$$

Olea (1999) okrem uvedenej stacionárnosti hovorí aj o kvázi-stacionárnosti, v prípade ktorej uvedené hypotézy neplatia v rámci celej priestorovej domény D , ale v jej podmnožinách d , čiže

$$E[Z(x)] = m$$

$$E[(Z(x) - m)(Z(x+h) - m)] = \text{Cov}(h)$$

pre všetky $x, x+h \in d$.

Pre každý jav, pre ktorý platí hypotéza stacionárnosti momentov druhého rádu, platí taktiež štandardná hypotéza, nie však naopak. Goovaerts (1997) a ďalší označujú štandardnú hypotézu ako voľnejší variant stacionárnej hypotézy momentov druhého rádu. V prípade, že tieto hypotézy nie je možné prijať pre celú priestorovú doménu, je potrebné systém rozdeliť na menšie časti, v ktorých sú tieto hypotézy prijateľné, prípadne využiť nástroje nestacionárnej geoštatistiky.

ZÁVER

Pochopenie správania sa priestorových systémov a kvantifikácia ich štruktúrnych parametrov, v kombinácii s využitím nástrojov pre digitálne spracovanie údajov, otvára nové možnosti pri rozličných typoch analýz a modelovania prírodných a sociálno-ekonomických systémov. Od prvých aplikácií v banskom inžinierstve našli geoštatistické nástroje štruktúrnej analýzy široké uplatnenie v prírodných vedách ako biológia, ekológia, geografia, či v oblasti lesníctva alebo ekonómie. Integrácia nástrojov štruktúrnej analýzy patrí medzi dobrou vyžiadané zmeny v tradičných metódach, umožňujúce vyčerpávajúcejší a exaktnější opis a analýzu priestorovej štruktúry rozličných geografických javov. Interpretácia výsledkov štruktúrnej analýzy a vysvetlenie príčinného aspektu hodnôt jednotlivých parametrov štruktúrnej funkcie v kombinácii s tradičným geografickým prístupom prináša zatiaľ mnohokrát nedocenený efekt.

V príspevku sme zhrnuli základy metód hodnotenia a interpretácie priestorovej závislosti s aplikáciami v geografickom výskume. K tejto štruktúre viedla skutočnosť, že geoštatistika je nová a moderná veda, vyžadujúca prekoncipovanie komplexných metód a postupov do zreteľnejších a širšie akceptovanejších termínov. Ako je uvedené na začiatku príspevku, vo svete sa metódy štruktúrnej analýzy široko využívajú v množstve vedných odborov, geografiu nevynímajúc, v našich podmienkach sú však teoretické aj aplikačné práce z tejto oblasti vzácnosťou. Cieľom príspevku je snaha umožniť prezentovaným metódam vstúpiť do širšieho povedomia slovenskej vedeckej obce.

LITERATÚRA

- ANSELIN, L. (1995). Local indicators of spatial association – LISA. *Geographical Analysis*, 27, 93-115.
- ARMSTRONG, M. (1989). Review of the applications of geostatistics in the coal industry. In Armstrong, M., ed. *Geostatistics*, 2. Dordrecht (Kluwer), pp. 995-1005.
- BURROUGH, P. A. (1986). *Principles of geographical information systems for land resources assessment*. Oxford (Clarendon Press).
- CLARK, I. (1979a). *Practical Geostatistics*. London (Elsevier).
- CLARK, I. (1979b). The semivariogram: part 1. *Engineering Mining Journal*, 180 (7), 90-94.
- CLARK, I. (1979c). The semivariogram: part 2. *Engineering Mining Journal*, 180 (8), 92-97.
- CLIFF, A. D., ORD, J. K. (1973). *Spatial autocorrelation*. London (Pion).
- CLIFF, A. D., ORD, J. K. (1981). *Spatial processes: models and applications*. London (Pion).
- CRESSIE, N. A. C. (1993). *Statistics for spatial data*. New York (Wiley).
- CRESSIE, N. A. C., HAWKINS, D. M. (1980). Robust estimation of the variogram. *Mathematical Geology*, 12, 115-125.
- CURRAN, P. J., ATKINSON, P. M. (1998). Geostatistics and remote sensing. *Progress in Physical Geography*, 22, 61-78.
- DAVID, M. (1977). *Geostatistical ore reserve estimation*. Amsterdam (Elsevier).
- ERRISKON, M., ŠIŠKA, P. (2000). Understanding anisotropy computations. *Mathematical Geology*, 32, 683-700.
- GEARY, R. C. (1954). The contiguity ratio and statistical mapping. *The Incorporated Statistician*, 5, 115-145.
- GENTON, M. G. (1996). *Robustness in variogram estimation and fitting in geostatistics*. Ph.D. Thesis, Department of Mathematics, Swiss Federal Institute of Technology, Zurich.
- GENTON, M. G., (1998). Highly robust variogram estimation. *Mathematical Geology*, 30, 213-221.
- GOODCHILD, M. F., LONGLEY, P. A. (1999). The future of GIS and spatial analysis. In Longley, P. A., Goodchild, M. F., Maguire, D. J., Rhind, D. W., eds. *Geographical information systems: principles, techniques, applications and management*. New York (Wiley), pp. 567-580.
- GOODCHILD, M. F. (2000). The current status of GIS and spatial analysis. *Journal of Geographical Systems*, 2, 5-10.
- GOODCHILD, M. F., HAINING, R. P., (2004). GIS and spatial data analysis: converging perspectives. *Papers in Regional Science*, 83, 363-385.
- GOOVAERTS, P. (1994a). Comparative performance of indicator algorithms for modelling conditional probability distribution functions. *Mathematical Geology*, 26, 389-411.

- GOOVAERTS, P. (1994b). On a controversial method for modelling a coregionalization. *Mathematical Geology*, 26, 197-204.
- GOOVAERTS, P. (1994c). Study of spatial relationships between two sets of variables using multivariate geostatistics. *Geoderma*, 62, 93-107.
- GOOVAERTS, P. (1996). Stochastic simulation of categorical variables using a classification algorithm and simulated annealing. *Mathematical Geology*, 28, 909-921.
- GOOVAERTS, P. (1997). *Geostatistics for natural resources evaluation*. New York (Oxford University Press).
- GOOVAERTS, P. (1998a). Ordinary cokriging revisited. *Mathematical Geology*, 30, 21-42.
- GOOVAERTS, P. (1998b). Accounting for estimation optimality criteria in simulated annealing. *Mathematical Geology*, 30, 511-533.
- GOOVAERTS, P. (1999a). Combining minimum error variance and spatial variability in the mapping of environmental variables. In Mowrer, H. T., Czaplewski, R. L., Hamre, R. H., eds. *Spatial accuracy assessment in natural resources and environmental sciences*. Michigan (Ann Arbor Press), pp. 299-306.
- GOOVAERTS, P. (1999b). Geostatistical tools for deriving block-averaged values of environmental attributes. *Journal of Geographical Information Sciences*, 5, 88-96.
- GOOVAERTS, P. (1999c). Geostatistics in soil science: state-of-the-art and perspectives. *Geoderma*, 89, 1-45.
- GOOVAERTS, P. (2000a). Estimation or simulation of soil properties? An optimization problem with conflicting criteria. *Geoderma*, 91, 165-186.
- GOOVAERTS, P. (2000b). Geostatistical approaches for incorporating elevation into the spatial interpolation of rainfall. *Journal of Hydrology*, 228, 113-129.
- GOOVAERTS, P., JACQUEZ, G. M. (2005). Detection of temporal changes in the spatial distribution of cancer rates using LISA statistics and geostatistically simulated spatial neutral models. *Journal of Geographical Systems* (in print).
- GOOVAERTS, P., JACQUEZ, G. M., D. GREILING (2005). Exploring scale-dependent correlations between cancer mortality rates using factorial kriging and population-weighted semivariograms. *Geographical Analysis*, 37, 152-182.
- HALVORSON, J. J., SMITH, J. L., BOLTON, H., ROSSI, R. E. (1995). Evaluating shrub-associated spatial patterns of soil properties in a shrub shrubsteppe ecosystem using multiple-variable geostatistics. *Soil Science Society American Journal*, 59, 1476-1487.
- HLÁSNY, T., MATUŠKA, J., ĎUREC, F., KRÁTKA, E., ŠKRABÁLEK, P. (2003). Radón v podvrchových vrstvách a jeho modelovanie v GIS, In Růžička, J., ed. *GIS Ostrava 2003*. Ostrava (Vysoká škola báňská, Institut geoinformatiky), CD-ROM.
- HLÁSNY, T. (2004). Probabilistic approaches to ecological modelling. *Ekológia* (Bratislava), 23 (in print).
- HOULDING, S. W. (2000). *Practical geostatistics: modeling and spatial analyses*. Berlin (Springer).
- HUBER, P. J. (1981). *Robust statistics*. New York (Wiley).
- CHRISTAKOS, G. (2000). *Modern spatiotemporal geostatistics*. Oxford (Oxford University Press).
- ISAACS, H. E., SRIVASTAVA, R. M. (1989). *Introduction to applied geostatistics*. Oxford (Oxford University Press).
- JOURNEL, A. G., HUIJBREGTS, CH. J. (1978). *Mining geostatistics*. London (Academic Press).
- KITANIDIS, P. K. (1997). *Introduction to geostatistics, applications in hydrogeology*. New York (Cambridge University Press).
- KRIGE, D. G. (1951). A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand. *Journal of the Chemistry, Metallurgy and Mining Society*, 52 (6), 119-39.

- LEGENDRE, P., LEGENDRE, L. (1998). *Numerical ecology*. London (Elsevier).
- MATHERON, G. (1963) Principles of geostatistics. *Economic Geology*, 58, 1246-1266.
- MATHERON, G. (1971). *The theory of regionalized variables and its application*. Fontainebleau (Les Cahiers du Centre de Morphologie Mathématique de Fontainebleau).
- MCBRATNEY, A. B., WEBSTER, R. (1986). Choosing functions for semivariograms of soil properties and fitting them to sampling estimates. *Journal of Soil Science*, 37, 617-639.
- MELISKOVA, J. (2000). Integration of geography and statistics. *Statistical Journal of the UN Economic Commission for Europe*, 17 (2), 189-193.
- MORAN, P. A .P. (1948). The interpretation of statistical maps. *Journal of the Royal Statistical Society, B*, 10, 243-251.
- MYERS, D. E. (1992). *Spatial-temporal geostatistical modelling in hydrology*. Geostatistical methods: recent developments and applications in surface and subsurface hydrology, IHP-IV. Paris (UNESCO).
- MYERS, D. E. (1996). Geostatistics applied to groundwater pollution and flow. In Barnett, V., Turkman, K. F., eds. *Problems and tools. Statistics for the environment*, 3. New York (Wiley), pp. 225-239.
- OLEA, R. A. (1999). *Geostatistics for engineers and Earth scientists*. Boston (Kluwer).
- OLIVER, M. A., WEBSTER, R., EDWARDS, K. J., WHITTINGTON, G. (1997). Multivariate, autocorrelation and spectral analyses of a pollen profile from Scotland and evidence for periodicity. *Review of Paleobotany and Palynology*, 96, 121-144.
- ORD, J. K., GETIS, A. (1995). Local spatial autocorrelation statistics: distributional issues and an application. *Geographical Analysis*, 27, 286-306.
- ROSSI, E. R., MULLA, D. L., JOURNEL, A. G., FRANZ, E. H. (1992). Geostatistical tools for modelling and interpreting ecological spatial dependence. *Ecological Monographs*, 62, 277-314.
- ROUHANI, S., MYERS, D. E. (1990). Problems in space-time kriging of hydrogeological data. *Mathematical Geology*, 22, 611-623.
- ROUSSEEUW, P. J., CROUX, C. (1992). Explicit scale estimators with high breakdown point, L_1 . *Statistical Analysis*, 77-92.
- SCHEER, L., (2001). Využitie geoštatistiky pri zisťovaní stavu lesných ekosystémov. *Vedecké štúdie*, 6/A. Zvolen (Technická univerzita vo Zvolene).
- SICHEL, H. S. (1952). New methods in the statistical evaluation of mine sampling. *London Institute of Mining Metallurgy Transactions*, 61 261-288.
- SICHEL, H. S. (1966). The estimation of means and associated confidence limits for small samples from lognormal populations. In *Symposium on mathematical statistics computer applications in ore valuation*. Johannesburg (South African Institute of Mining Metallurgy), pp. 106-123.
- SMITH, L. J, HALVORSON, J. J., PAPENDICK, I. R. (1993). Using multiple variable indicator kriging for evaluating soil quality. *Soil Science Society of America Journal*, 57, 743-749.
- SOKAL, R. R. (1979). Ecological parameters inferred from spatial correlograms. In Patil, G. P., Rosenzweig, M. L., eds. *Contemporary quantitative ecology and related ecometrics*. Fairland (International Cooperative Publishing House), pp. 167-196.
- SOKAL, R. R., ODEN, J. S. F. (1978). Spatial autocorrelation in biology, 1: methodology. *Biological Journal of the Linnean Society*, 10, 199-228.
- SOKAL, R. R., ODEN, J. S. F. (1991). Spatial autocorrelation analysis as an inferential tool in population genetics. *American Nature*, 138, 518-521.
- ŠIŠKA, P., MAGGIO, R., CASTIAUX, N. (1996). Determining spatial anisotropy using geographic information system. *Geografický časopis*, 48, 63-71.
- ŠIŠKA, P., ERIKSSON, M., MAGGIO, C. R., (1997). Ordinary kriging and the construction of a digital elevation model. *Geografický časopis*, 49, 91-113.
- ŠIŠKA, P., BRYANT, V. M., JONES, J. G. (2001). The spatial analysis of modern pollen rain in Big Bend National Park. *Palynology*, 25, 199-216.

- TOBLER, W. (1979). Cellular geography. In Gale S., Olsson, G., eds. *Philosophy in geography*. Dordrecht (Reidel), pp. 379-386.
- TURISOVÁ, E., HLÁSNY, T. (2004). Fytogeografický okres Zvolenská kotlina z hľadiska priestorovej distribúcie Ellenbergových indikačných čísel pre teplotu. *Bulletin slovenskej botanickej spoločnosti, Supplement*, 9, 199-203.
- WEBSTER R., OLIVER M. A. (1990). *Statistical methods in soil and land resource survey*. Oxford (Oxford University Press).
- WEBSTER R., OLIVER M. A., (1992). Sample adequately to estimate variograms of soil properties. *Journal of Soil Science*, 43, 177-192.
- WACKERNAGEL, H., (1998). *Multivariate geostatistics*. Berlin (Springer).
- ZIMMERMAN, D. L. (1993). Another look at anisotropy in geostatistics. *Mathematical Geology*, 25, 453-469.
- ZIMMERMAN, D., PAVLIK, C., RUGGLES, A., ARMSTRONG, M. P. (1999). An experimental comparison of ordinary and universal kriging and inverse distance weighting. *Mathematical Geology*, 31, 375-390.
- ZIMMERMAN, D. A., DE MARSILY, G., GOTWAY, C. A., MARIETTA, M. G., AXNESS, C. L., BEAUHEIM, R. L., BRAS, R. L., CARRERA, J., DAGAN, G., DAVIES, P. B., GALLEGOS, D. P., GALLI, A., GOMEZ-HERNANDEZ, J., GORELICK, S. M., GRINDROD, P., GUTJAHR, A. L., KITANIDIS, P. K., LAVENUE, A. M., MCLAUGHLIN, D., NEUMAN, S. P., RAMARAO, B. S., RAVENNE, C., RUBIN, Y. (1998). A comparison of seven geostatistically based inverse approaches to estimate transmissivities for modelling advective transport by groundwater flow. *Water Resources Research*, 34, 1373-1413.

Tomáš Hlásny

THE GEOSTATISTICAL CONCEPT OF SPATIAL DEPENDENCE FOR GEOGRAPHICAL APPLICATIONS

Spatial dependence is a phenomenon typical of many geographical systems. Its exact quantification provides a unique view of the systems under investigation. There are several groups of analytical tools to be used and those originating in geostatistics – the variogram, covariogram and corelogram have a specific position among them. Each of these tools is characterized by four parameters – nugget effect, range, sill and anisotropy, which provide specific information on the analysed system's spatial variability, its genesis, or relations to other spatial systems structure. This information is also an inseparable component of geostatistical predictions, that is the estimation of the values at unrecorded locations on the bases of sample data set. Introduced variogram parameters explain the features such as possible discontinuities at small distances, delimit the ranges of significant spatial dependence between sample data, respective point data zones of influence, and geographical orientation of these parameters in the space. Their particular interpretation supposes physical knowledge of the phenomenon considered, as well as the mathematical and statistical background of these procedures. An important concept emerging in all the fields of spatial science is the dimension of research. This strictly affects all the introduced structure functions parameters – the spatial variability of lower dimensions is transferred to higher dimension, which can be read out from variogram structure. In these ways various spatial systems structure can be effectively analysed and comprehensive set of geostatistical predictions using this information might be used.

Translated by the author