GEOGRAFICKÝ ČASOPIS

51 1999 3

*Jozef Minár**

MORFOMETRICKÁ ANALÝZA POLÍ A JEJ VYUŽITIE V GEOEKOLÓGII

J. Minár: Morphometric analysis of the fields and its utilization in geoecology. Geografický časopis, 51, 3, 1999, 34 refs.

The paper presents the hierarchic definition principle of unlimited amount of morphometric field parameters. The morphometric system of J. Krcho and M. Jenčo has been completed by the definition of more new morphometric parameters interpretationally interesting. These enable more effective utilization of georelief (its elementary landforms) as extrapolation factor in geoecological mapping. We define the geoecological gradient for use of exact definition of elementary geoecological unit as measure of maximum summary local geoecological heterogeneity (homogeneity).

Key words: structural analysis of field, geoecological gradient, geoecology, factor analysis, elementary landforms

ÚVOD

Profesor RNDr. Jozef Krcho, DrSc. je jedným zo zakladateľov modernej morfometrickej analýzy, založenej na geometrickom aspekte fyzikálnej teórie poľa, ktorej význam sa v súčasnosti v súvislosti s rozvojom geoinformatiky a prenikaním týchto metód do stále nových oblastí neustále rozširuje. Je zároveň čelným predstaviteľom modernej, kvantitatívne orientovanej slovenskej geografie a kartografie. Je pre mňa šťastím, že ako žiak profesora Krcha, som mohol nadviazať na jeho prácu, pričom

* Katedra fyzickej geografie a geoekológie PrírF UK, Mlynská dolina 1, 842 15 Bratislava

som sa pokúsil o aplikáciu a rozvinutie ním definovanej morfometrickej analýzy polí (pozri najmä Krcho 1964a, 1964b, 1965, 1967, 1973, 1983, 1990, 1992, Krcho a kol. 1999) v geomorfologickom a následne geoekologickom mapovaní (Minár 1992, 1995, 1997, 1998a, 1998b, 1998c).

Geoekológia je relatívne veľmi mladá, mimoriadne perspektívna a rýchlo sa rozvíjajúca vedná disciplína, snažiaca sa o syntetické pochopenie prírodnej krajiny. Priekopníkom takéhoto syntetizujúceho smeru vo fyzickej geografii na Slovensku je môj druhý učiteľ Doc. RNDr. Ľudovít Mičian, DrSc. (pozri napr. Mičian 1965, 1984, 1986, 1995, 1996, 1999, Mičian a Plesník 1981, Mičian a Zatkalík 1990). Jeho chápanie a definícia geoekológie (Mičian 1995, 1996, 1999) a viaceré z najvýznamnejších geoekologických a krajinnoekologických prác, z ktorých vychádzajú aj úvahy Ľ. Mičiana (napr. Billwitz 1985, Mosiman, 1984, Leser 1991, Richling a Solon 1996, Beručašvili a Žučkova 1997), sa stali základom mojich pokusov o exaktizáciu tvorby základných geoekologických máp. Obom svojim učiteľom, ktorí zásadným spôsobom ovplyvnili môj profesionálny rast a orientáciu, chcem venovať pri príležitosti ich životného jubilea tento príspevok.

MORFOMETRICKÁ ANALÝZA POLÍ

Fyzikálna koncepcia poľa nachádza už od polovice dvadsiateho storočia veľmi plodné aplikácie i v geografii a príbuzných disciplínach (napr. Devdariani 1950, 1967, Armand 1975, Krcho 1964a, 1967, 1973, 1990, 1992, Evans 1972, Sysujev 1986, Filosofov 1988). Ako obzvlášť plodná sa ukázala najmä aplikácia teórie dvojdimenzionálnych polí pri modelovaní georeliéfu. Vychádzajúc z prác Šalamona (1961, 1963) definoval pre pole nadmorských výšok Krcho (1965a, 1965b, 1973) a nezávisle od neho Evans (1972) *moderný systém morfometrickej analýzy.*

Význam tohoto systému spočíva najmä v týchto prednostiach:

1) Definície morfometrických parametrov vychádzajú z dôsledného matematického popisu prostredníctvom diferenciálnych rovníc, čo dalo systému mimoriadny potenciál pre implementáciu do moderných geoinformačných systémov. S využitím rôznych interpolačných funkcií (pozri napr. Mičietová a Minárová 1988, Mitáš a Mitášová 1988) tak možno veľmi efektívne počítať a zobrazovať všetky definované morfometrické parametre.
2) Definícia jednotlivých morfometrických parametrov rešpektuje štruktúru najdôležitejšieho silového poľa na povrchu Zeme - gravitácie, čím získavajú definované parametre jednoznačnú fyzikálnu interpretáciu.
3) Systém je univerzálny v tom zmysle, že je možná jeho aplikácia i na ďalšie polia, ktoré nemusia byť významovo bezprostredne spojené s gravitačným poľom (abstraktné nefyzikálne polia). Formálna analýza štruktúry takýchto polí ostáva pritom zachovaná, mení sa iba interpretácia ich morfometrických parametrov.

Krchov systém morfometrickej analýzy vychádza z definície poľa nadmorských výšok ako funkcie polohy jednotlivých bodov:

$$z = f(x, y)\,, \tag{1}$$

kde z je hodnota nadmorskej výšky, x, y sú kartografické súradnice bodu v kartografickej súradnicovej sústave [0, X, Y]. Hodnota z však môže reprezentovať aj inú

veličinu iného skalárneho poľa (napríklad priemerný ročný úhrn zrážok, množstvo vyprodukovanej biomasy a pod.), čím nadobúda rovnica (1) širší význam.

Krcho (1973, 1990, 1992) označil parciálne derivácie funkcie (1) symbolmi:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = z_x\,,\ \frac{\partial z}{\partial y} = z_y\,,\ \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = z_{xx}\,,\ \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = z_{yy}\,,\ \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = z_{xy}\,,$$

$$\frac{\partial^3 z}{\partial x^3} = z_{xxx}\,,\ \frac{\partial^3 z}{\partial y^3} = z_{yyy}\,,\ \frac{\partial^3 z}{\partial x^2 \partial y} = z_{xxy}\,,\ \frac{\partial^3 z}{\partial y^2 \partial x} = z_{yyz}\,. \tag{2}$$

a následne definoval základné sekundárne (z nadmorskej výšky odvodené) morfometrické parametre nasledovne:

Sklon georeliéfu v smere spádovej krivky (normály k izočiare poľa) γ_N :

$$\gamma_N = \operatorname{arc}tg\sqrt{z_x^2 + z_y^2}\,, \tag{3}$$

a *gradient poľa nadmorských výšok* (georeliéfu):

$$|grad z| = tg\gamma_N = \sqrt{z_x^2 + z_y^2}\,, \tag{4}$$

ktoré určujú rozdelenie gravitačnej sily pôsobiacej na svahu.

Orientácu georeliéfu voči svetovým stranám (smer gradientu poľa) A_N:

$$A_N = \operatorname{arc}tg\frac{z_y}{z_x}\,, \tag{5}$$

ktorá určuje smer toku látky a energie po georeliéfe.

Krivosť spádnice v smere normály k zemskému povrchu (krivosť normálového rezu v danom bode georeliéfu) $(K_N)_n = \omega$:

$$(K_N)_n = \omega = -\frac{z_{xx}z_x^2 + 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_y^2}{(z_x^2 + z_y^2)\,.\,\sqrt{(1 + z_x^2 + z_y^2)^3}}\,, \tag{6}$$

ktorá je mierou prírastku (úbytku) gravitačnej sily pôsobiacej v smere spádnice.

Normálovú krivosť georeliéfu v smere dotyčnice ku vrstevnici $(K_N)t$:

$$(K_N)_t = -\frac{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}{(z_x^2 + z_y^2)\,.\,\sqrt{(1 + z_x^2 + z_y^2)}}\,, \tag{7}$$

a z hľadiska interpretačnej hodnoty veľmi podobnú, avšak názornejšiu *horizontálnu krivosť georeliéfu* alebo *krivosť izočiar poľa* (vrstevníc) K_r:

$$K_r = \frac{(K_N)_t}{\sin\gamma_N} = -\frac{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}{\sqrt{(z_x^2 + z_y^2)^3}}, \tag{8}$$

ktoré určujú mieru divergencie alebo konvergencie gravitačne podmienených tokov.

Krchova koncepcia morfometrickej analýzy je zaujímavo modifikovaná a rozšírená v práci Jenču (1992), v ktorej sú odvodené vyššie uvedené morfometrické parametre prostredníctvom postupných smerových derivácií rovnice (1) v smere *n* -normály k vrstevnici, (teda v smere dotyčnice ku spádnici), orientovanej v smere toku látky a energie (teda opačným smerom ako je smer gradientu fyzikálneho poľa) a v smere *t* - tangenty (dotyčnice) k vrstevnici. V ďalšom budeme smer *n* označovať ako *smer normály* a smer *t* ako *smer tangenty*. Jenčo (1992) tiež takto rozširuje množinu definovaných morfometrických parametrov o parametre zmeny orientácie v smere normály a bočnej zmeny sklonu v smere tangenty v tvare:

$$\frac{\partial A_N}{\partial n} = \frac{z_xz_y(z_{xx} - z_{yy}) + z_{xy}(z_y^2 - z_x^2)}{\sqrt{(z_x^2 + z_x^2)^3}}, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \gamma_N}{\partial t} = \frac{z_xz_y(z_{xx} - z_{yy}) + z_{xy}(z_y^2 - z_x^2)}{(z_x^2 + z_y^2)(1 + z_x^2 + z_y^2)}, \tag{10}$$

ako i o ďalšie parametre definujúce zmeny parametrov (6), (8), (9) a (10) v smere normály i v smere tangenty k izočiare. Jenčo (1992) tak naznačil postup formálnej definície v podstate neobmedzeného množstva morfometrických parametrov, definovaných zmenami (deriváciami) poľa nadmorských výšok v smere normály a v smere tangenty k izočiare.

Na základe uvedeného môžeme definovať univerzálnu *hierarchiu morfometrických parametrov*, ktorá má podstatný význam z hľadiska logiky ich odvodenia, pochopenia ich významu, interpetácie, a teda i využitia. Ak *primárny parameter poľa* - v prípade georeliéfu nadmorskú výšku (Z) označíme ako *parameter nultého rádu*, budú z jeho zmeny (prvej derivácie) v istom (ľubovoľnom) smere odvodené parametre (napr. sklon a orientácia poľa) *parametrami prvého rádu*, parametre reprezentujúce zmenu zmeny (druhú deriváciu) primárneho parametra (napr. krivosti poľa) budú *parametrami druhého rádu* a obdobne môžeme definovať *parametre tretieho, štvrtého až n-tého rádu*. Ak istý parameter bezprostredne vyjadruje zmenu parametra vyššieho rádu, nazveme tento parameter vyššieho rádu *materským parametrom* príslušného parametra nižšieho rádu (nadmorská výška je materským parametrom sklonu, sklon je materským parametrom normálovej krivosti spádnic atď.). Ak úplnú množinu sekundárnych parametrov dvojdimenzionálneho poľa označíme *MS*, potom môžeme túto množinu vyjadriť v tvare:

$$M_S = \{\{dZ_i\}, \{dZ_{i,j)}\}, \{dZ_{i,j,k)}\}, ...\}, \tag{11}$$

kde $\{dZi\}$ je množina všetkých parametrov prvého rádu definovaných zmenou primárneho parametra poľa (nadmorskej výšky v prípade georeliéfu) v ľubovoľnom smere i, $\{dZ_{i,j}\}$ je analogická množina parametrov druhého rádu definovaných v smere i a j (pričom i a j sa môže ale nemusí rovnať), $\{dZ_{i,j,k}\}$ je analogická množina parametrov tretieho rádu atď.

Množina (11) obsahuje neobmedzené množstvo morfometrických parametrov. Účelnosť formálneho odvodenia rovníc ľubovoľného parametra z množiny (11) je limitovaná jedine našou schopnosťou jeho vhodnej interpretácie. Geomorfologické a geoekologické aplikácie sa tak môžu stať rozhodujúcim kritériom pre výber relevantných morfometrických parametrov. Dostatočný popis dvojdimenzionálneho skalárneho poľa spravidla zabezpečia morfometrické parametre odvodené v dvoch navzájom kolmých smeroch. Ako interpretačne najvhodnejšie sa všeobecne prijímajú smery normály a tangenty k izočiare. V súčasnosti sú interpretačne využívané len parametre vyšších rádov - najčastejšie do druhého rádu. Existuje však i potenciál pre využitie niektorých parametrov nižších rádov (najmä tretieho), obmedzovaný len problémovosťou ich presného výpočtu z interpolačných funkcií.

Gradient poľa je charakteristika rozhodujúca pre dynamickú interpretáciu ľubovoľného poľa. O priestorovej diferenciácii procesov indukovaných poľom rozhodujú priestorové zmeny veľkosti a smeru gradientu poľa. Gradient poľa je zároveň mierou lokálnej heterogenity primárneho parametra poľa (s veľkosťou gradientu klesá homogenita územia z hľadiska danej primárnej charakteristiky), čo je podstatné pre členenie - regionalizáciu poľa. Morfometrické parametre (3) až (10) sú tak podstatnou časťou interpretačne významných parametrov. Prostredníctvom postupných smerových derivácií funkcie (1) v smere normály a v smere tangenty k izočiare poľa však môžeme definovať i ďalšie interpretačne zaujímavé morfometrické parametre druhého a tretieho rádu (Minár 1998a):

Normálová krivosť spádnic (6) priamo určuje zmenu veľkosti zložky gravitačnej sily pôsobiacej rovnobežne s povrchom svahu. *Zmena veľkosti gradientu poľa nadmorských výšok v smere normály* (spádnice) potom odráža zmenu pomeru tejto sily dotujúcej gravitačný pohyb materiálu po georeliéfe k normálovej zložke gravitačnej sily, ktorá brzdí pohyb materiálu po svahu. Z hľadiska všeobecnejšej interpretácie poľa môže byť zmena veľkosti gradientu v smere normály (spádnice) ešte univerzálnejším parametrom ako normálová krivosť spádnic, nakoľko uvažovať o rozklade síl môže byť v prípade mnohých polí problematické. Tento parameter, ktorý budeme v ďalšom označovať ako *gradientovú zmenu* ($\mathbf{a}_g$), možno definovať prostredníctvom smerovej derivácie rovnice (4) v smere normály k izočiare poľa (n):

$$a_g = \frac{\partial\,|drad\,z|}{\partial n} = -\frac{z_x^2 z_{xx} + 2 z_x z_y z_{xy} + z_y^2 z_{yy}}{z_x^2 + z_y^2} \quad . \tag{12}$$

Gradientová zmena určuje zmenu rýchlosti poľom ovplyvneného toku látky, energie a informácie. Maximálne hodnoty gradientovej zmeny tiež oddeľujú homogénnejšie a heterogénnejšie časti poľa, čo možno využiť pri jeho členení (regionalizácii).

Horizontálna krivosť určuje lokálnu mieru *sústreďovania - konvergencie* alebo *rozptyľovania - divergencie* gravitačne podmienených povrchových tokov. Miera tejto divergencie či konvergencie bola v práci Minára (1995) vyjadrená zmenou vzdialenosti spádnic (dL) na diferenciálnom úseku spádnice v zobrazovacej rovine (ds) prostredníctvom horizontálnej krivosti K_r. Tento vzťah možno vyjadriť ešte jednoduchšie prostredníctvom *polomeru krivosti vrstevníc R*:

$$-\frac{dL}{ds} = \frac{-L}{\sqrt{R^2 - 0{,}25L^2}}\ , \tag{13}$$

kde L je v zobrazovacej rovine priama vzdialenosť dvoch spádnic. Mieru divergencie alebo konvergencie však možno vyjadriť aj prostredníctvom *dĺžky vrstevnice* (l), vymedzenej sledovanými spádnicami pre ktorú platí:

$$l = \frac{2.R.\pi.\arcsin\frac{L}{2.R}}{180}\ , \tag{14}$$

V prípade, že bočná krivosť spádnic je nulová (spádnice sú v zobrazovacej rovine priamkami), možno *zmenu dĺžky vrstevnice dl/ds vymedzenú dvojicou spádnic*, ktoré zvierajú uhol 2 φ, definovať na základe rovnice dĺžky kruhového odseku:

$$l + \frac{dl}{ds} = \pi\ .\ \frac{2\pi}{180}\ .\ (R + \frac{dR}{ds}) \Rightarrow \frac{dl}{ds} = \pi\ .\ \frac{2\varphi}{180}\ .\ \frac{dR}{ds}\ . \tag{15}$$

Tvar rovníc (14) a (15) indikuje, že pre dynamické geoekologické interpretácie môže byť niekedy zaujímavejšie používať namiesto horizontálnej krivosti K*r polomer krivosti izočiary poľa (vrstevnice) v danom bode R*. Rovnicu tohoto parametra pritom možno jednoducho odvodiť z rovnice (8) na základe vzťahu $R = 1/K_r$ v tvare:

$$R = -\frac{\sqrt{(z_x^2 + z_y^2)^3}}{z_{xx}z_y^2 - 2z_{xy}z_xz_y + z_{yy}z_x^2}\ , \tag{16}$$

Bočná zmena sklonu poľa (zmena sklonu v smere tangenty k izočiare poľa - pozri vzťah (10)) môže dobre odrážať zmeny takých vlastností, od ktorých pole závisí, pričom však tieto vlastnosti nie sú výrazne ovplyvnené hodnotami poľa. Pritom z interpretačného hľadiska ešte zaujímavejšia ako zmena sklonu môže byť zmena absolútnej hodnoty gradientu v smere tangenty. Preto prostredníctvom smerovej derivácie vzťahu (4) zadefinujeme *zmenu veľkosti gradientu v smere tangenty*:

$$\frac{\partial\,|drad\ z|}{\partial t} = \frac{z_{xy}(z_y^2 - z_x^2) + z_xz_y(z_{xx} - z_{yy})}{z_x^2 + z_y^2}\ . \tag{17}$$

Bočné zmeny sú netradičnými parametrami, ktoré sú však interpretačne významné. Napríklad bočná zmena gradientu poľa nadmorských výšok spravidla súvisí buď so zmenou geomorfologickej hodnoty hornín v smere vrstevnice, alebo so znižovaním priestorového dosahu vplyvu významného geomorfologického činiteľa (napr. zarezávaním sa toku do staršieho povrchu sa utvára prechod medzi miernejším primárnym a strmým sekundárnym svahom). Maximá bočnej zmeny gradientu tiež indikujú bočné ohraničenie elementárnych priestorových jednotiek daného poľa.

Zmenu polomeru krivosti izočiary poľa v smere tangenty k izočiare poľa ($\frac{\partial R}{\partial t}$) a

zmenu polomeru krivosti izočiary poľa v smere normály k izočiare $(\frac{\partial R}{\partial n})$ môžeme vyjadriť smerovými deriváciami vzťahu (16):

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{z_y(3KN - BM) - z_x(3KO - CM)}{K^2} \tag{18}$$

$$\frac{\partial R}{\partial n} = \frac{z_x(BM - 3KN) - z_y(3KO - CM)}{K^2} \tag{19}$$

kde $A = z_{xy}^2 - z_{xx}z_{yy}$, $B = 2z_x(z_{xxy}z_y + A) - z_{xxx}z_y^2 - z_{yyx}z_x^2$,

$C = 2z_y(z_{yyx}z_x + A) - z_{xxy}z_y^2 - z_{yyy}z_x^2$, $K = 2z_{xy}z_xz_y - z_{xx}z_y^2 - z_{yy}z_x^2$,

$M = z_x^2 + z_y^2$, $N = z_{xx}z_x + z_{xy}z_y$, $O = z_{yy}z_y + z_{xy}z_x$.

Zmena polomeru krivosti izočiary v smere tangenty odráža zmenu miery divergencie (konvergencie) látkovo-energetických či informačných tokov v smere tangenty k izočiare. Parameter odráža v prípade georeliéfu často rastúcu, respektíve klesajúcu zmenu geomorfologickej hodnoty hornín v smere vrstevnice, alebo klesajúci či stúpajúci vplyv eróznej bázy na formy georeliéfu. Podľa (13) vplýva polomer krivosti izočiar poľa na mieru divergencie a konvergencie tokov nelineárne. Lineárny je však vzťah (15) medzi zmenou dĺžky vrstevnice vymedzenou dvojicou spádnic (ďalšou možnou mierou divergencie či konvergencie) a zmenou polomeru krivosti vrstevnice v smere normály, v špeciálnom prípade v mape lineárnych spádnic. V tomto prípade zmenu polomeru vrstevníc v smere normály môžeme pokladať za priamu mieru divergencie či konvergencie tokov podmienených daným poľom.

Zmenu gradientovej zmeny v smere normály k izočiare poľa $(\frac{\partial \boldsymbol{a_g}}{\partial n})$ môžeme definovať smerovou deriváciou vzťahu (12) v smere normály:

$$\frac{\partial \boldsymbol{a_g}}{\partial n} = \frac{-2(z_x^2z_{xx} + 2z_xz_yz_{xy} + z_y^2z_{yy})(z_x^2z_{xx} + 2z_xz_yz_{xy} + z_y^2z_{yy})}{\sqrt{(z_x^2 + z_y^2)^5}} + (z_x^2 + z_y^2) \cdot \tag{20}$$

$$\cdot \frac{z_x^2(2z_{xx}^2 + z_xz_{xxx} + 2z_{xy}^2) + z_y^2(2z_{xy}^2 + z_yz_{yyy} + 2z_{yy}^2) + z_xz_y(4z_{xx}z_{xy} + 4z_{xy}z_{yy} + 3z_yz_{xyy} + 3z_xz_{xxy})}{\sqrt{(z_x^2 + z_y^2)^5}}$$

Konštantná hodnota gradientovej zmeny poľa nadmorských výšok určuje v istých situáciách stav dynamickej rovnováhy geomorfosystémov, pri ktorom dochádza k rovnomernej akumulácii alebo odnosu materiálu. Spádnicová zmena gradientovej zmeny potom koreluje s mierou zvyšovania alebo znižovania akumulácie či odnosu, ktorá je významná z evolučného ale i funkčného hľadiska geosystému. Zároveň často odráža mieru poklesu vplyvu geomorfologického činiteľa v priestore (zahlbujúceho sa vodného toku, dna závrtu, pokles vplyvu erupčného centra sopky a podobne).

Georeliéf ako špecifické pole nadmorských výšok má v krajine mimoriadne významnú úlohu i ako *bariéra voči tokom látky, energie a informácie*. Mieru interakcie georeliéfu s takýmto ľubovoľným tokom možno definovať prostredníctvom *uhla dopadu, toku na georeliéf* (σ), ktorý môžeme vyjadriť prostredníctvom skalárneho súčinu jednotkového normálového vektora ku georeliéfu:

$$N^{o} = \left(\frac{-z_x}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}} ; \frac{-z_y}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}} ; \frac{1}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}}\right) , \tag{21}$$

a jednotkového smerového vektora daného toku:

$$A^{o} = (A_{(x)} ; A_{(y)} ; A_{(z)}) \tag{22}$$

ako doplnkový uhol k uhlu zovretému vektormi N^{o} a A^{o} vzťahom:

$$\sigma = \arcsin \frac{-z_x A_{(x)} - z_y A_{(y)} + A_{(z)}}{\sqrt{1+z_x^2+z_y^2}} . \tag{23}$$

Tento parameter už nie je čisto morfometrickým, ale interakčným parametrom, ktorý nadobúda rôzne konkrétne podoby v závislosti od uvažovaného toku látky alebo energie. Pre geoekologicky azda najdôležitejšiu interakciu georeliéf - priame slnečné žiarenie sformuloval jeho konkrétnu podobu Krcho (1965, 1967, 1990, 1992) v rámci širšie poňatej interakčnej koncepcie príjmu priameho slnečného žiarenia.

Ak pokladáme v istej oblasti a čase smerový vektor toku za konštantu, je uhol dopadu toku na georeliéf funkciou len vlastností georeliéfu, čo možno názorne vyjadriť tým, že morfometrickú zložku vzťahu (23) vyjadríme prostredníctvom zaužívaných morfometrických parametrov sklonu γ_N a orientácie A_N v tvare:

$$\sigma = \arcsin [(A_{(x)} . \cos A_N . \sin\gamma_N) + (A_{(y)} . \sin A_N . \sin\gamma_N) + (A_{(z)} . \cos\gamma_N)] \tag{24}$$

Zo vzťahu (24) vidno, že uhol dopadu toku (σ) je funkčne zviazaný s veľkosťou orientácie (A_N) a sklonu (γ_N) (respektíve gradientu |grad z|), a teda je syntetickým parametrom týchto zaužívnaných morfometrických parametrov 1. rádu, pričom sám je tiež parametrom 1. rádu (je v (23) definovaný prvými deriváciami funkcie (1)).

Deriváciou vzťahu (23) vyjadríme *zmeny uhlu dopadu* v *smere tangenty k vrstevnici* ($\frac{\partial\sigma}{\partial t}$) a *v smere normály k vrstevnici* ($\frac{\partial\sigma}{\partial n}$) vzťahmi:

$$\frac{\partial\sigma}{\partial n} = \frac{(1+z_x^2+z_y^2)[A_{(x)}(z_y z_{xy} + z_x z_{xx}) + A_{(y)}(z_y z_{yy} + z_x z_{xy})]}{(1+z_x^2+z_y^2)\sqrt{1+z_x^2+z_y^2-(-z_x A_{(x)} - z_y A_{(y)} + A_{(z)})^2} . \sqrt{z_x^2+z_y^2}} -$$

$$- \frac{(z_x A_{(x)} + z_y A_{(y)} - A_{(z)})(z_x z_y 2 z_{xy} + z_y^2 z_{yy} + z_x^2 z_{xy})}{(1+z_x^2+z_y^2)\sqrt{1+z_x^2+z_y^2-(-z_x A_{(x)} - z_y A_{(y)} + A_{(z)})^2} . \sqrt{z_x^2+z_y^2}} \tag{25}$$

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{(1 + z_x^2 + z_y^2)[A_{(x)}(z_x z_{xy} - z_y z_{xx}) + A_{(y)}(z_x z_{yy} + z_y z_{xy})]}{(1 + z_x^2 + z_y^2)\sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2 - (-z_x A_{(x)} - z_y A_{(y)} + A_{(z)})^2} \cdot \sqrt{z_x^2 + z_y^2}} +$$

$$+ \frac{(z_x A_{(x)} + z_y A_{(y)} - A_{(z)})[(z_x z_y (z_{xx} - z_{yy}) + z_{xy}(z_y^2 - z_x^2)]}{(1 + z_x^2 + z_y^2)\sqrt{1 + z_x^2 + z_y^2 - (-z_x A_{(x)} - z_y A_{(y)} + A_{(z)})^2} \cdot \sqrt{z_x^2 + z_y^2}} \quad . \qquad (26)$$

Zmena uhlu dopadu je v danom smere *mierou zmeny pôsobenia uvažovaného toku na georeliéf.* Určuje tak rýchlosť zmeny geoekologických atribútov súvisiacich s daným tokom (napr. zmenu príjmu priameho slnečného žiarenia v danom smere a s ním spojených hydrotermických a biotických charakteristík, zmenu pôsobenia vetra a s tým spojených procesov veternej erózie a akumulácie, rýchlosti výparu, či reakcií vegetácie). So zvyšovaním hodnoty zmeny uhlu dopadu sa tak utvárajú stále výraznejšie tendencie pre vznik geoekologicky prechodných zón.

MORFOMETRICKÁ ANALÝZA POLÍ A GEOEKOLOGICKÉ MAPOVANIE

Už stručná vyššie uvedená interpretácia definovaných morfometrických parametrov poukázala na ich geoekologický význam. Veľmi perspektívne je využitie morfometrickej analýzy dvojdimenzionálneho poľa v geoekologickom mapovaní, pričom možno identifikovať minimálne dva spôsoby takéhoto využitia.

V prvom prípade sa využíva fakt, že *georeliéf má všetky predpoklady pre to, aby jeho elementárne priestorové jednotky mohli z veľkej časti slúžiť ako priestorové ekvivalenty elementárnych geoekologických jednotiek* (bližšie Minár 1997, 1998a, 1998b, Minár a Tremboš 1997). Morfometrická analýza poľa nadmorských výšok je pritom bázou definície jednotlivých formálnych typov *elementárnych foriem georeliéfu* (bližšie v prácach Minár 1992, 1995, 1998a, 1998c). Morfodynamicky, morfogeneticky, a teda i geoekologicky interpretačne najzaujímavejšie sú elementárne formy georeliéfu, definované konštantnou hodnotou nadmorskej výšky, alebo konštantnou hodnotou dvojice odvodených morfometrických parametrov v smere spádnice (normály) a v smere vrstevnice (tangenty), a to najmä parametrov vyjadrených vzťahmi (4), (5), (6) alebo (12), (8) alebo (16), (9), (17), (18), (19) a (20).

Napriek existencii významných priestorových korelácií podstatných vlastností prírodnej krajiny s vlastnosťami georeliéfu je využitie priestorových jednotiek georeliéfu ako priestorových ekvivalentov geoekologických jednotiek spravidla len približným riešením. Naviac vnútorný obsah takto definovaných priestorových geoekologických jednotiek nie je týmto spôsobom jednoznačne definovaný. Rôznorodosť väzieb medzi vlastnosťami georeliéfu a ostatných kľúčových vlastností prírodnej krajiny spôsobuje, že jednotlivým typom elementárnych foriem často nemožno jednoznačne priradiť istú množinu geoekologických vlastností, charakterizujúcu typ geoekologickej jednotky. Priestorová korelácia elementárnych foriem s elementárnymi geoekologickými jednotkami je tak spravidla výraznejšia ako ich obsahová korelácia. Napriek tomu sa elementárne formy georeliéfu využívajú a budú využívať pri tvorbe geoekologických máp, vzhľadom na zvládnuteľnosť takéhoto postupu i na relatívne väčších územiach v reálnom čase.

Minimálne vo vybraných modelových (etalónových) územiach však existuje možnosť exaktnejšieho prístupu k definícii a vyhraničeniu elementárnych geoekologických jednotiek. Morfometrickej analýze možno totiž podrobiť ľubovoľné špeciálne, a teda i geoekologické polia a na základe tejto analýzy striktne definovať rôzne typy elementárnych geoekologických jednotiek. Využitiu morfometrickej analýzy poľa pre takúto regionalizáciu pritom zdanlivo bráni rôznorodosť ťažko porovnateľných atribútov jednotlivých zložiek krajiny, ktoré by mala takáto regionalizácia zohľadňovať. Aplikácia teórie poľa spôsobom obdobným ako pri definícii elementárnych foriem georeliéfu vyžaduje definovanie jedinej geoekologickej metrickej charakteristiky.

Tento problém možno riešiť, keď vychádzame zo zaužívanej definície elementárnych geoekologických jednotiek - *geotopov*. Geotop je tradične chápaný ako areál, v rámci ktorého sú rovnaké (konštantné) podstatné vlastnosti litosféry, pôd, georeliéfu, hydrosféry, atmosféry (topoklímy) a bioty, pričom sa explicitne alebo implicitne predpokladá, že na hraniciach týchto priestorových jednotiek dochádza k výraznej (náhlej) zmene týchto vlastností (napr. Billwitz 1985, Mičian a Zatkalík 1990, Leser 1991, Richling a Solon 1996, Beručašvili a Žučkova 1997). Takáto ideálna geoekologická jednotka by potom mala byť charakterizovaná minimálnymi hodnotami sumárnych zmien všetkých relevantných parametrov krajiny vnútri jednotky a výrazným nárastom tejto sumárnej zmeny na hraniciach. Sumárne zmeny relevantných geoekologických atribútov sa tak stávajú podstatným atribútom využiteľným v geoekologickej regionalizácii a mapovaní. Z tohto faktu vychádza koncepcia *geoekologického gradientu* (Minár 1998a, 1998c), ktorý vyjadruje maximálnu sumárnu zmenu relevantných geoekologických parametrov v danom bode.

Predpokladajme, že v krajine sledujeme n geoekologicky relevantných stavových veličín Z, tvoriacich množinu Z_{FG}, ktorá charakterizuje komplexné prírodné geosystémy:

$$Z_{FG}(P,T) = \{Z_1, Z_2, Z_3, Z_4, Z_5, Z_6, ... Z_n\} \qquad (27)$$

kde P a T vyjadruje, že hodnoty obsiahnuté v množine sú funkciou polohy (P) a času (T) a Z_1 môže byť napríklad hĺbka hladiny podzemnej vody, Z_2 hĺbka nástupu horizontu Gox,red, Z_3 percentuálny obsah skeletu v ornici, Z_4 sklon georeliéfu, Z_5 priemerná veľkosť (zrnitosť) materiálu v horizonte A_1, Z_6 geometrická forma v smere spádnice atď. Každý z týchto parametrov môže byť meraný v inej metrickej škále, niektoré atribúty môžeme mať vyjadrené len poradovými hodnotami (napríklad zrnitosť pôdy - od ílu po piesočnatú pôdu). Nie je možné jednoduchým sčítaním hodnôt týchto atribútov (z ktorých každý sám o sebe možno na zemskom povrchu považovať za samostatné skalárne pole) definovať sumárne geoekologické pole. Pomocou normalizácie údajov môžeme síce relatívne zjednotiť rôznorodé škály (ak napr. použijeme vzťah $z_{i(norm)} = z_i / z_{i\,max}$, hodnoty každej z normalizovaných stavových veličín sa budú pohybovať v intervale <0,1>), avšak ani sčítaním takýchto hodnôt nezískame pole potrebných vlastností. Ak by sme mali napríklad len dvojprvkovú množinu sledovaných parametrov $\{Z_1, Z_2\}$, kde Z_1 je nadmorská výška a Z_2 je hĺbka hladiny podzemnej vody, mohli by sme získať na sklonenom svahu ich sumou konštantné hodnoty geoekologického poľa, nakoľko v smere, v ktorom stúpa nadmorská výška, spravidla klesá hĺbka hladiny podzemnej vody a naopak. Gradient takéhoto sumárneho poľa by mal nulové hodnoty. Geoekologický charakter geosystému daný týmito

dvoma parametrami sa však jednoznačne na svahu mení - so zmenou nadmorskej výšky sa menia klimatické parametre a na ne, ako i na meniacu sa hĺbku hladiny podzemnej vody môžu reagovať zmenami pôdy a vegetácie. Geoekologická homogenita je narušaná bez ohľadu na to, či má zmena jednotlivých parametrov v danom smere kladné alebo záporné znamienko. Definujeme preto *celkovú geoekelogickú zmenu v smere q* $(Z_G)_q$ ako váženú sumu absolútnych hodnôt zmien jednotlivých parametrov v danom smere:

$$(Z_G)_q = \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \left| \frac{\partial Z_i}{\partial q} \right| , \tag{28}$$

kde v_i je váha parametra Z_i, pričom *veľkosťou geoekologického gradientu* G_G bude maximálna hodnota celkovej geoekologickej zmeny:

$$G_G = (Z_G)_{q\,\max} \tag{29}$$

pričom smer *q max* bude zároveň smerom - *orientáciou geoekologického gradientu*. Geoekologickú zmenu a následne geoekologický gradient možno vyjadriť aj prostredníctvom parciálnych gradientov jednotlivých kľúčových geoekologických charakteristík. Ak označíme parciálny gradient charakteristiky:

$$\text{grad}\, Z_i = \frac{\partial Z_i}{\partial n} = \sqrt{\left(\frac{\partial Z_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z_i}{\partial y}\right)^2} \tag{30}$$

a smer tohoto gradientu $(A_N)_i$:

$$(A_N)_i = \text{arc}tg \frac{\dfrac{\partial Z_i}{\partial y}}{\dfrac{\partial Z_i}{\partial x}} , \tag{31}$$

ďalej uhol υ_i, ktorý zviera smer gradientu parametra Z_i so smerom q v danom bode:

$$\upsilon_i = (A_N)_i - q , \tag{32}$$

potom možno celkovú geoekologickú zmenu v smere q definovať vzťahom:

$$(Z_G)_q = \sum_{i=1}^{n} v_i \cdot \left| \sqrt{\left(\frac{\partial Z_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial Z_i}{\partial y}\right)^2} \right| \cdot |\cos \upsilon_i| . \tag{33}$$

Váhu parametrov v_i môžeme rozložiť na dve zložky:

$$v_i = {}^s v_i \cdot {}^v v_i , \tag{34}$$

kde ${}^s v_i$ je štrukturálna váha parametra Z_i daná veľkosťou korelácie medzi parametrom

Z_i a ostatnými uvažovanými parametrami (ak je závislosť Z_i od ostatných parametrov minimálna, dosahuje štrukturálna váha parametra Z_i maximálne hodnoty a naopak - so stúpajúcou koreláciou klesá váha daného parametra, nakoľko je jeho vplyv obsiahnutý v hodnotách ostatných parametrov) a ${}^{v}v_i$ je významová váha parametra Z_i, ktorú definujeme ako mieru ovplyvnenia centrálnej účelovej vlastnosti geosystému parametrom Z_i. Všeobecne možno najčastejšie za centrálnu účelovú vlastnosť geosystému považovať utváranie vhodných podmienok pre existenciu organizmov (váha vyjadruje napr. vplyv zmeny parametra na zmenu potenciálnej produkcie biomasy), významová váha však môže vyjadrovať i mieru vplyvu parametra Z_i na priestorovú diferenciáciu pôsobenia imisií, vplyvu na zmenu stanovištných podmienok jednotlivých druhov a podobne.

Existuje veľké množstvo vzájomne viac alebo menej zviazaných parametrov prírodnej krajiny, ktoré možno použiť pri výpočte geoekologického gradientu. Ich rôznu štrukturálnu váhu eliminujeme pomocou faktorovej analýzy, prostredníctvom ktorej redukujeme n-rozmerný neortogonálny priestor, definovaný množinou všetkých uvažovaných parametrov krajiny (27) na m-rozmerný ortogonálny priestor ($m \leq n$), čím sa transformuje definičná množina geoekologickej jednotky (27) na množinu:

$$Z_{FG}(P,T) = \{F_1, F_2, F_3, \ldots F_m\} \tag{35}$$

kde F_1 až F_m sú vzájomne nezávislé faktory, obsahujúce v sebe rôznou mierou parametre množiny (27).

Rovnica (28) sa následne transformuje do tvaru:

$$(Z_G)_q = \sum_{i=1}^{m} {}^{v}v_i \, . \left| \frac{\partial F_i}{\partial q} \right| \tag{36}$$

a rovnica (33) sa transformuje do tvaru:

$$(Z_G)_q = \sum_{i=1}^{n} {}^{v}v_i \, . \left| \sqrt{\left(\frac{\partial F_i}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F_i}{\partial y}\right)^2} \right| . \left| \cos \upsilon_i \right| . \tag{37}$$

Rovnica (29) v náväznosti na rovnicu (36), respektíve v náväznosti na rovnicu (37), definuje gradientové pole (pole geoekologického gradientu), ktoré možno rozčleniť na elementárne areály (elementárne geoekologické jednotky) formálne rovnakými postupmi, akými sa definuje vyhraničovanie elementárnych foriem georeliéfu (bližšie v prácach Minára 1992, 1995, 1998a, 1998c). Rozlíšiť pritom možno nielen *primárne homogénne geoekologické jednotky*, v ktorých je veľkosť geoekologického gradientu minimálna (v ideálnom prípade $G_G \rightarrow 0$), ale i *sekundárne (gradientovo) homogénne geoekologické jednotky* prechodného charakteru, ktoré sa vyznačujú istou rovnorodosťou geoekologickej zmeny (nenulovou konštantnou hodnotou geoekologického gradientu, prípadne nenulovou konštatnou hodnotou zmeny geoekologického gradientu v istom smere a podobne). Najvýraznejšie geoekologické hranice budú prebiehať v miestach maximálneho geoekologického gradientu (respektíve na líniách nespojitosti hodnôt geoekologického gradientu), možno však definovať i ďalšie typy menej výrazných geoekologických hraníc (rôznych typov línií

nespojitosti parametrov odvodených z geoekologického gradientu) na princípe obdobnom ako je ten, ktorý sa používa pri definícii hraníc elementárnych foriem georeliéfu.

ZÁVER

K základným problémom geoekologického mapovania patria problémy vyhraničenia a obsahového naplnenia elementárnych geoekologických areálov. V podrobných mierkach pritom jednoduchá metóda naloženia odvetvových máp prináša vzhľadom na rôznorodú kvalitu podkladov často diskutabilné výsledky. Využívanie extrapolačných vlastností georeliéfu pre vyhraničovanie elementárnych geoekologických jednotiek prináša v tomto kontexte veľmi nádejné výsledky a tento postup je stále častejšie využívaný i prakticky (pozri napr. Mičian a Zatkalík 1990, Hreško 1994, Bailey 1996, Beručašvili a Žučkova 1997, Minár a Tremboš 1997). Kvalita geoekologickej regionalizácie, prioritne využívajúcej elementárne priestorové jednotky georeliéfu, pritom závisí od kvality elementarizácie georeliéfu. Koncepcia elementárnych foriem georeliéfu (Minár 1992, 1995, 1998a, 1998c) sa snaží o exaktnú a maximálne objektivizovanú definíciu elementárnych priestorových jednotiek georeliéfu. Jej východiskom je pritom morfometrická analýza poľa nadmorských výšok v ponímaní Krcha (1973, 1990, 1992) a Jenča (1992) rozšírená o analýzu ďalších morfometrických parametrov, definovaných vzťahmi (12), (20), (21), (22), (23), (24), (27), (29), (30). Podstatný význam týchto parametrov spočíva predovšetkým v ich dobrej geomorfologickej a následne geoekologickej interpretácii.

Využitie morfometrickej analýzy špeciálneho geoekologického poľa v geoekologickej regionalizácii podmieňuje vhodná definícia takéhoto geoekologického poľa, ktoré by v sebe syntetizovalo množstvo geoekologicky relevantných charakteristík. Takýmto poľom môže byť pole geoekologického gradientu, ktorý vyjadruje z hľadiska geoekologickej regionalizácie podstatnú vlastnosť krajiny - maximálnu váženú sumárnu geoekologickú zmenu v okolí daného bodu. Geoekologický gradient má všetky znaky gradientu poľa (je to vektor vyjadrujúci zmenu skúmanej reality v istom smere), nemá však explicitne definovaný materský parameter (vzhľadom k tomu, že tento materský parameter nespĺňa základnú podmienku spojitosti poľa, je jeho definovanie prostredníctvom diferenciálnej geometrie problematické). Z hľadiska interpretácie možno geoekologický gradient interpretovať len obmedzene analogicky ako fyzikálne silové polia. V smere geoekologického gradientu možno očakávať najväčšiu intenzitu pôsobenia geoekologických procesov, ktoré smerujú k zmenšeniu hodnoty geoekologického gradientu. Vzhľadom na mnohorakosť väzieb, ktoré vznik a priebeh takýchto procesov ovplyvňujú, je veľmi problematické vyjadriť tento komplex vzťahov analyticky. Geoekologický gradient však predovšetkým vyjadruje mieru priestorovej heterogenity (homogenity) vybraných (geoekologicky relevantných) informácií a má tak interpretačne bližšie k niektorým štatistickým mieram, ako je entropia (napr. Paulov 1993), alebo miera nepodobnosti - taxonomickej vzdialenosti porovnávaných jednotiek v zmysle regionálnej taxonómie (napr. Bezák 1993). Štatistický charakter tejto veličiny je ešte zvýraznený použitím faktorovej analýzy pri jej definícii, ktorá eliminuje skreslenie výslednej hodnoty geoekologického gradientu vplyvom zákonitej závislosti medzi mnohými geoekologicky relevantnými primárnymi veličinami z množiny (31). Každopádne geoekologická teória dosiaľ postráda prostriedok na exaktné vyjadrenie miery geoekologickej homogenity, respektíve heterogenity a geoekologický gradient takýmto prostriedkom môže byť.

Morfometrická analýza poľa nadmorských výšok i špecifického poľa geoekologického gradientu môže prispieť k exaktizácii geoekologickej regionalizácie a mapovania iba v prípade, ak výpočet morfometrických parametrov poľa nie je zaťažený neúmernou priestorovou chybou. Riešenie tohoto problému, ktorému sa vo svojich posledných prácach venuje J. Krcho (Krcho a kol. 1999), môže podstatným spôsobom pozitívne ovplyvniť aj možnosti implementácie rozoberaných teoretických aspektov morfometrickej analýzy poľa do praxe geoekologického mapovania.

Príspevok vznikol v rámci riešenia vedeckého projektu VEGA č. 1/5262/98.

LITERATÚRA

ARMAND, A. D. (1975). Teorija poľja i problemy vydelenija geosistem. *Voprosy geografii*, 98, 92-106.

BAILEY, R. G. (1996). *Ecosystem geography*. New York (Verlag).

BERUČAŠVILI, N. L., ŽUČKOVA, V. K. (1997). *Metody kompleksnych fiziko-geografičeskich issledovanij*. Moskva (Izdateľstvo Moskovskogo universiteta).

BEZÁK, A. (1993). *Problémy a metódy regionálnej taxonómie*. Geographia Slovaca, 3. Bratislava (Geografický ústav SAV).

BILLWITZ, K. (1985). Zum Gegenstand und zur Zielsttellung der Geokologie in der Physischen Geographie. *Schriften geologischen Wissentchaften.*, 24, 63-68.

DEVDARIANI, A. S. (1950). Kinematika reliefa. *Voprosy geografii*, 21, 55-85.

DEVDARIANI, A. S. (1967). *Matematičeskij analiz v geomorfologii*. Moskva (Nedra).

EVANS, I., S. (1972). General geomorphometry, derivatives of altitude and descriptive statistics. In Chorley, R., J., ed. *Spatial analysis in geomorphology*. London (Methuen), pp. 17-90.

FILOSOFOV, V.P. (1988). Jedinstvo gipsometričeskogo i gravitacionnogo polej. In Simonov, J. G., Timofejev, D. A., Ufimcev, G. F. et al., eds. *Problemy teoretičeskoj geomorfologii*. Moskva (Nauka), pp. 82-90.

HREŠKO, J. (1994). The morphodynamic aspect of high mountain ecosystems research (Western Tatra - Jalovec valley). *Ecology* (Bratislava), 13, 309-322.

JENČO, M.(1992). The morphometric analysis of georelief in terms of a theoretical conception of the complex digital model of georelief. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 33, 133-154.

KRCHO, J. (1964a). K problému zostrojenia máp gradientov spádu, máp izoklín, izalumklín a izalumchróm. *Geografický časopis*, 16, 61-75.

KRCHO, J. (1964b). Morfometrická analýza spádových pomerov Košickej kotliny. *Acta Geographica et Geologica Universitatis Comenianae*, 4, 23-44

KRCHO, J. (1965). Oslnenie reliéfu v ľubovoľnom uhle a čase a jeho znázornenie do mapy pomocou izalumklín. *Geografický časopis*, 17, 19-40.

KRCHO, J. (1967). Zovšeobecnenie rovníc izalumklín na topografickej ploche a v jej skalárnom poli. *Geografický časopis*, 19, 107-129.

KRCHO, J. (1973). Morphometric analysis of relief on the basis of geometric aspect of field theory. *Acta Geographica Universitatis Comenianae, Geographica Physica*, 1, 11-233.

KRCHO, J. (1983). Teoretická koncepcia a interdisciplinárne aplikácie komplexného digitálneho modelu reliéfu pri modelovaní dvojdimenziálnych polí. *Geografický časopis*, 35, 265-291.

KRCHO, J. (1990). *Morfometrická analýza a digitálne modely georeliéfu.* Bratislava (Veda).

KRCHO, J. (1992). Georelief and its cartographic modelling by complex digital model (CDM) from geographical information systems (GIS) point of view. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 33, 3-132.

KRCHO, J. a kol. (1999). *Hodnotenie ekotoxikologických faktorov v SR, ich minimalizácia a modelovanie v environmentálnom geoinformačnom systéme.* Záverečná správa, Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského, Bratislava.

LESER, H. (1991). *Landschaftsökologie Ansatz, Modelle, Methodik, Anvendung.* Stuttgart (Verlag).

MIČIAN, Ľ. (1965). *Vplyv geomorfologických pomerov na charakter pôdneho krytu.* Acta geologica et geographica Universitatis Comeneanae. Bratislava (SPN).

MIČIAN, Ľ. (1984): An attempt at a new definition of landscape ecology (Geoecology). *Ecology (ČSSR)*, 3, 109-121.

MIČIAN, Ľ. (1986). Tendencie k interdisciplinárnej spolupráci pri výskume krajiny. *Geografický časopis,* 38, 253-259.

MIČIAN, Ľ. (1995). Landscape ecology and geoecology - the theoretical-methodological basis for carrying capacity, ecological network and other supports for the environmental management. *Acta Environmentalica Universitatis Comenianae*, 4-5, 105-110.

MIČIAN, Ľ. (1996). Geoekológia a fyzická geografia. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 39, 3-18.

MIČIAN, Ľ. (1999). Tri pohľady na geotopy a na metódy ich mapovania ako základ krajinného plánovania vo veľkých mierkach. In Hrnčiarová, T., Izakovičová, Z., eds. *Krajinnoekologické plánovanie na prahu 3. tisícročia.* Bratislava (Ústav krajinnej ekológie SAV), pp. 50-53.

MIČIAN, Ľ., PLESNÍK, P. (1981). Fyzickogeografická regionalizácia Borskej nížiny. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 19, 249-267.

MIČIAN, Ľ., ZATKALÍK, F. (1990). *Náuka o krajine a starostlivosť o životné prostredie.* Bratislava (Prírodovedecká fakulta UK).

MIČIETOVÁ, E., MINÁROVÁ, O. (1988). Komplexný digitálny model reliéfu a interpolačné metódy. *Geodetický a kartografický obzor*, 34, 165-173.

MINÁR, J. (1992). The principles of the elementary geomorphological regionalization. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica*, 33, 185-198.

MINÁR, J. (1995). Niektoré teoreticko-metodologické problémy geomorfológie vo väzbe na tvorbu komplexných geomorfologických máp. *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica,* 36, 7-125.

MINÁR, J. (1997). Analýza georeliéfu ako podklad geoekologickej regionalizácie. In Michalová, J., ed. *Prírodné prostredie stredného Slovenska - jeho tvorba a ochrana.* Banská Bystrica (Univerzita Mateja Bela), pp. 38-40.

MINÁR, J. (1998a). *Georeliéf a geoekologické mapovanie vo veľkých mierkach.* Habilitačná práca, Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského, Bratislava.

MINÁR, J. (1998b). Definícia mapovacích geoekologických jednotiek. *Acta Facultatis Studiorum Humanitatis et Naturae Universitatis Prešoviensis, Folia Geographica*, 2, 138-142.

MINÁR, J. (1998c). Definícia a význam elementárnych foriem georeliéfu. *Acta Facultatis Studiorum Humanitatis et Naturae Universitatis Prešoviensis, Folia Geographica,* 2, 315-321.

MINÁR, J., TREMBOŠ, P. (1994). Analýza georeliéfu ako podkladu pre komplexný krajinnoekologický výskum (Modelové územie "Rudno"). *Acta Facultatis Rerum Naturalium Universitatis Comenianae, Geographica,* 35, 35-49.

MINÁR, J., TREMBOŠ. P. (1997). Selected aspects of geoecological regionalization at detailed scales. *Acta Universitatis Carolinae, Geographica*, 32, Supplementum, 39-45.

MITÁŠ, L.; MITÁŠOVÁ, H. (1988). General variational approach to the interpolation problem. *Computer Mathematical Applications*, 16, 983-992.

PAULOV, J. (1993). *Entropia v urbánnej a regionálnej analýze: Konceptuálny rámec a základy aplikácie.* Geographia Slovaca, 2. Bratislava (Geografický ústav SAV).

RICHLING, A., SOLON, J. (1996). *Ekologia krajoobrazu.* Warszawa (PWN).

SYSUJEV, V. V. (1986). *Modelirovanie processov v ladšaftno-geochimičeskich sistemach.* Moskva (Nauka).

ŠALAMON, B. (1961). Skalární pole na geometrických mapách vyšetřované na podkladě vlastností jeho interpolační plochy. *Kartografický přehled*, 6, 1-6.

ŠALAMON, B. (1963). Das typische Isoliniengrundfield und seine Anvendung. *Studia geophysica et geodetica*, 7, 313-329.

Jozef Minár

MORPHOMETRIC ANALYSIS OF THE FIELDS AND ITS UTILIZATION IN GEOECOLOGY

The set of secondary morphometric parameters (11), where $\{dZ_i\}$ is the set of all parameters of first order defined by the change (derivation) of primary field parameter in arbitrary direction i, $\{dZ_{i,j}\}$ is analogic set of parameters of second order defined in direction i and j (while i and j may but need not be equal), $\{dZ_{i,j,k}\}$ is analogic set of parameters of third order etc., may be defined for arbitrary continuous scalar field on Earth's surface defined by values of certain primary parameter Z (e.g. altitudes). Particular elements of subsets of the set (11) may be gained by directional derivation of function (1), where z is the value of parameter Z in point with cartographical coordinates x, y.

To concern with formal definition is significant only in case of the secondary morphometric parameters which we can effectively interpret. We account for such besides good interpreting parameters of Krcho (1973): (3), (4), (5), (6), (7), (8), and Jenčo (1992): (9), (10) also the change of field gradient in direction of normal n (12) and in direction of tangent t to field isoline (17), the change of curvature radius of field isoline in direction of tangent to field isoline (18) and in direction of normal to isoline (19), as well as the change of gradient change in direction of normal to field isoline (20). The change of the contour line lenght between the couple of stream lines in direction of stream line (dl/ds) may be considered as measure of divergence of overland flow on the georelief. The relation (15) expresses than direct divergence dependence upon the curvature radius of field isoline in direction of normal to isoline (19). The measure of georelief interaction with arbitrary material and energy flow may be defined by angle of flow incidence on georelief (23) and (24), which may be expressed by scalar product of unit normal vector to georelief (21) and unit direction vector of the flow (22) as complementary angle to angle closed by vectors N^o and A^o. Relations (25) and (26) express changes of angle of incidence in direction of normal and in direction of tangent to field isoline.

Georelief has all preconditions of that its elementary spatial units could serve as spatial equivalents of elementary geoecological units (Minár 1997, 1998a, 1998b, Minár and Tremboš 1997). The morphometric analysis of altitude field presents the basis for definition particular formal types

of elementary landforms (Minár 1992, 1995, 1998a, 1998c). The morphometric georelief analysis may be so intermediarily (indirectly) used in geoecological regionalization.

Also the special geoecological field may be subjected to the morphometric analysis and various types of elementary geoecological units may be defined on basis of the analysis. Such field should express the measure of change (resp. homogeneity) of all geoecologically significant landscape parameters Z_i (27). The general geoecological change of all parameters (27) in given direction q $(Z_G)_q$ is expressed by the relation (28), where v_i is the weight of parameter Z_i. The maximum value of general geoecological change (29) is than the size of geoecological gradient G_G. The equation (33) expresses the general geoecological change as function of partial gradients of particular geoecological key characterizations. If we reduce by factor analysis using the n-dimensional non-orthogonal space defined by the set of all landscape parameters under consideration (27) to the m-dimensional orthogonal space ($m \leq n$) (35), the equation (28) will transform into equation (36) and the equation (33) into equation (37). The elimination of excessive influence of correlatively strong bound primary parameters of the set (27) is provided in equations (36) and (37).

The geoecological gradient field may be formally divided into elementary geoecological units by same procedures as the elementary landform delimitation is defined (Minár 1992, 1995, 1998a, 1998c). It is possible to separate not only the primary homogeneous geoecological units, in which the size of geoecological gradient is minimum ($G_G \rightarrow 0$), but also the secondary (gradient) homogeneous geoecological units of transition character, which are marked by certain homogeneity of geoecological change (by non-zero constant value G_G, non-zero constant value of G_G change in certain direction and the like). The sharpest geoecological boundaries will run in places of maximum geoecological gradient.

Translated by the author