

JOZEF KRCHO

K PROBLÉMU ZOSTROJENIA MÁP GRADIENTOV SPÁDU, MÁP IZOKLÍN, IZALUMKLÍN A IZALUMCHRÓN

L'auteur établit la notion du gradient de la pente sur la courbe de l'inclinaison du relief envisagée géométriquement et physiquement et en déduit l'existence d'isolignes de la pente égale du relief dans le sens de la courbe de l'inclinaison. Ces isolignes sont considérées comme vectorielles — isolignes du gradient de la pente — et en même temps comme scalaires — isoclines. S'appuyant sur toutes ces données l'auteur explique la construction des cartes d'isoclines et des cartes de gradients de la pente. Un bref exposé de leurs propriétés, une critique des cartes de l'angle moyen de l'inclinaison, une comparaison des résultats, ainsi qu'une appréciation et une conclusion sont données dans la dernière partie de l'ouvrage.

Z určitého hľadiska sa dá reliéf vykladať ako výsledný momentálny stav povrchu zemského, spôsobený procesom dvoch základných navzájom na seba pôsobiacich činiteľov, endogénnych a exogénnych síl.

Pre komplexné posúdenie reliéfu sú dôležité i základné kvantitatívne ukazovatele získané morfometrickými postupmi, ktorých priestorový priebeh na reliéfe premietnutý do plochy je zobrazený v morfometrických mapách.

Pri morfometrických meraniach je účelné voliť také postupy, ktorými sa získajú ukazovatele odrážajúce v sebe funkčné zákonitosti modelačných procesov reliéfu. Potom morfometrické ukazovatele budované v súlade s kauzálnymi a funkčnými závislosťami v modelačných procesoch, odrzkadľujúce vo svojej matematickej výstavbe ich fyzikálne zákonitosti, sú dôležitými prvkami kvantitatívne odrzkadľujúcimi reliéf.

Jedným zo základných kvantitatívnych prvkov charakterizujúcich funkčné vzťahy na reliéfe je gradient spádu a jeho zmena pozdĺž spádovej krivky reliéfu ako základne dôležitej krivky pri modelačnom procese v zemskom gravitačnom poli.

Preto hlavná pozornosť v príspevku bude venovaná pojmu gradientu spádu v zmysle B. Š a l a m o n a a spádovej krivky ako matematickej a súčasne fyzikálnej veličine v modelačnom procese reliéfu a z toho vyplývajúcim dôsledkom pre postup geograficko-kartografického znázornenia niektorých kvantitatívnych prvkov reliéfu do mapy.

V konečnom dôsledku budeme sa zaoberať problematikou zostrojovania máp gradientov spádu a máp izoklín.

Pre odvodenie gradientu spádu na spádovej krivke v zmysle B. Š a l a m o n a a pre dôkaz existencie izočiary gradientu spádu bude potrebné z matematického hľadiska zaviesť o vlastnostiach reliéfu niekoľko predpokladov, ktoré však v závere nesmú narušiť konečnú geografickú správnosť.

a) Nech je reliéf v zmysle [26] spojitou plochou povrchu zemského.

b) Za predmet úvahy nech je vzatá len tak veľká časť reliéfu, aby zakrivenie geoidu pre uvažovanú časť reliéfu bolo možné zanedbať, takže z hľadiska geodetického ho bude

možné nahradiť rovinnou plochou X, Y , priestorových rovinných súradníc X, X, Z , do ktorej premietneme reliéf.

c) Nech o uvažovanej časti reliéfu ako dôsledok a) súčasne platí, že plocha daná všeobecnou rovnicou je spojitاً diferencovateľná v oblasti uvažovanej definície.

d) Základňou reliéfu v zmysle [5, 26] nech je horizontálna rovina X, Y priestorovej sústavy X, Y, Z preložená reliéfom v tej jeho najnižšej časti, po ktorú chceme skúmať javy na reliéfe tak, aby súradnica Z pre všetky body uvažovanej časti reliéfu nadobúdala iba kladné hodnoty.

Ak základnú rovinu X, Y priestorových súradníc X, Y, Z vztiahneme na hladinu mora, potom každý bod spojitely plochy povrchu je určený okrem súradníc X, Y i nadmorskou výškou v , ktorá je paralelná s osou Z , teda pre každý bod na reliéfe bude platiť, že $z \equiv v$. Analytické vyjadrenie plochy bude

$$v = F(x, y), \text{ resp. } F(x, y, v) = 0. \quad (1)$$

Keď rovinu X, Y , vztiahneme k základni reliéfu, môžeme nadmorské výšky každého bodu plochy nahradiť relatívnymi výškami

$$z = v - v_0,$$

kde v je nadmorská výška bodu reliéfu, v_0 nadmorská výška bodu roviny X, Y vztiahnutej k základni reliéfu a rovnicu reliéfu ako plochy môžeme napísať v tvare

$$z = F(x, y), \text{ resp. } F(x, y, z) = 0, \quad (2)$$

kde hodnota z sa spojitely mení od najmenších hodnôt základne reliéfu, ktorou nech v zmysle [5, 26] je najnižšia vodorovná čiara, vrstevnica reliéfu, po ktorú chceme javy sledovať až po najvyššie hodnoty pre vrcholy $z' = v' - v_0$.

Ak v rovnici (2) súradnicu z položíme rovnú konštantu C , rovnica plochy nadobudne tvar

$$F(x, y) = C, \text{ resp. } F(x, y, z = C) = 0, \quad (3)$$

čo je všeobecná rovnica sústavy výškových čiar na reliéf, resp. vrstevníc. Každým bodom plochy prechádza po jednej z nich.

Priestorová plocha reliéfu premietnutá do roviny bude skalárnym poľom, v ktorom možno konštruovať izočiaru skalárneho poľa ako pravouhlé priemety vrstevníc do roviny. Budú vyjadrené rovnicou v diferenciálnom všeobecnom tvare

$$\frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0. \quad (4)$$

Mapa z tohto hľadiska ako priemet priestorovej plochy (2) je skalárnym poľom tejto plochy a vrstevnice v nej za predpokladu a) sú vyjadrené rovnicou (4). Opäť platí, že každým bodom v rovine skalárneho poľa prechádza jedna čiara (4).

Sústava kriviek kolmá na sústavu vrstevníc v rovine X, Y (v mape) tvorí sústavu ortogonálnych trajektórií vyjadrených diferenciálnou rovnicou

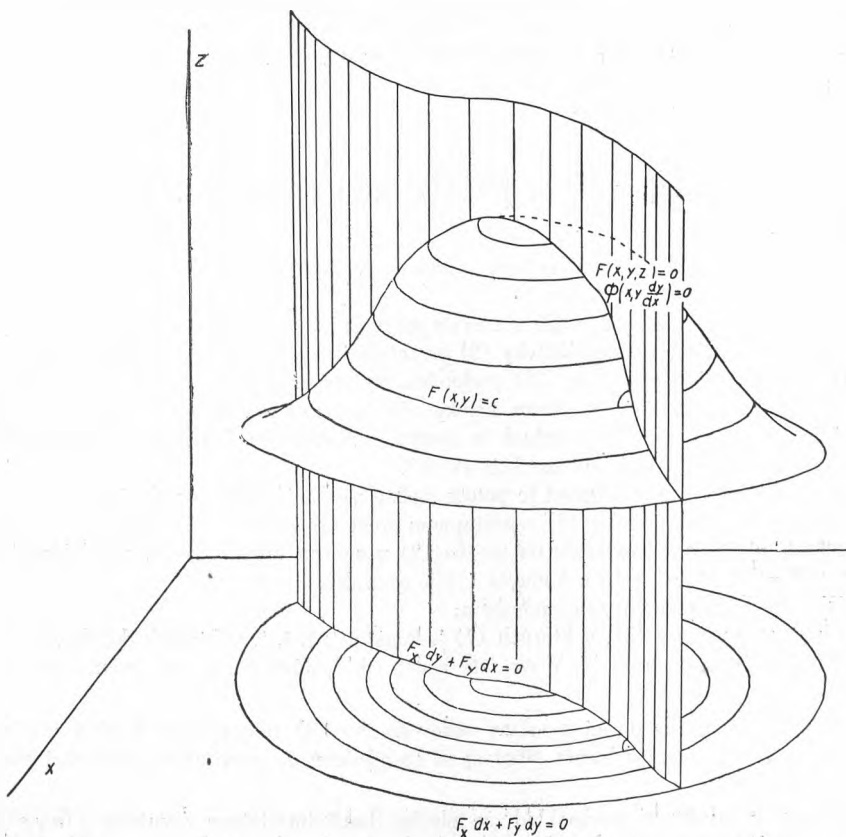
$$\frac{\partial F}{\partial x} dy + \frac{\partial F}{\partial y} dx = 0, (x, y, \frac{dy}{dx}) = 0. \quad (5)$$

Ak sústavou kriviek v rovine o rovnici (5) prekladáme plochy paralelné s osou Z , potom tejto sústave plôch vyhovujú všetky $-\infty \leq z \leq +\infty$ pre body tvoriace sústavu kriviek (5).

Z rovníc (2) a (5) obdržíme sústavu rovníc (6)

$$\left. \begin{aligned} F(x,y,z) &= 0 \\ \left(x,y, \frac{dy}{dx}\right) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

riešením ktorej je ich priesek udávajúci na ploche o rovnici (2) krivku o najväčšom spáde, spádnicu na reliéfe (obr. 1).



Obr. 1.

Potom je možné vysloviť tvrdenie, že sústava ortogonálnych trajektórií v rovine X,Y (v mape) o rovnici (5) je pravouhlým priemetom spádových čiar sústavy rovníc (6) na ploche (2), takže každému bodu v rovine na krivke (5) je jednoznačne priradený i bod na ploche o rovnici (2).

Pre deriváciu funkcie (2) v smere podľa vektorovej premennej ds platí, že

$$\frac{dz}{ds} = \frac{dz}{dn} \cdot \cos\psi,$$

pričom pre $ds \equiv dt$ bude $\frac{dz}{dt} = 0$; pre $ds \equiv dn$ bude $\frac{dz}{dn} = e_{\max, \min}$. ds je diferenciálne

malý vektor v ľubovoľnom smere z nejakého bodu krivky (4), dt je vektor ds v smere dotyčnice t ku krivke (4), dn je diferenciálne malý vektor v smere normály n ku krivke (4), kde normála dn je dotyčnicou ku krivke (5). Jej smer sa mení so zmenou krivky (5). $e_{\max, \min}$ je označenie pre extrémne hodnoty derivácií v smere normály, maximum, minimum.

Keďže však sústava kriviek (5) je priemetom spádových kriviek (6) do roviny, pomer dz podľa dn znamená pomernú zmenu skaláru z pozdĺž horizontálnej vzdialenosti dn na sústave kriviek (5). Je to vektor tzv. gradient spádu plochy (2) a udávajúci intenzitu spádu i jeho zmenu na reliéfe.

Pre spádový gradient platí, že

$$|\text{grad } z| = \frac{dz}{dn} = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}; |\text{grad } z|^2 = F_x^2 + F_y^2. \quad (7)$$

Spád spádovej čiary (6) udáva veľkosť gradientu v bode poľa. Vo vrchole je hodnota $|\text{grad } z| = 0$.

Spádové krivky (6) na reliéfe (2) v zmysle predpokladu a) menia svoju polohu spojito, takže v postupnej zmene v smere krivky (3) prechádzajú spojito krivky (6) jedna v druhú.

Veľkosť spádu spádovej krivky (7) nadobúda po spádovej krivke (6) rôzne hodnoty, pričom zmena jeho hodnoty v smere krivky (6) je spojitá v súhlase s predpokladom a), c) o spojitosti plochy (2) a jednak je spojitá v zmysle predošlej vety v smere horizontálnom po krivke (3) na sústave kriviek (6).

V dôsledku uvedených vlastností je potom možné vysloviť takéto tvrdenie:

Ak je zmena spádovej krivky (6) v postupnom prechode jednej v druhú spojitá v zmysle predošlých dvoch tvrdení, existuje na ploche (2) množina takých bodov prechádzajúcich spojito jeden v druhý, v ktorých hodnota (7) je rovnaká.

Dôkaz možno uskutočniť týmto spôsobom:

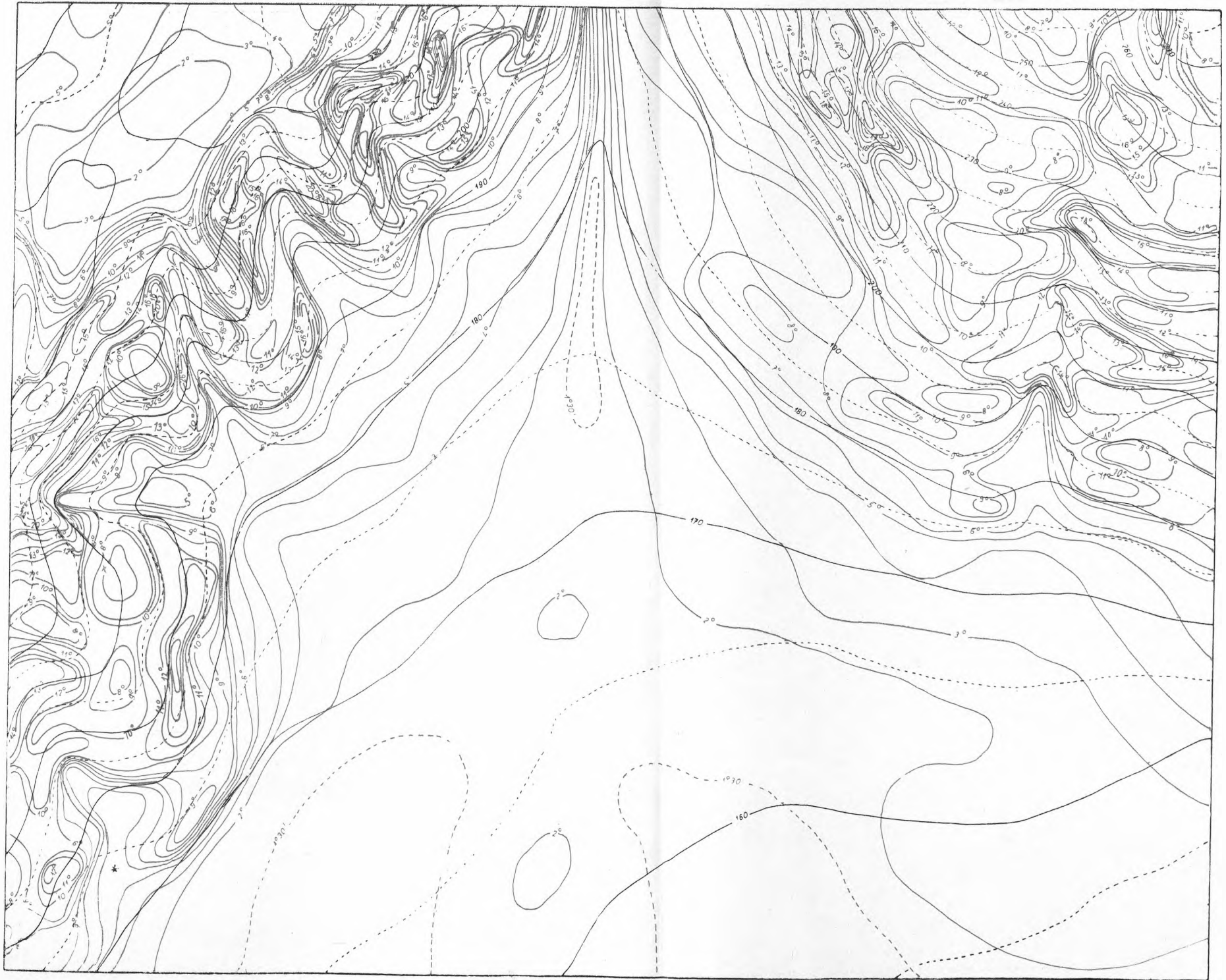
Množina bodov plochy (2), v ktorých (7) je konštantné, t. j. v ktorých dotykové roviny zvierajú so súradnou rovinou X, Y ten istý konšt. uhol, dávajú krivku o rovnakom spáde na ploche (2).

Keďže dotykové roviny danej množiny bodov plochy (2) zvierajú konšt. uhol so súradnou rovinou X, Y , zvierajú konšt. uhol aj so súradnicou Z pravouhlej kartézskej súradnicovej sústavy.

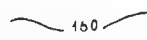
Nech platí už uvedený predpoklad, že plocha daná implicitne rovnicou $F(x, y, z) = 0$ je spojito diferencovateľná v oblasti definície a okrem toho nech o parciálnych deriváciách F_x, F_y, F_z platí, že nie sú súčasne rovné nule, takže

$$F_x = \frac{\partial F}{\partial x}; \quad F_y = \frac{\partial F}{\partial y}; \quad F_z = \frac{\partial F}{\partial z}; \quad (8)$$

$$\text{a } F_x^2 + F_y^2 + F_z^2 > 0.$$



IZOKLÍNY

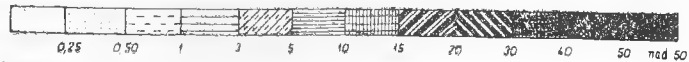


VRSTEVNICE

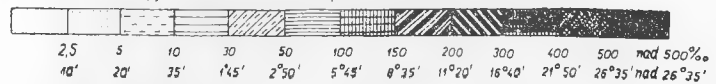


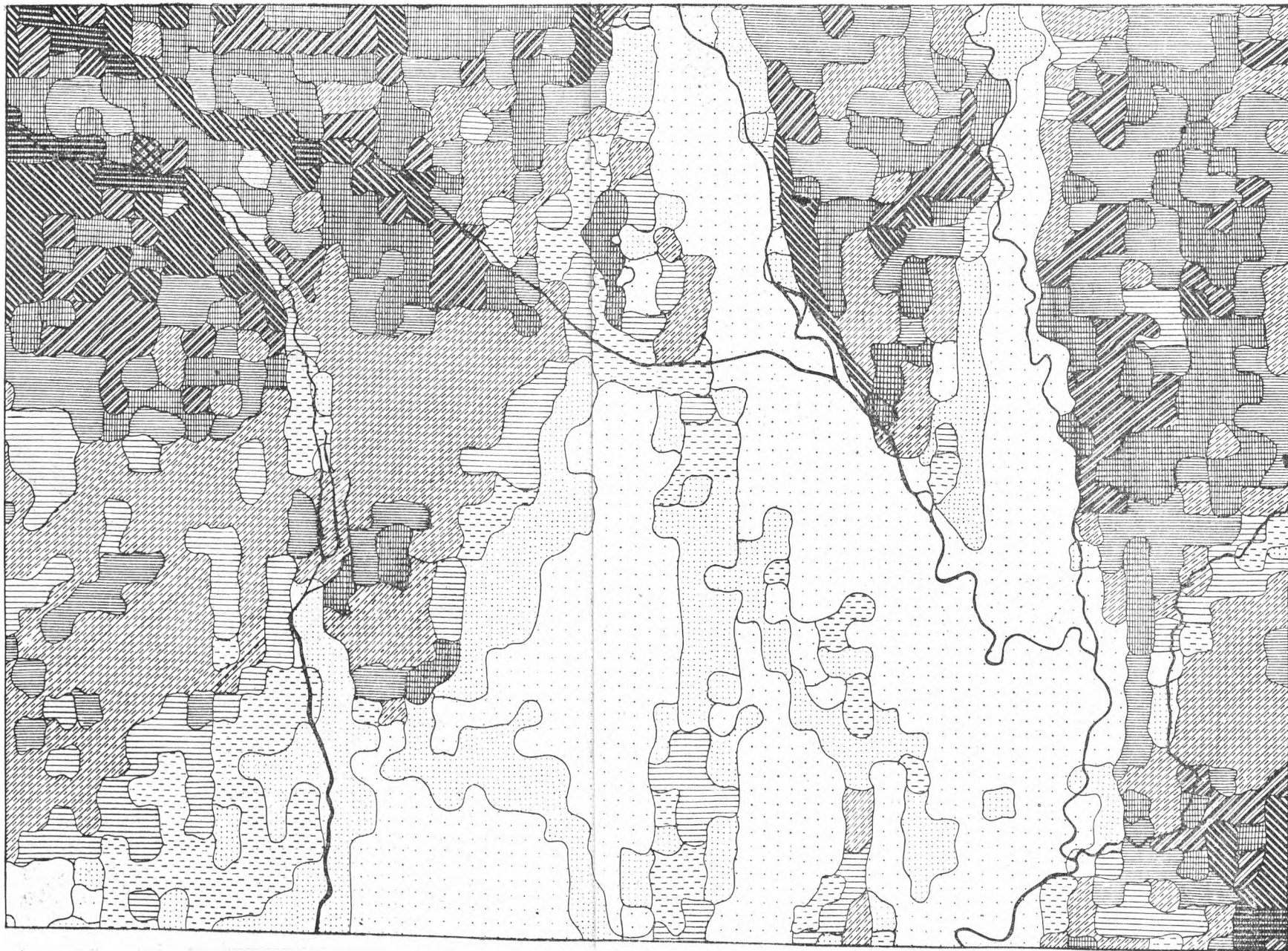
LEGENDA

Zmena výšky Δz v metroch na 100m horizontálnej vzdialenosti Δn v smere spádu

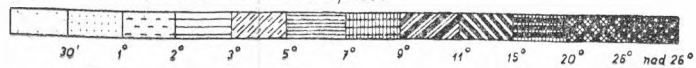


Veľkosť spádu vyjadrená v % a v stupňoch (zaokrúhlené na 5')





Velikost' středného uhla sklonu v stupních



Potom vektor $(F_x, F_y, F_z)_0$ je vektorom normály v bode $P(x_0, y_0, z_0)$, plochy a zložky F_x, F_y, F_z sú smerovými parametrami normály plochy v uvažovanom bode.

Potom treba nájsť množinu takých bodov, v ktorých normály plochy zvierajú s osou Z konštantný uhol.

Tu platia dve podmienky:

- I. Bod $P(x_0, y_0, z_0) \in$ plochy $\Rightarrow F(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = 0$;
 II. Vektor normály $N [F_x(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}), F_y(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}), F_z(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})]$ zvierá s priamkou totožnou s osou Z $z(0,0,1)$ konštantný uhol;

$$\cos \alpha = \frac{F_z(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}{\sqrt{F_x^2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) + F_y^2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) + F_z^2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})}} = C, \quad (9)$$

kde $C = \text{konšt.}$

To znamená, že dotyková plocha k ploche (2) v množine bodov o rovnakom spáde opíše priestorovú plochu o rovnici

$$G_1(x, y, z) = 0 \quad (10)$$

a v smere $z(0,0,1)$ bude zároveň jeho priebehom opísaná zvislá valcová plocha o rovnici

$$G_2(x, y, z) = 0. \quad (10')$$

Obe opísané plochy (10), (10') sa pretínajú v jednej priesečnici s plochou (2), ktorá tvorí množinu bodov o rovnakom spáde.

Z rovníc (2), (9) a (2), (10) obdržíme sústavu rovníc (11) a (12)

$$\left. \begin{aligned} F(x, y, z) &= 0 \\ F_z(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) \\ \sqrt{F_x^2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) + F_y^2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) + F_z^2(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})} &= C \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\left. \begin{aligned} F(x, y, z) &= 0 \\ G(x, y, z) &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (12)$$

riešením ktorých sa obdrží hľadané geometrické miesto bodov o rovnakom spáde na ploche (2), t. j. hľadané izočiarly hodnôt (7). Priemet týchto kriviek do rovinatej plochy X, Y dáva priebeh izočiar (7) o jednakom spáde v tomto poli.

Izočiarly grad $z = C$ majú rôzny priestorový priebeh na ploche (2), takže nie sú totožné s krivkami (3) ani (6).

U pravidelných plôch, pri ktorých sa priemety ich spádových čiar do súradnej roviny X, Y , t. j. krivky (6) javia ako priamky, izočiarlymi jednakého spádu sa stávajú vrstevnice (3) ako ich zvláštny prípad. Tento prípad nastáva na povrchu telies rotačného paraboloidu, elipsoidu, kužela, gule atď. a v prírode na tých miestach reliéfu, ktoré sú zhodné s niektorou z uvedených plôch. To znamená v takej ploche (2), ktorej krivky (5) sú v rovine zobrazené ako priamky.

Izočiarly gradientu spádu sú spojnicami jednakých hodnôt spádového gradientu, ktorý ako vektor má veľkosť a smer, pričom jeho veľkosťou je vlastne hodnota tangenty uhla sklonu v smere spádnice. Čiže tieto čiarly sú zároveň spojnicami jednakých uhlových

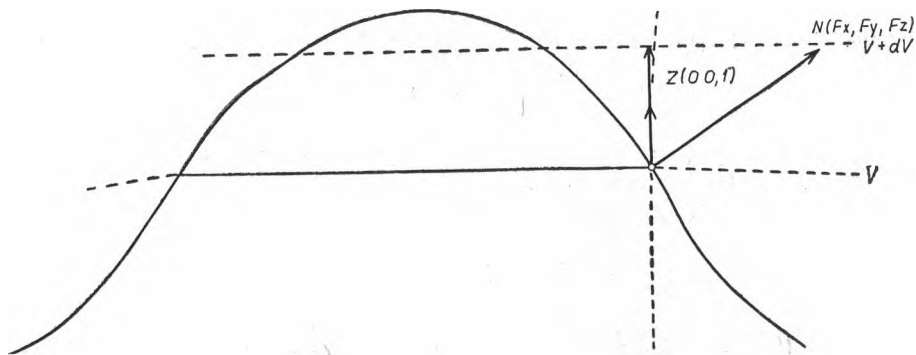
hodnôt ako skalárov na ploche (2), takže ich v tomto zmysle možno nazvať i izoklínami, pričom pod uhlovými hodnotami sa rozumejú jedine len uhlové hodnoty v smere spádových kriviek (6) na ploche (2) a žiadne iné.

Pri kvantifikácii javov geografického prostredia, t. j. pri matematickej formulácii jeho rôznych zákonitostí je dôležité vyjadriť ich na spoločnej matematicko-fyzikálnej báze, lebo len týmto spôsobom môže byť správne formulovaná jeho dynamická stránka.

Každé geometrické vyjadrenie v morfometrickej mape má mať súčasne i fyzikálnu interpretáciu, čiže obe musia byť ekvivalentní toho istého prvku.

Jedným elementom z mnohostranného procesu v geografickom prostredí, pre ktorý je pojem spádovej krivky prvorade dôležitý, je proces modelácie.

Je známe, že gravitačné silokrivky sú priestorovými ortogonálnymi trajektóriami na sústavu ekvipotenciálnych plôch skalárneho gravitačného poľa o diferenciálnych intervaloch dz . Zložka $z(0,0,1)$ vektora normály $N(F_x, F_y, F_z)$ v nejakom bode P na ploche (2) je súčasne dotyčnicou ku gravitačnej silokrivke v tomto bode, ak horizontálna rovina ním preložená a vytínajúca príslušnú výškovú čiaru (3) na ploche (2) je súčasne totožná s úsekom nejakej ekvipotenciálnej plochy gravitačného poľa, vzatú pre malý úsek ako časť rovinatej plochy (obr. 2).



Obr. 2.

Priebeh rovinatej vrstevnicovej plochy je zhodný s ekvipotenciálnou plochou len pre malý úsek reliéfu, lebo rovinná plocha vrstevnicová (za platnosti predpokladu b)) je veličinou geometrickou, kým ekvipotenciálna plocha gravitačného poľa je veličinou fyzikálnou a jej priebeh je ovplyvnený i hmotou terénneho telesa. Preto ani za podmienky b) nemusí sa priebeh oboch plôch vždy navzájom zhodovať medzi sebou. Ak sú obe plochy v nejakom úseku navzájom totožné, zložka $z(0,0,1)$ vektora normály $N(F_x, F_y, F_z)$ k ploche (2) je súčasne i najkratšou spojnicou dvoch geopotenciálových hladín, v smere ktorej najstrmšie stúpa rozdiel ich hodnôt z na dV , pričom

$$\text{grad } V = \frac{dV}{dz}; \quad \text{grad } z = \frac{dz}{dn},$$

z čoho

$$\text{grad } z = \frac{dV}{|\text{grad } V| \, dn}.$$

Spádová krivka na reliéfe má teda súčasne i fyzikálny význam ak najkratšia spojnica dvoch geopotenciálnych hladín na ploche (2), čiže na reliéfe (obr. 2).

Keďže pre väčší úsek reliéfu za platnosti predpokladu b) priebeh geometrických vrstevníc nie je vždy totožný s vrstevnicami geopotenciálnových hladín (myslených ako priesečníky geopotenciálnových hladín s reliéfom), fyzikálna spádová krivka nie je vždy totožná s geometrickou spádovou krivkou. Prípadná odchýlka medzi oboma spádovými krivkami je veľmi malá, má význam iba teoreticky, čiže je zanedbateľná.

Preto, aby mapa bola čo najobjektívnejším zobrazením spádových pomerov na reliéfe, musí byť v nej zachytená zmena spádu v smere spádovej krivky, resp. jej priemetu v mape.

Rovnice topografickej plochy v mape za platnosti predpokladov a), b), c) je možné udať iba v tvare (2). Avšak v dôsledku uvedených predpokladov možno z nej dostať izočiaru gradientu spádu konštrukčnou cestou.

Za tým účelom zostrojíme profil z plochy (2) v smere krivky najväčšieho spádu (6), plochu ktorého bude tvoriť časť plochy preloženej sústavou kriviek (5), ohraničenej zhora krivkou (6) plochy (2) a zdola jej priemetom do roviny X, Y krivkou (5). Rozvinutím plochy profilu do inej roviny X, Y po Δn malých úsekoch krivky (5) ako základne profilu tak, aby po rozvinutí veľkosť $\Delta n \equiv \Delta x$ a $\Delta z \equiv \Delta y$, veľkosť spádu sa zachováva a mení sa iba horizontálna zložka smerového uhla na nulu. Keďže pri rozvinutí pre veľkosť dĺžkového elementu Δn krivky (5) platí, že $\Delta n \equiv \Delta x$ osi X a pre Δz sústavy rovníc (6) k určitému z platí, že $\Delta z \equiv \Delta y$ osi Y rovinných súradníc X, Y potom pre Δy podľa Δx v limitnom prípade v zmysle gradientu spádu platí

$$\lim_{\Delta n \rightarrow 0} \frac{\Delta z}{\Delta n} \equiv \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} \equiv \frac{dz}{dn} = |\text{grad } z|, \quad (13)$$

čo je dôkazom, že rozvinutím sa za uvedených podmienok spádový uhol nemení.

Každému bodu na rozvinutej krivke profilu je priradený bod na krivke (6) plochy (2) a tým i na krivke (4) v rovine X, Y (v mape). Z toho vyplýva, že k bodu jednoznačne určenému dotyčnicou na rozvinutom profile o určitej hodnote spádu $\text{grad } z$ je jednoznačne určený aj bod s tou istou hodnotou spádu na korešpondujúcej spádovej krivke (6) plochy (2), ako aj jeho priemetu do mapy.

Keďže v zmysle predpokladov a), c) menia krivky (6) na ploche (2) v smere kriviek (3) a tým i ich priemet do roviny X, Y , t. j. krivky (5) v smere kriviek (4) v skalárnom poli svoju polohu spojito, prechádzajúc spojito jedna v druhú, na ktorých sa nachádza množina bodov o jednakom spáde $|\text{grad } z| = C$, stačí v mape, ktorú považujeme za rovinu X, Y dostatočne husto konštruovať krivky (5), určiť v nich body so zvolenou hodnotou spádového gradientu a nimi interpolovať izočiaru spádových gradientov (v zmysle skalárnych hodnôt izoklíny).

Izoklíny možno najlepšie zostrojiť v mapách veľkých mierok 1 : 5000, resp. 1 : 10 000. prípadne mierok väčších, v ktorých priebeh vrstevníc nie je generalizovaný a presne zobrazuje priebeh reliéfu i jeho zmeny. Pri konkrétnej konštrukcii izoklín budú platiť takéto podmienky:

Pre spádový gradient $|\text{grad } z|$ ako vektor platí, že $dn = \text{konšt.}$ a dz je premennou veličinou.

Aby sa postup práce uľahčil, prevedme teraz zámenu premenných veličín tak, že $\Delta z = \text{konšt.}$, čo znamená intervalový odstup medzi jednotlivými vrstevnicami a Δn vzdialenosť medzi jednotlivými vrstevnicami na spádovej krivke bude premennou.

Bez porušenia správnosti gradientu spádu ako vektora bude potom o sklonových uhloch na reliéfe získaných z mapy podľa vzájomnej vzdialenosti vrstevnic platiť:

Pre spádovú krivku (6) na priestorovej ploche (2), ako aj pre jej rozvinutý profil za predpokladu, že Δz medzi jednotlivými vrstevnicami je konštantné, bude sa meniť vzdialenosť Δn .

Sklon α na úseku Δs spádovej krivky (6) medzi dvoma susednými vrstevnicami o výškovom rozdiel $\Delta z = \text{konšt.}$, pre ktorý platí

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta z}{\Delta n}, \quad (14)$$

je priemerom zo všetkých sklonov príslušného úseku Δs krivky (6), čiže

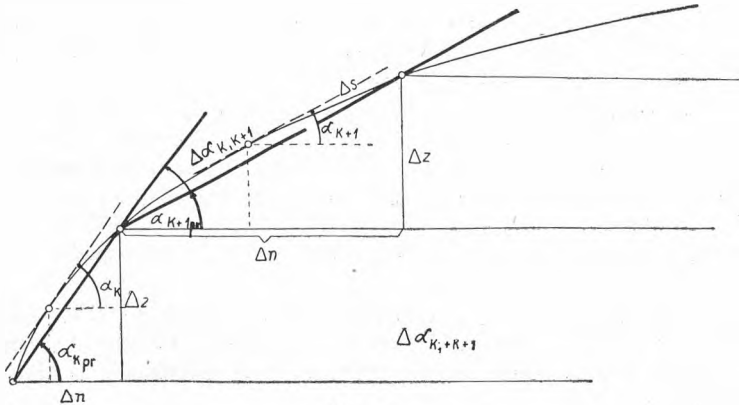
$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\Delta z}{\Delta n} = \frac{\sum_1^n dz}{\sum_1^n dn} = \operatorname{tg} \alpha_{pr}, \quad (15)$$

kde index pr označuje priemer (obr. 3).

Z toho na rozvinutom profile krivky (6) do rovinných súradníc X, Y podľa (13), a teda i pre samotnú krivku (6) na ploche (2) podľa Lagrangeovej vety bude platiť, že hodnota (15) je okrem priemeru zo všetkých hodnôt na úseku Δs zároveň jednou z nich, takže $\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_{pr}$ určitého, jednoznačne určeného bodu v nejakom intervale Δn . Uhol α_k určitého intervalu Δn_k bude sa líšiť od uhla α_{k+1} intervalu Δn_{k+1} o hodnotu

$$\Delta \alpha_{k, k+1} = \alpha_{k+1} - \alpha_k \equiv |\alpha_{pr_{k+1}} - \alpha_{pr_k}|, \quad (16)$$

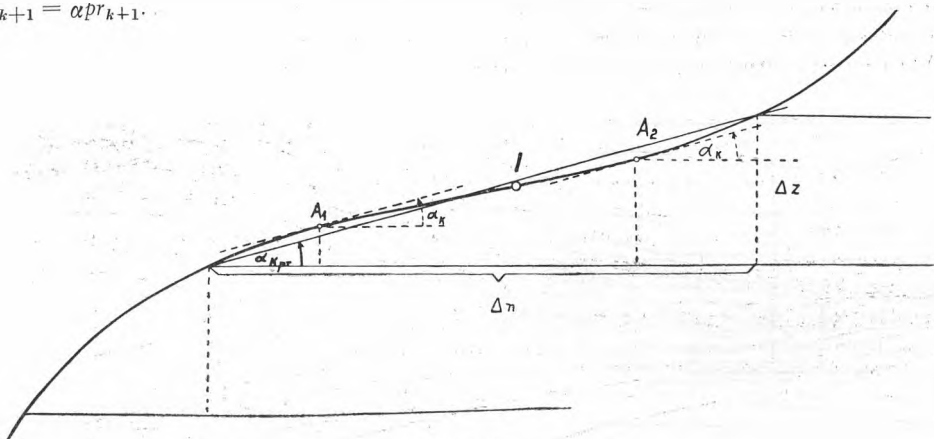
to znamená, že rozdiel všetkých hodnôt uhlov v úsekoch $\Delta n_k, \Delta n_{k+1}$ bude sa pohybovať v rozmedzí $\Delta \alpha_{k, k+1}$ (obr. 3).



Obr. 3.

Ak sa inflexný bod I , v ktorom sa mení zakrivenie krivky, nachádza medzi vrstevnicami v nejakom intervale Δn_k za predpokladu plynulého priebehu krivky, existujú v tomto intervale dvoje zakrivenia, konvexné a konkávne a súčasne dve rovnaké hodnoty spádového uhla $\alpha_{A1_k} = \alpha_{A2_k}$ v bodoch A_1, A_2 (obr. 4).

Podľa zmeny inflexného bodu I na spádovej krivke medzi vrstevnicami v intervale Δn_k mení sa i poloha jednakých uhlových hodnôt $\alpha_{pr_k} \equiv \alpha_{A_{1k}} = \alpha_{A_{2k}}$ v bodoch A_1, A_2 , takže s postupnou zmenou inflexného bodu v intervale Δn_k smerom k intervalu Δn_{k+1} konverguje k intervalu Δn_{k+1} i poloha bodu A_2 , ležiaceho medzi inflexným bodom a intervalom Δn_{k+1} , až počnúc od určitej polohy inflexného bodu I prenikne bod A_2 do intervalu Δn_{k+1} . Potom interval Δn_k obsahuje už iba jeden bod A_1 , v ktorom je hodnota sklonu $\alpha_{pr_k} = \alpha_{A_{1k}}$ a interval Δn_{k+1} obsahuje jednak bod A_2 z intervalu Δn_k s hodnotou spádu $\alpha_{A_{2k}} = \alpha_{pr_k}$, jednak vlastný bod B s hodnotou spádu $\alpha_{k+1} = \alpha_{pr_{k+1}}$.



Obr. 4.

Ak inflexný bod spádovej krivky leží zrovna na vrstevnici, bude rôznosť zakrivenia krivky platiť pre dva susedné intervaly $\Delta n_k, \Delta n_{k+1}$. Priebeh a spôsob zakrivenia spádových kriviek a teda i poloha inflexných bodov na nich majú pre zostrojenie izoklín zásadný význam.

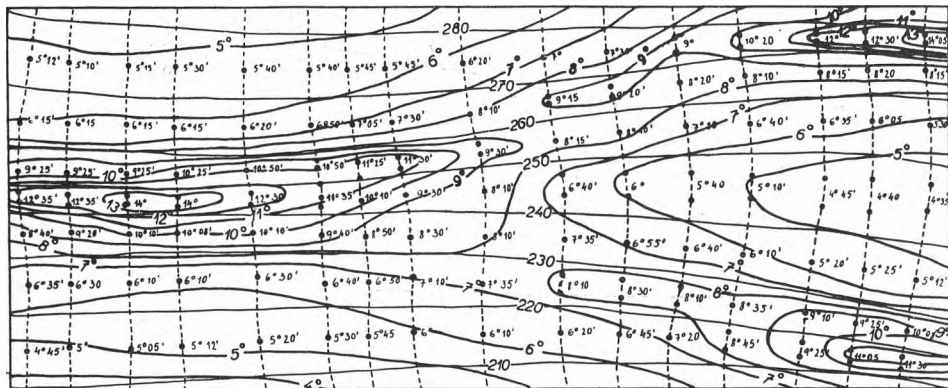
Jeden z možných spôsobov zostrojenia mapy izoklín je taký, že sa v mape veľkej mierky konštruujú dostatočne husto ortogonálne trajektórie (5) na vrstevnice (4), určia sa intervaly Δn , v ktorých sa nachádzajú inflexné body, lebo v nich po oboch stranách inflexného bodu existujú body o rovnakom spáde (obr. 4). Na úsekoch Δn medzi vrstevnicami sa meria hodnota sklonu a vpíše sa medzi ne k úseku Δn . Táto hodnota (15) v zmysle Lagrangeovej vety bude patriť súčasne i bodu v intervale Δn , ku ktorému ju pre potreby konštrukcie významove priradíme.

Z veľkosti zakrivenia sa určí čo možno najpresnejšia poloha bodov rovnakého uhla sklonu po oboch stranách inflexných bodov v tých intervaloch, v ktorých sa nachádzajú inflexné body medzi vrstevnicami a vpíše sa ku nim hodnota sklonu. Pre prípad spresnenia na miestach, kde je to potrebné, určí sa čo možno najpresnejšie hodnota sklonu i na vrstevniciach a vpíše sa k nim (obr. 5).

Interpoláciou podľa vpísaných hodnôt a podľa uvedených teoretických pravidiel (obr. 5) zostroja sa izokliny (mapa 1), takže postupne dostaneme mapu izoklín. Priebeh izoklín citlivo reaguje na spôsob zakrivenia spádových čiar, takže podľa nich môžeme presne konštruovať inflexné čiary spájajúce inflexné body na spádových krivkách (6), ktoré potom v mape vymedzujú konvexné, konkávne úseky spádových čiar na reliéfe.

Vráťme sa opäť k dz premennej a $dn = \text{konšt.}$, čím správnosť vzorca (14), (15) nie je porušená a vyložme opäť spádový gradient ako vektor.

Keďže o množine bodov na ploche (2), v ktorých $|\text{grad } z| = C$, platí, že vytvárajú izočiaru gradientu spádu, musí v nich veľkosť veličín dz a dn limitovať k nule, aby udávali veľkosť a smer grádientu spádu ako vektora v smere dotýčnice v danom bode na sústave kriviek (6), resp. ich priemete (5) do roviny. Ak sa diferenciálne malé veličiny dz a dn spádového grádientu zväčšia na konečne veľké úseky Δz a Δn o merateľnej veľkosti v mape veľkej mierky, možno z nanesených úsekov Δn na ortogonálnu trajektóriu zistiť veľkosť zmeny veličiny Δz na príslušný úsek Δn z priebehu jej vrstveniu pretínajúcich ortogonálnu trajektóriu. Zavedením konečne veľkých intervalov Δn na krivkách (5) poruší sa síce možnosť nájdenia izočiaru spádu, lebo sa porušia potrebné už uvedené podmienky, takže o danom pomere Δz ku Δn bude platíť, že je to stredná hodnota spádu na úseku spádnice prislúchajúcom veľkosti intervalu Δn v smere spádu.



Obr. 5.

Čím bude veľkosť veličín Δz a Δn menšia, tým viac sa bude ich pomer blížiť ku skutočnej hodnote spádu na spádovej krivke.

Odstupňovaním hodnôt Δz do jednotlivých intervalov stupnice možno príslušné hodnoty Δz odpovedajúce jednotlivým úsekom Δn na krivkách (5) zahrnúť do príslušného intervalu, ktoré tvoria v mape pole spádových gradientov dotýčného intervalu. Jednotlivé polia sa prepoja čiarami navzájom ich oddeľujúcimi.

K zostrojeniu máp spádových gradientov sú najvhodnejšie topografické mapy v mierke 1 : 25 000, v ktorých sa musia v zmysle odvodenia rovnice (5) zostrojiť pravouhlé priemety spádových kriviek (6), aby podrobne charakterizovali reliéf. Preto by zostrojené priemety spádových čiar nemali byť v pracovnej mierke 1 : 25 000 od seba na úpätnici vzdialené viac než 150 – 200 m a na miestach náhlejšej zmeny smeru i zahusťovania vrstveníc 50 až 100 m, ak úsek reliéfu ňou charakterizovaný je dostatočne veľký, aby mohol byť podľa jednotlivých políčok zvolenej stupnice intervalových hodnôt grádientu spádu farebne alebo pomocou šrafúry diferencovaný. V oblastiach náhlych zmien priebehu reliéfu je potrebné konštruovať prípadne jednotlivé pomocné priemety spádníc charakterizujúcich reliéf len pre daný úsek, aby mohli byť v ňom uskutočnené merania zmeny Δz podľa Δn v smere spádnice.

Na pripojenej mapke spádových gradientov boli merania uskutočnené na mape v mierke 1 : 25 000 a vykonštruovaný obraz bol zmenšený do mierky 1 : 50 000 a primerane generalizovaný. Vzhľadom na výslednú mierku, priemety spádových kriviek v mape pracovnej mierky 1 : 25 000 boli rozdelené do 100 m intervalov, pričom v oblastiach náhlejšej zmeny

spádu reliéfu, ktoré i v zmenšenej mierke boli charakteristické pre daný úsek reliéfu, boli intervaly zahustené na 50 m úseky, na ktorých sa vyšetrovala zmena hodnoty Δz na $\Delta n = \text{konšt.}$ o hodnote 100, resp. 50 m, ktorá v 50 m intervaloch bola s rovnakou váhou prepočítaná so 100 m úsekmi (mapa 2). Mapa je reprodukčne ešte zmenšená.

Veľkosť spádu v mapách spádových gradientov možno potom vyjadriť pomocou intervalového odstupňovania v percentách, v promile, alebo ako zmenu výšky Δz v metroch na 100 m prepočítanej horizontálnej vzdialenosti Δn v smere spádnice, ktorú možno potom vyjadriť i v stupňoch (mapa 2).

Zmeny výšky Δz sa merajú po uvedených úsekoch Δn , na priemetoch spádnic, pričom na miesto každej hodnoty Δz sa môže vpísať na príslušný úsek Δn číslo intervalu podľa jeho číselného poradia v stupnici, do ktorého Δz svojou veľkosťou zapadá, alebo môžu byť na priemetoch spádnic vyznačené miesta zmien hodnôt Δz prechádzajúcich z jedného intervalu do druhého, ktorými sa potom interpolujú čiary rozdeľujúce jednotlivé polia intervalových hodnôt spádových gradientov.

V oboch prípadoch po čiarovom rozdelení rozdielnych intervalových hodnôt Δz sa získajú oblasti gradientu spádu príslušného intervalu.

Spád chápaný ako gradient je vektor, takže má veľkosť a smer, v dôsledku čoho je v mape spádových gradientov okrem veľkosti potrebné vyznačiť i smer spádu.

Kartograficky to možno vyriešiť tak, že veľkosť spádu sa v mape vyjadří farebnou diferenciaciou jednotlivých intervalov stupnice, smer spádu sa vyjadří vhodne zakreslenými smerovými šípkami po spádnici tak, aby dobre charakterizovali reliéf. Pre lepšie charakterizovanie priebehu reliéfu je prípadne vhodné zakresliť i priebeh chrbátic a rozvodníc.

Výhodou mapy spádových gradientov je, že citlivo reaguje na zmenu spádových pomery na reliéfe, v dôsledku konštrukcie pozdĺž kriviek-spádnic.

Spádové pomery na reliéfe sa zobrazujú i pomocou stredného uhla sklonu, na stanovenie ktorého existuje viac spôsobov s rozličnou presnosťou stanovenia jeho hodnoty.

Jedným z nich, všeobecný vzorec ktorého je

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sum_1^n 1 \cdot \Delta z}{\Delta P},$$

kde \sum_1^n znamená zmeranú dĺžku vrstevníc v ploche ΔP , Δz výškový rozdiel medzi jednotlivými meranými vrstevnicami a ΔP je meraný plošný element, možno pomerne rýchle dospieť k výsledkom.

Uvedený vzorec, odvodený i v [29, 30, 16] podrobne pomocou vyššej matematiky pre všetky prípady, správny je vo vyjadrení vzhľadom k reliéfu, objektívny pre štvorcovú sieť o diferenciálne malých stranách. Vo svojej podstate vyjadruje stredné hodnoty sklonu ako priemer zo všetkých hodnôt v meranej ploche, ktoré pre diferenciálne malé štvorce siete limitujú k hodnotám skutočným tak, že odchýlky medzi nimi sa neobmedzene blížia k nule.

S postupným zväčšovaním strán štvorcov siete ubúda v dôsledku povahy jeho podstaty na objektívnosti výsledkov, keďže v štvorcovej sieti o konečne veľkých stranách akokoľvek preloženej priemetom reliéfu do roviny sa prejaví cudzorodosť medzi ňou a reliéfom. Odchýlky výsledkov od skutočných hodnôt na reliéfe budú zväčšovaním strán siete vzrastať, takže získané hodnoty budú vyjadrovať priebeh iba myslenej plochy, v ktorej sú všetky výrazné črty reliéfu zastreté. Pri mape stredného uhla sklonu je predovšetkým obťažné zachytiť zmenu sklonu reliéfu na úpätnici, čo potom ovplyvňuje namerané výsledky sklonu

svahu v príslušných štvorcoch pre samotné dná údolí, ako aj pre prilahlé časti svahov. Možnosť zachytenia zmeny sklonu na svahoch horských chrbtov spadajúcich do jednotlivých štvorcov siete je zmenšená, ak šírka i dĺžka oblasti zmeneného sklonu nepresahuje aspoň dve tretiny dĺžky strany štvorca siete, pričom súčasne závisí od samého priebehu siete a jej veľkosti. V intenzívne rozčlenených oblastiach nie je možné zachytiť sklon a jeho zmenu do tej miery, aby z nej vynikla povaha tvaru reliéfu.

Tieto momenty pri mape spádových gradientov sú vylúčené, takže v pracovnej mierke 1 : 25 000 možno veľmi podrobne rozlíšiť všetky tvarové zmeny reliéfu na základe zmeny spádu.

Na pripojenej prílohovej mape zostrojenej z toho istého územia ako prílohová mapa spádových gradientov bola veľkosť siete v pracovnej mierke 1 : 25 000 zvolená o 250 až 500 m dĺžky strany štvorca, v oblastiach intenzívnejšie členeného reliéfu bola sieť zahusťovaná na 125 m dĺžky strany štvorca. Pracovná mierka bola zmenšená do miery 1 : 50 000 bez generalizácie obsahu (mapa 3). Mapa je reprodukčne ešte zmenšená.

Napriek tomu, že obsah mapy spádových gradientov musel byť generalizovaný, vyjadruje priebeh reliéfu oveľa priliehavejšie ako mapa stredného uhla sklonu hlavne v členitejších oblastiach, priebeh ktorých v mape stredného uhla sklonu zaniká.

Nesporná výhoda mapy spádových gradientov sa prejaví pri väčších mierkach až do miery 1 : 100 000, kým v menších mierkach v dôsledku nutnosti generalizácie možnosť zachytenia tvarových podrobností reliéfu a jej zmeny zaniká, takže výsledný efekt je približne rovnaký s mapou stredného uhla sklonu. Prípadná rozdielnosť sa môže prejavíť v intervalovom posunutí spádu na niektorých úsekoch reliéfu.

Pri doterajších úvahách, za platnosti vyslovených predpokladov a), c) o vlastnostiach reliéfu ako plochy platilo, že spádová krivka plochy (2) má v každom bode iba jednu deriváciu, t. j. že derivácia sprava je v každom bode totožná s deriváciou zľava.

Pre také formy na reliéfe, v ktorých spádové krivky sa lomí a nemožno ich v určitom vhodnom intervale v oblasti lomu nahradit' krivkou s plynulým i keď veľkým zakrivením, je potrebné vyznačiť čiaru v celom intervale lomu a považovať ju za deliacu čiaru dvoch dotykových samostatných plôch. Ak obe plochy možno považovať za spojitú v zmysle a), c), možno na každej z nich pri konštrukcii izoklín postupovať v zmysle uvedených pravidiel. Ak uvedeným predpokladom vyhovuje len jedna z nich a druhá je plocha lomená s lomenými spádovými krivkami, na ploche vyhovujúcej predpokladom a), c) možno konštruovať izoklín a na ploche so spádovými krivkami lomenými gradientmi spádu s vhodne stanovenou veľkosťou intervalu Δn .

To platí napr. pre dotyk plynulej časti reliéfu so skalnatou oblasťou, ktorej tvar nemožno považovať za plynule sa meniacu plochu v zmysle a), c), ani ju ňou nahradit' bez toho, že by sa neporušila správnosť výsledného výsledku.

V dôsledku uvedených faktov o vlastnostiach takto konštruovaných máp možno urobiť takýto záver:

Pre podrobný morfológický výskum, ako aj pre iné podrobné práce je vhodné zostrojiť mapy gradientov spádu podľa uvedeného odvodenia, pretože sa pri jej konštrukcii vychádza zo spádových kriviek ako základných kriviek pri modelačnom procese, takže môže s veľkou presnosťou zachytiť pomery na reliéfe. Tento spôsob znázornenia spádových pomerov možno voliť i pri skalnatom reliéfe po predbežných prácach, ako je vyznačenie lomeného areálu atď. Pre výskumné práce, pre ktoré má podrobná analýza spádu reliéfu fundamentálny význam, resp. kde zmena spádu je veľmi malá, ale dôležitá, je výhodné zostrojiť mapy izochar gradientov spádu, čiže v zmysle skalárnych hodnôt gradientov spádu mapy izoklín.

Pre také druhy prác, pre ktoré má mapa sklonu reliéfu iba orientačný význam, je za súčasných možností vhodnejšie voliť spôsob zhotovenia mapy stredného uhla sklonu.

Pri porovnaní oboch máp je zjavné, že možnosť zachytenia podrobností s rastúcou členitosťou reliéfu pri mape stredného uhla sklonu pri tej istej mierke klesá, kým pri mape spádových gradientov vzhľadom na prvú mapu stúpa. Pri málo členenom reliéfe nie sú tieto vyjadrovacie možnosti také zjavné ako pri reliéfe intenzívnejšie rozčlenenom.

Izoklíny nadobúdajú význam i pri osvetlení reliéfu. Pri osvetlení reliéfu možno konštruovať na principiálnej odvodenej báze izoklín, izoklíny jednakého uhla osvetlenia reliéfu pre určitú hodinu, tzv. izalumklíny. Tie miesta reliéfu, v ktorých pre príslušnú hodinu jej odpovedajúca izalumklína chýba, nie je v príslušnú hodinu osvetlená. Izalumklíny zostrojené po pravidelných časových intervaloch (napr. hodinových) s vyznačenými miestami, ktoré v príslušných časových intervaloch nie sú osvetlené, t. j. kde im korešpondujúce izalumklíny chýbajú, dávajú mapy dĺžky osvetlenia uvažovanej časti reliéfu v čase a zároveň v uhlových hodnotách, ako aj ich zmien pre dané miesto. Čiary spájajúce miesta rovnakej dĺžky osvetlenia pre určitý časový interval tzv. izalumchróny interpolujeme za pomoci izalumklín. Tak možno dostať plochy osvetlené po určitý časový interval uzavreté izalumchrónami (napr. dvojhodinový alebo viachodinový — medzi 7. až 9. hod. atď.), v ktorých izalumklíny zároveň udávajú uhlovú zmenu osvetlenia vo vymezenom intervale. Je vhodné, aby izalumklíny boli farebne diferencované podľa hodín i s miestami v danú hodinu neosvetlenými. Mapa izalumklín a izalumchrón potom udáva dynamiku osvetlenia v uhloch, ako aj zároveň v čase. O podrobnejšej konštrukcii izalumklín a izalumchrón budeme hovoriť v inom príspevku, pretože svojou aplikovanou tematikou zasahujú do inej sféry.

LITERATÚRA

1. Behrens S. E., *Morphometrische, morphogenetische und tektonische Studien der Nordwestschonischen Urgebirgsrücken*. Lund 1953. — 2. Čencov V. N., *Morfometričeskije pokazateli relefa primenitelno k geomorfologičeskim kartam*. Trudy inst. geogr. AN SSSR, V. 36, 1940. — 3. Čencov V. N., *Morfometričeskije pokazateli na geomorfologičeskoj karte velkogo masštaba*. Trudy inst. geogr. AN SSSR, 1948. — 4. Finsterwalder S., *Über den mittleren Böschungswinkel und das Vore Areal einer topographischen Fläche*. Stzunsber. Bayer. Ak. d. Wiss. Math. Phys. Kl. XX. 1890. — 5. Gassmann F., Guttersohn H., *Kotenstreung und Reliefeffektor*. Geogr. Helv. II. Nr. 1. Bern 1947. — 6. Griščenko M. N., *Metodika ispolzovanija kart energii relefa dla vyčislenija koeficientov izrezannosti suši*. Izv. gos. geogr. obšč. T. 71, V. 3, 1939. — 7. Holle A., *Einteilung und Orometrie des Tatragebirges*. Abh. der K. K. geogr. Ges. Wien 1909. — 8. Honl I., *Novější snahy o vymezení orografických celků ČSR*. Kart. př. IX. Praha 1955. — 9. Hromádka J., *Orografické třídění Československé republiky*. Sb. ČSSZ Sv. LXI, č. 3—4, 1956. — 10. Ikonnikova N. F., *Roľ karty energii relefa v geomorfologičeskom analize*. Izv. AN Uzb. SSR, No 5, 1949.

11. Krcho J., *Morfometrická analýza spádových pomerov Košickej kotliny*. Acta geogr. et geol. No 4, Bratislava 1964 (v tlači). — 12. Kuchař K., *Směrnice pro popis pourchu krajiny*. Kart. př. II. Praha 1947. — 13. Kuchař K., *Hranice orografických celků východní části republiky*. Kart. př. IV. Praha 1949. — 14. Kuchař K., *Novější snahy o vymezení orografických celků v ČSR*. Kart. př. IX. Praha 1955. — 15. Kudrnovská O., *Kartometrické stanovení krajinných typů Československa*. Kart. př. r. III. Praha 1948. — 16. Kuska F., *Kartometria, Bratislava 1959*. — 17. Martonne E. d., *Morphologie et morphométrie comparées du Masif Central et du Massif Bohémien*. Bull. Ass. G. fr. 1941. — 18. Mazúrová V., Mazúr E., *Mapa stredného uhla sklonu povodia Nitry*. Geogr. časopis X, č. 4. Bratislava 1958. — 19. Meščerjakov J. A., *K postanovke morfometričeskich issledovanii russkoj ravniny*. Vopr. geogr. sb. 15, 1949. — 20. Neumann L., *Der mittlere Böschungswinkel des Kaiserstuhlgebirges*. Pet. Mitt. 36, J. 1890.

21. Neuenschwander G., *Morphometrische Begriffe*. Diss. Zürich 1944. — 22. Peucker K., *Der Mittlere Neigungswinkel des Bodens*. Mitt. d. Deutsch. u. Öster. Alp. vr. 1890. — 23. Richter H., *Eine neue Methode der grossmasstabigen Kartierung des Reliefs*. Pett. geogr. Mitt., 106 J. 1952, 4. — 24. Sirotkin M. P., *Matematičeskaja charakteristika relefa zemnoj poverchnosti*. Geodesist., No 6, 1937. — 25. Spiridonov A. J., *Geomorfologičeskoje Kartirovanije*. Gos. izd. geogr. lit. Moskva 1952. — 26. Šalamon B., *Některé morfometrické charakteristiky krajinných reliefů*. Kart. př. VII. No 1–2, Praha 1953. — 27. Thauer W., *Neue Methoden der Berechnung und Darstellung der Reliefenergie*. Pett. Mitt. 99. Jg. 1955. — 28. Vachtin V. K., *K voprosam ob opredelenii matematičeskich charakteristik relefa mesnosti*. Geodesist, No 2–3, 1930. — 29. Volkov N. M., *Měření na mapách* (preklad) Praha 1953. — 30. Volkov N. M., *Principi i metody kartometrii*. Moskva 1950.

Recenzoval E. Mazúr, J. Paulov

Jozef Krcho

TO THE PROBLEM OF CONSTRUCTION OF MAPS OF SLOPE GRADIENTS, ISOCLINES, ISALUMCLINES AND ISALUMCHRONES

For an complex analysis of relief the quantitative indicators whose course on the relief projected onto the plane is represented in morphometric maps, are important. At morphometric measurements such a method is suitable, by which the indicators reflecting the functional laws of modelling processes of relief may be obtained.

One of the fundamental elements characterizing functional relations on the relief is the gradient of slope and its change along the slope line of the relief as an essentially important curve at the modelling processes in the earth's gravitation field.

In this contribution the problem of the slope gradients on the relief, on the slope curve, interpreted physically as well as geometrically, is solved, and on this basis the problem of the construction of the slope gradients maps and isocline maps.

Let the following assumptions about the relief hold good:

- a) that the relief is a continuous surface given by a general equation,
- b) that the relief is a surface within the definition differentiatable continuously, at the same time, however, the considered surface is so large in order that the curvature of the geoid may be omitted and replaced by a plane surface. The assumptions must not break the geographical correctness.

The equation of the surface (2) then may be held as an equation of the given part of the relief. The equation (3) is the equation of the altitude lines on the surface (2), otherwise called of the contour lines of the relief. The equation (4) is a general differential equation of the projection of lines (3) onto the plane as a scalar field of the surface (2). The equation (5) is general differential equation of orthogonal trajectories with respect to the curves (4). The solution of the system of equation (6) gives a curve of maximum slope on the surface (2). The slope on the surface (2) may be suitable expressed by the formula (7). On assumption of the continuity of the surface (2) owing to the conditions it holds good, that there is a set of points on it, in which the vector of the normal contain to the coordinate plane X, Y the same angle and so to the axis Z, too.

Let the formula (8) hold good about the partial derivatives of the equation (2). The tangential surface to the surface (2) will circumscribe a spatial surface according to the equation (10) in a set of points with the equal slope. The system of equations (10) is a solution of the set of points of the equal slope, so-called of the isolines of the slope gradients, in which (7) is a constant. These isolines interpreted as scalars are the isoclines.

Any geometrical expression on the morphometric map should be having also a physical interpretation. The slope curve on the relief has also the physical significance as a shortest connection

of two geopotential planes on the surface (2). For a larger segment of the relief the course of the geometrical contour lines is not identical with the contour lines of the geopotential planes (considered as the intersection points of the geopotential planes and the relief). Therefore not the geometrical slope curve is identical to the physical one.

The equation of a topographical surface may be given only in formula (2). In consequence of the given assumptions, however, it is possible to reach the isoclines by a constructive way.

Let us construct a section along the slope curve (6) of the surface (2) and develop it so lest the slope angles should be distorted. Then the relation (13) will hold good. For the slope between two contour lines (14) as for an average from all the slopes within the interval the relation (15) holds good. According to the Lagrange theorem, however, the slope will hold good also for a certain exactly determined point of the interval. The angles of two neighbouring intervals will differ each from other by the value (16).

There is a double-dealing curvature in the Δn_k interval, in which the inflex point occurs, namely convex and concave, and the value of the slope (15) occurs still in two points. When the point I converges to the next interval, then also one of the points A converges to it, till one of the points will coalesce with the next interval, so that in the preceding interval only the one point A remains.

If the inflex point is situated on the contour line, the difference of the curvature holds good for two neighbouring intervals.

In the large-scale map on 1:5 000 or 1:10 000 the orthogonal trajectories (5) to the contour lines (4) sufficiently dense should be constructed, then the intervals in which the inflex points occur should be determined since at the various curvature of the curve (6) two points with an equal slope exist in them on both the sides. Then the magnitude of the slope between two neighbouring contour lines should be determined and in the sense of the Lagrange theorem it should be affixed to the point of the interval. In the end the inflex points should be determined and between the found out values in the sense of the above-mentioned conditions the isolines, so called isoclines may be interpolated.

For the map of the slope gradient hold good Δz and Δn as finitely large quantities, when Δz is variable and Δn is constant on the curve (5). Then the scale of the altitude gradation of the change Δz should be chosen, on the curve (5) the interval changes should be marked and connected by a line, which the fields of the slope gradients of the individual interval values limit. The scale may be expressed in %, in ‰, in degrees or as the change of the Δz -altitude in metres per a constant segment of Δn -horizontal distance in metres. The maps of the slope gradients are very sensible to the terrain and its changes. In addition to the magnitude of gradient, its direction or direction of the slope is marked in them.

From the isoclines according to the time intervals the isalumclines — lines connecting the places of the equal angle of illumination in a given time may be derived for a certain time. From these lines the isalumchrones — lines of the equal time of illumination may be derived. Then the map of the isalumclines and isalumchrones gives the data of time of illumination, the data of maximum of illumination even the angle change of illumination at the individual hours. The map of isalumclines and isalumchrones gives the dynamics of illumination both in the angles and in time at the same time.

Translated from Slovak by A. K r a j č í r