

JOZEF KRCHO

## NUMERICKÉ VYJADRENIE BODOV NA RELIÉFE TVORIACICH IZALUMKLÍNY POMOCOU STABELOVANÝCH HODNÔT SKLONU A ORIENTÁCIE RELIÉFU

L'auteur envisage la construction sur la carte des isalumclines, c'est-à-dire des lignes d'éclairement solaire égal du relief suivant les heures. Se basant sur les considérations théoriques développées dans ses travaux [13,14] il calcule les valeurs numériques de l'orientation du relief  $A_N$  et de la pente du relief  $\gamma_N$  dans la direction de la courbe de l'inclinaison pour les points du relief formant les isalumclines correspondantes. Les valeurs calculées de l'orientation  $A_N$  et de la pente du  $\gamma_N$  du relief sont représentées sur la table III. L'auteur montre qu'en mesurant sur la carte l'inclinaison et l'orientation du relief on peut trouver les points correspondants  $A_N$  et  $\gamma_N$  et construire ainsi les isalumclines.

V prácach [11, 13, 14] sme sa dočkali teoretickej podstaty izalumklín, definovaných ako čiary spájajúce miesta na reliéfe oslnené pod jedným uhlom vo zvolenom časovom momente.

V tomto príspevku by sme si chceli všimnúť problém praktického zhotovenia izalumklín v mape pomocou stabelovaných hodnôt sklonu a orientácie reliéfu v bodoch tvoriacich na ňom izalumklíny pre rôzne uhly expozície a pre rôzne hodiny.

Pre zostrojenie izalumklín podľa jednotlivých časových intervalov  $T$  je dôležité poznať numerické hodnoty súradníc  $x_N, y_N, z_N$ , vektora normály  $\mathbf{N}$  v zmysle práce [13], charakterizujúce jeho smer a teda aj priebeh reliéfu v množine bodov oslnených vo zvolenom časovom okamihu pod rovnakým uhlom expozície  $\delta_{exp}$ . Preto v zmysle práce [13] budú zo všetkých hodnôt súradníc vektora  $\mathbf{N} \{x_N, y_N, z_N\}$  v množine bodov na ploche, ktorou nahradíme reliéf, pre naše úvahy dôležité tie súradnicové hodnoty, pre ktoré je hodnota kosínusu uhla  $\delta_{LN}$  zovretého vektormi  $\mathbf{L}$  a  $\mathbf{N}$  rovná konštante, t. j.  $\cos \delta_{LN} = \text{konšt.}$  Táto množina bodov bude totiž v dôsledku vzťahov (20) tej istej práce vytvárať na ploche i v mape miesta rovnakého uhla oslnenia v danom časovom momente.

Vektor  $\mathbf{N}$  sme v [13] uvažovali v sústave súr.  $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ , kde rovina  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$  je totožná s rovinou horizontu  $H$  [t. j.  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}) \equiv H$ ], pričom vektor  $\mathbf{i}$  smeruje v tejto rovine k juhu.

Vzhľadom na to, že sme v súr. sústave  $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$  uvažovali súčasne aj jednotkovú guľovú plochu ako pomocnú plochu, koncový bod jednotkového vektora normály  $\mathbf{N}$  v zmysle tej istej práce [13] opíše na tejto jednotkovej guľovej ploche v uvedenej množine bodov na reliéfe kružnicu, resp. oblúk kružnice. Preto množina tých bodov na ploche, ktorých jednotkový vektor  $\mathbf{N}$  má tú vlastnosť, že jeho súradnice sú súradnicami bodov na uvedenej kružnici, tvorí izalumklínu pre zvolený časový moment a uhol  $\delta_{exp}$ . Poloha uvedenej kružnice určenej v zmysle [13] na jednotkovej guľovej ploche sústavou parametrických rovníc

$$\left. \begin{aligned} x_N &= \frac{\cos\beta_L \sin\delta_{LN}}{\sin\gamma} \cos t + \frac{\cos\alpha_L \cos\gamma_L \sin\delta_{LN}}{\sin\gamma} \sin t + \cos\alpha_L \cos\delta_{LN} \\ y_N &= \frac{\cos\alpha_L \sin\delta_{LN}}{\sin\gamma} \cos t + \frac{\cos\beta_L \cos\gamma_L \sin\delta_{LN}}{\sin\gamma} \sin t + \cos\beta_L \cos\delta_{LN} \\ z_N &= -\sin\gamma_N \sin\delta_{LN} \sin t + \cos\gamma_L \cos\delta_{LN} \end{aligned} \right\} , \quad (1)$$

kde  $t$  je premenný parameter v intervale  $0^\circ \leq t \leq 360^\circ$ , bude sa meniť so zmenou smeru vektora  $\mathbf{L}$  a taktiež so zmenou veľkosti uhla  $\delta_{LN}$ , lebo v sústave rovníc vystupujú súradnice  $x_L = \cos\alpha_L$ ,  $y_L = \cos\beta_L$ ,  $z_L = \cos\gamma_L$  jednotkového vektora  $\mathbf{L}$  ako konštanty premenné so zmenou času.

Vzhľadom na to, že koncovým bodom jednotkového vektora  $\mathbf{L}$  je v ktoromkoľvek časovom momente určená poloha Slnka na oblohe, je ním určená aj zdanlivá obežná dráha Slnka na oblohe [14]. V práci [14] je zdanlivá obežná dráha Slnka na oblohe uvažovaná v súr. sústave  $\langle O, \mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}' \rangle$ , v ktorej rovina  $(\mathbf{i}', \mathbf{j}') \equiv H$ , pričom jednotkový vektor  $\mathbf{i}'$  smeruje v tejto rovine k juhu, takže rovina  $(\mathbf{i}', \mathbf{k}')$  určuje rovinu miestneho meridiánu. V dôsledku uvedeného je potom v tej istej práci zadanlivá obežná dráha Slnka na oblohe udaná sústavou parametrických rovníc (6).

Vzhľadom na to, že v súr. sústave  $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$  práce [13] je rovina  $(\mathbf{i}, \mathbf{j}) \equiv H$  a taktiež v súr. sústave  $\langle O, \mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}' \rangle$  práce [14] je rovina  $(\mathbf{i}', \mathbf{j}') \equiv H$ , sú obe súr. sústavy totožné, t. j.  $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle \equiv \langle O, \mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}' \rangle$ . Preto ak nezmeníme podmienky a súr. sústavu  $\langle O, \mathbf{i}', \mathbf{j}', \mathbf{k}' \rangle$  v práci [14] označíme teraz vzhľadom na [13]  $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ , parametrické rovnice zdanlivej obežnej dráhy Slnka na oblohe budú znieť

$$\left. \begin{aligned} x_L &= \sin\varphi \cos\delta_\odot \cos T - \cos\varphi \sin\delta_\odot \\ y_L &= \cos\delta_\odot \sin T \\ z_L &= \cos\varphi \cos\delta_\odot \cos T + \sin\varphi \sin\delta_\odot \end{aligned} \right\} , \quad (2)$$

kde označenie i význam konštant je ten istý ako v práci [14], t. j.  $\varphi$  je zemepisná šírka skúmaného miesta na reliéfe,  $\delta_\odot$  označuje deklináciu Slnka a  $T$  je premenný parameter v intervale  $0^\circ \leq T \leq 360^\circ$ .

V tabuľke 1 sú pre zemepisnú šírku  $\varphi = 48^\circ 30'$  a pre všetky prípady dvoch dní v letnom polroku s rovnakou hodnotou  $\delta_\odot$  vypočítané hodnoty súr.  $x_L$ ,  $y_L$ ,  $z_L$  jednotkového vektora  $\mathbf{L}$ , pričom parameter  $T$  bol volený v intervale  $\Delta T = 5^\circ$ . V tabuľkách sú zároveň vyčíslené jednak kartézske súradnice jednotkového vektora  $\mathbf{L}$ , jednak v zmysle vzťahov (9, 10) práce [14] aj jeho polárne súradenie  $A_\odot$ ,  $h_\odot$ , kde  $A_\odot$  je azimut Slnka a  $h_\odot$  je výška Slnka nad obzorom  $H$ . Obidve hodnoty sú počítané pre miestny čas, takže majú platnosť pre ktorékoľvek miesto na rovnobežke  $\varphi = 48^\circ 30'$ .

Pretože  $|\mathbf{L}| = 1$  o jeho súradniciach  $x_L = \cos\alpha_L$ ,  $y_L = \cos\beta_L$ ,  $z_L = \cos\gamma_L$ , ktoré sú zároveň aj jeho smerové kosinusy, platí

$$\cos^2\alpha_L + \cos^2\beta_L + \cos^2\gamma_L = 1, \quad (3)$$

o čom sa pre ktorúkoľvek vypočítanú hodnotu súradníc vektora  $\mathbf{L}$  môžeme v tab. 1 presvedčiť.

V zmysle práce [13] a práce [14] vzťahov (9), (10) a (11) výška  $h_\odot$  Slnka nad horizontom  $H$  v ktorúkoľvek dennú dobu, vyjadrená v uhlovej miere a daná v sústave rovníc (11) práce [14] tretou rovnicou, určuje zároveň v mieste prechodu zo svetla do

Tabulka I

$\delta_{\odot} = 0^{\circ}00'$  21. III.  
21. IX.

$\varphi = 48^{\circ}30'$

$\cos^2 \alpha_L + \cos^2 \beta_L = 1$

$\cos^2 \gamma_L + \cos^2 h_{\odot} = 1$

Miestny čas	12h 00m	11h 40m 12h 20m	11h 20m 12h 40m	11h 00m 13h 00m	10h 40m 13h 20m	10h 20m 13h 40m	10h 00m 14h 00m	9h 40m 14h 20m	9h 20m 14h 40m	9h 00m 15h 00m
T	0°	5° 355°	10° 350°	15° 345°	20° 340°	25° 335°	30° 330°	35° 325°	40° 320°	45° 315°
$x_L = \cos \alpha_L$	+0,74896	+0,74611	+0,73758	+0,72344	+0,70379	+0,67879	+0,64862	+0,61351	+0,57373	+0,52960
$y_L = \cos \beta_L$	0	±0,08716	±0,17365	±0,25882	±0,34202	±0,42262	±0,50000	±0,57358	±0,64279	±0,70711
$z_L = \cos \gamma_L$	+0,66262	+0,66010	+0,65256	+0,64004	+0,62266	+0,60054	+0,57385	+0,54279	+0,50759	+0,46855
dop.	0	6°40'	13°15'	19°41'	25°55'	31°54'	37°38'	43°04'	48°16'	53°10'
A $\odot$ odp.	0	353°20'	346°45'	340°19'	334°05'	328°06'	322°22'	316°56'	311°44'	306°50'
$h_{\odot}$	41°30'	41°18'	40°44'	39°48'	38°31'	36°55'	35°01'	32°52'	30°30'	27°56'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,74896	+0,75118	+0,75773	+0,76834	+0,78249	+0,79960	+0,81896	+0,83987	+0,86160	+0,88344

Miestny čas	8h 40m 15h 20m	8h 20m 15h 40m	8h 00m 16h 00m	7h 40m 16h 20m	7h 20m 16h 40m	7h 00m 17h 00m	6h 40m 17h 20m	6h 20m 17h 40m	6h 00m 18h 00m
T	50° 310°	55° 305°	60° 300°	65° 295°	70° 290°	75° 285°	80° 280°	85° 275°	90° 270°
$x_L = \cos \alpha_L$	+0,48142	+0,42959	+0,37448	+0,31652	+0,25616	+0,19385	+0,13006	+0,06528	0
$y_L = \cos \beta_L$	±0,76604	±0,81915	±0,86603	±0,90631	±0,93969	±0,96593	±0,98481	±0,99619	±1
$z_L = \cos \gamma_L$	+0,42593	+0,38007	+0,33131	+0,28004	+0,22663	+0,17150	+0,11506	+0,05775	0
dop.	57°51'	62°20'	66°37'	70°45'	74°45'	78°39'	82°29'	86°15'	90°00'
A $\odot$ odp.	302°09'	297°40'	293°23'	289°15'	285°15'	281°21'	277°31'	273°45'	270°00'
$h_{\odot}$	25°13'	22°21'	19°21'	16°16'	13°06'	9°53'	6°36'	3°19'	0°00'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,90476	+0,92496	+0,94353	+0,95999	+0,97398	+0,98519	+0,99336	+0,99833	1

$\delta_{\odot} = 5^{\circ}01'$     3. IV.     $\varphi = 48^{\circ}30'$      $x_L = \cos \alpha_L$ ,  $y_L = \cos \beta_L$ ,  $z_L = \cos \gamma_L$      $\cos^2 \alpha_L + \cos^2 \beta_L + \cos^2 \gamma_L = 1$      $\cos^2 \gamma_L + \cos^2 h_{\odot} = 1$   
 10. IX.

Miestny čas	12h 00m	11h 40m 12h 20m	11h 20m 12h 40m	11h 00m 13h 00m	10h 40m 13h 20m	10h 20m 13h 40m	10h 00m 14h 00m	9h 40m 14h 20m	9h 20m 14h 40m	9h 00m 15h 00m
$T$	0°	5° 355°	10° 350°	15° 345°	20° 340°	25° 335°	30° 330°	35° 325°	40° 320°	45° 315°
$x_L$	+0,68813	+0,68529	+0,67679	+0,66271	+0,64313	+0,61823	+0,58818	+0,55320	+0,51358	+0,46961
$y_L$	0	±0,08683	±0,17298	±0,25783	±0,34071	±0,42100	±0,49808	±0,57138	±0,64032	±0,70439
$z_L$	+0,72559	+0,72309	+0,71557	+0,70310	+0,68579	+0,66375	+0,63716	+0,60622	+0,57116	+0,53226
$A_{\odot}$ dop. odp.	0	7°13' 352°47'	14°20' 345°40'	21°16' 338°44'	27°55' 332°05'	34°15' 325°45'	40°16' 319°44'	45°56' 314°04'	51°16' 308°44'	56°19' 303°41'
$h_{\odot}$	46°31'	46°19'	45°41'	44°41'	43°18'	41°35'	39°35'	37°19'	34°50'	32°10'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,68812	+0,69076	+0,69854	+0,71109	+0,72779	+0,74796	+0,77073	+0,79530	+0,82084	+0,84658

Miestny čas	8h 40m 15h 20m	8h 20m 15h 40m	8h 00m 16h 00m	7h 40m 16h 20m	7h 20m 16h 40m	7h 00m 17h 00m	6h 40m 17h 20m	6h 20m 17h 40m	6h 00m 18h 00m	5h 40m 18h 20m
$T$	50° 310°	55° 305°	60° 300°	65° 295°	70° 290°	75° 285°	80° 280°	85° 275°	90° 270°	95° 265°
$x_L = \cos \alpha_L$	+0,42163	+0,36999	+0,31509	+0,25736	+0,19723	+0,13515	+0,07161	+0,00708	-0,05795	-0,12298
$y_L = \cos \beta_L$	±0,76310	±0,81601	±0,86271	±0,90283	±0,93608	±0,96222	±0,98103	±0,99237	±0,99617	±0,99238
$z_L = \cos \gamma_L$	+0,48981	+0,44412	+0,39555	+0,34447	+0,29127	+0,23635	+0,18013	+0,12304	+0,06550	+0,00797
$A_{\odot}$ dop. odp.	61°05' 298°55'	65°37' 294°23'	69°57' 290°03'	74°05' 285°55'	78°06' 281°54'	82°00' 278°00'	85°50' 274°10'	89°36' 270°24'	93°20' 266°40'	97°04' 262°56'
$h_{\odot}$	29°20'	26°22'	23°18'	20°09'	16°56'	13°40'	10°23'	7°04'	3°45'	0°27'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,87183	+0,89597	+0,91845	+0,93879	+0,95664	+0,97167	+0,98364	+0,99240	+0,99785	+0,99997

Pokrač. tab. 1

$$\delta_{\odot} = 10^{\circ}05' 16. \text{ IV.} \\ 27. \text{ VIII.}$$

$$\varphi = 48^{\circ}30'$$

$$\cos^2 \alpha_L + \cos^2 \beta_L + \cos^2 \gamma_L = 1$$

$$\cos^2 \gamma_L + \cos^2 h_{\odot} = 1$$

Miestny čas	12h 00m	11h 40m 12h 20m	11h 20m 12h 40m	11h 00m 13h 00m	10h 40m 13h 20m	10h 20m 13h 40m	10h 00m 14h 00m	9h 40m 14h 20m	9h 20m 14h 40m	9h 00m 15h 00m
$T$	0°	5° 355°	10° 350°	15° 345°	20° 340°	25° 335°	30° 330°	35° 325°	40° 320°	45° 315°
$x_L = \cos \alpha_L$	+0,62138	+0,61858	+0,61018	+0,59626	+0,57691	+0,55229	+0,52259	+0,48802	+0,44886	+0,40541
$y_L = \cos \beta_L$	0	±0,08581	±0,17097	±0,25482	±0,33674	±0,41609	±0,49228	±0,56472	±0,63286	±0,69619
$z_L = \cos \gamma_L$	+0,78351	+0,78103	+0,77360	+0,76128	+0,74417	+0,72239	+0,69611	+0,66553	+0,63088	+0,59243
$A_{\odot}$ dop. odp.	0	7°54' 352°06'	15°39' 344°21'	23°08' 336°52'	30°16' 329°44'	37°00' 323°00'	43°17' 316°43'	49°10' 310°50'	54°39' 305°21'	59°47' 300°13'
$h_{\odot}$	51°35'	51°21'	50°41'	49°35'	48°05'	46°15'	44°07'	41°43'	39°07'	36°20'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,62138	+0,62449	+0,63367	+0,64843	+0,66799	+0,69149	+0,71794	+0,74637	+0,77588	+0,80562

8h 40m 15h 20m	8h 20m 15h 40m	8h 00m 16h 00m	7h 40m 16h 20m	7h 20m 16h 40m	7h 00m 17h 00m	6h 40m 17h 20m	6h 20m 17h 40m	6h 00m 18h 00m	5h 40m 18h 20m	5h 20m 18h 40m
50° 310°	55° 305°	60° 300°	65° 295°	70° 290°	75° 285°	80° 280°	85° 275°	90° 270°	95° 265°	100° 260°
+0,35798	+0,30695	+0,25269	+0,19563	+0,13619	+0,07484	+0,01204	-0,05174	-0,11601	-0,18028	-0,24406
±0,75421	±0,80649	±0,85265	±0,89231	±0,92518	±0,95101	±0,96960	±0,98081	±0,98455	±0,98081	±0,96960
+0,55047	+0,50532	+0,45732	+0,40684	+0,35426	+0,29998	+0,24442	+0,18799	+0,13113	+0,07427	+0,01784
64°37' 295°23'	69°10' 290°50'	73°30' 286°30'	77°38' 282°22'	81°38' 278°22'	85°30' 274°30'	89°17' 270°43'	93°01' 266°59'			
33°24'	30°21'	27°13'	24°00'	20°45'	17°27'	14°09'	10°50'	7°32'	4°15'	1°01'
+0,83485	+0,86293	+0,88930	+0,91350	+0,93515	+0,95395	+0,96967	+0,98217	+0,99136	+0,99725	+0,99984

Pokrač. tab. 1

$$\delta_{\odot} = 15^{\circ}02'$$

1. V.  
12. VIII.

$$\varphi = 48^{\circ}30'$$

$$\cos^2 \alpha_L + \cos^2 \beta_L + \cos^2 \gamma_L = 1$$

$$\cos^2 \gamma_L + \cos^2 h_{\odot} = 1$$

Miestny čas	12h 00m	11h 40m 12h 20m	11h 20m 12h 40m	11h 00m 13h 00m	10h 40m 13h 20m	10h 20m 13h 40m	10h 00m 14h 00m	9h 40m 14h 20m	9h 20m 14h 40m	9h 00m 15h 00m
T	0°	5° 355°	10° 350°	15° 345°	20° 340°	25° 335°	30° 330°	35° 325°	40° 320°	45° 315°
$x_L = \cos \alpha_L$	+0,55146	+0,54870	+0,54047	+0,52681	+0,50784	+0,48369	+0,45455	+0,42064	+0,38223	+0,33960
$y_L = \cos \beta_L$	0	±0,08418	±0,16771	±0,24996	±0,33031	±0,40815	±0,48289	±0,55395	±0,62079	±0,68291
$z_L = \cos \gamma_L$	+0,83420	+0,83178	+0,82449	+0,81241	+0,79562	+0,77426	+0,74848	+0,71848	+0,68449	+0,64678
$A_{\odot}$ dop. odp.	0	8°43' 351°17'	17°14' 342°46'	25°23' 334°37'	33°03' 326°57'	40°10' 319°50'	46°44' 313°16'	52°47' 307°13'	58°23' 301°37'	63°34' 296°26'
$h_{\odot}$	56°32'	56°17'	55°32'	54°20'	52°43'	50°44'	48°28'	45°56'	43°12'	40°18'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,55147	+0,55511	+0,56588	+0,58309	+0,60580	+0,63287	+0,66316	+0,69556	+0,72903	+0,76267

8h 40m 15h 20m	8h 20m 15h 40m	8h 00m 16h 00m	7h 40m 16h 20m	7h 20m 16h 40m	7h 00m 17h 00m	6h 40m 17h 20m	6h 20m 17h 40m	6h 00m 18h 00m	5h 40m 18h 20m	5h 20m 18h 40m
50° 310°	55° 305°	60° 300°	65° 295°	70° 290°	75° 285°	80° 280°	85° 275°	90° 270°	95° 265°	100° 260°
+0,29308	+0,24302	+0,18980	+0,13382	+0,07552	+0,01534	-0,04626	-0,10882	-0,17187	-0,23492	-0,29747
±0,73983	±0,79111	±0,83639	±0,87530	±0,90753	±0,93287	±0,95111	±0,96210	±0,96578	±0,96210	±0,95111
+0,60562	+0,56133	+0,51424	+0,46472	+0,41315	+0,35990	+0,30540	+0,25005	+0,19427	+0,13849	+0,08314
68°23' 291°37'	72°55' 287°05'	77°13' 282°47'	81°22' 278°38'	85°15' 274°45'	89°04' 270°56'	92°47' 267°13'	96°27' 263°33'	100°05' 259°54'	103°43' 256°17'	107°22' 252°38'
37°16'	34°09'	30°57'	27°42'	24°24'	21°06'	17°47'	14°29'	11°12'	7°58'	4°46'
+0,79575	+0,82759	+0,85765	+0,88546	+0,91066	+0,93299	+0,95223	+0,96824	+0,98095	+0,99037	+0,99654

Pokrač. tab. 1

$\delta_{\odot} = 20^{\circ}08'$

21. V.  
23. VII.

$\varphi = 48^{\circ}30'$

$\cos^2 \alpha_L + \cos^2 \beta_L + \cos^2 \gamma_L = 1$

$\cos^2 \gamma_L + \cos^2 h_{\odot} = 1$

Miestny čas	12h 00m	11h 40m 12h 20m	11h 20m 12h 40m	11h 00m 13h 00m	10h 40m 13h 20m	10h 20m 13h 40m	10h 00m 14h 00m	9h 40m 14h 20m	9h 20m 14h 40m	9h 00m 15h 00m	8h 40m 15h 20m
$T$	0°	5° 355°	10° 350°	15° 345°	20° 340°	25° 335°	30° 330°	35° 325°	40° 320°	45° 315°	50° 310°
$x_L = \cos \alpha_L$	+0,47512	+0,47244	+0,46444	+0,45116	+0,43271	+0,40924	+0,38091	+0,34795	+0,31060	+0,26916	+0,22393
$y_L = \cos \beta_L$	0	±0,08183	±0,16304	±0,24300	±0,32112	±0,38679	±0,46945	±0,53853	±0,60351	±0,66390	±0,71923
$z_L = \cos \gamma_L$	+0,87992	+0,87755	+0,87047	+0,85872	+0,84240	+0,82163	+0,79658	+0,76741	+0,73437	+0,69770	+0,65769
$A_{\odot}$ dop. odp.	0°	9°50' 350°10'	19°21' 340°39'	28°19' 331°41'	36°35' 323°25'	44°07' 315°53'	50°57' 309°03'	57°08' 302°52'	62°46' 297°14'	67°56' 292°04'	72°42' 287°18'
$h_{\odot}$	61°38'	61°21'	60°31'	59°10'	57°24'	55°15'	52°48'	50°07'	47°15'	44°15'	41°07'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,47511	+0,47948	+0,49222	+0,51244	+0,53885	+0,57002	+0,60453	+0,64116	+0,67874	+0,71639	+0,75329

8h 20m 15h 40m	8h 00m 16h 00m	7h 40m 16h 20m	7h 20m 16h 40m	7h 00m 17h 00m	6h 40m 17h 20m	6h 20m 17h 40m	6h 00m 18h 00m	5h 40m 18h 20m	5h 20m 18h 40m	5h 00m 19h 00m	4h 40m 19h 20m
55° 305°	60° 300°	65° 295°	70° 290°	75° 285	80° 280°	85° 275°	90° 270°	95° 265°	100° 260°	105° 255°	110° 250°
+0,17527	+0,12353	+0,06911	+0,01244	-0,04607	-0,10596	-0,16678	-0,22807	-0,28936	-0,35018	-0,41007	-0,46858
±0,76909	±0,81311	±0,85093	±0,88227	±0,90690	±0,92463	±0,93531	±0,93889	±0,93531	±0,92463	±0,90690	±0,88227
+0,61464	+0,56886	+0,52072	+0,47057	+0,41882	+0,36582	+0,31202	+0,25779	+0,20356	+0,14976	+0,09677	+0,04501
77°10' 282°50'	81°22' 278°38'	85°21' 274°39'	89°12' 270°48'	92°55' 267°05'	96°32' 263°28'	100°07' 259°53'	103°39' 256°21'	107°11' 252°49'	110°45' 249°15'	114°20' 245°40'	117°58' 242°02'
37°56'	34°40'	31°23'	28°03'	24°46'	21°28'	18°11'	14°56'	11°45'	8°37'	5°33'	2°35'
+0,78881	+0,82243	+0,85373	+0,88236	+0,90807	+0,93069	+0,95007	+0,96620	+0,97906	+0,98872	+0,99531	+0,99899

Pokrač. tab. 1

$$\delta_{\odot} = 23^{\circ}27'$$

21. IV.

$$\varphi = 48^{\circ}30'$$

$$\cos^2 \alpha_L + \cos^2 \beta_L + \cos^2 \gamma_L = 1$$

$$\cos^2 \gamma_L + \cos^2 h_{\odot} = 1$$

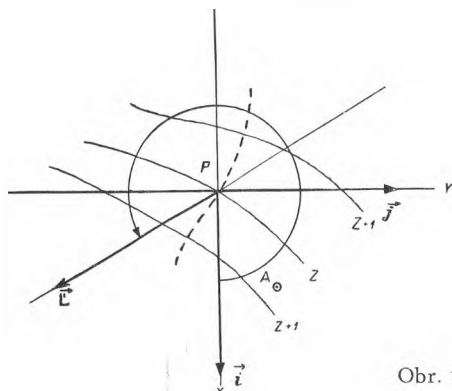
Miestny čas	12h 00m	11h 40m 12h 20m	11h 20m 12h 40m	11h 00m 13h 00m	10h 40m 13h 20m	10h 20m 13h 40m	10h 00m 14h 00m	9h 40m 14h 20m	9h 20m 14h 40m	9h 00m 15h 00m	8h 40m 15h 20m
<i>T</i>	0°	5° 355°	10° 350°	15° 345°	20° 340°	25° 335°	30° 330°	35° 325°	40° 320°	45° 315°	50° 310°
$x_L = \cos \alpha_L$	+0,42341	+0,42079	+0,41297	+0,40000	+0,38197	+0,35904	+0,33136	+0,29915	+0,26266	+0,22217	+0,17797
$y_L = \cos \beta_L$	0	±0,07996	±0,15931	±0,23744	±0,31377	±0,38772	±0,45871	±0,52621	±0,58970	±0,64871	±0,70277
$z_L = \cos \gamma_L$	+0,90594	+0,90363	+0,89671	+0,88523	+0,86928	+0,84899	+0,82450	+0,79600	+0,76372	+0,72790	+0,68880
$A_{\odot}$ dop. odp.	0°	10°46' 349°14'	21°06' 338°54'	30°42' 329°18'	39°24' 320°36'	47°12' 312°48'	54°09' 305°51'	60°23' 299°37'	66°00' 294°00'	71°06' 288°24'	75°47' 284°53'
$h_{\odot}$	64°57'	64°38'	63°44'	62°17'	60°23'	58°06'	55°32'	52°45'	49°48'	46°43'	43°32'
$\sin \gamma_L = \cos h_{\odot}$	+0,42341	+0,42830	+0,44262	+0,46515	+0,49432	+0,52841	+0,56586	+0,60530	+0,64554	+0,68569	+0,72495

8h 20m 15h 40m	8h 00m 16h 00m	7h 40m 16h 20m	7h 20m 16h 40m	7h 00m 17h 00m	6h 40m 17h 20m	6h 20m 17h 40m	6h 00m 18h 00m	5h 40m 18h 20m	5h 20m 18h 40m	5h 00m 19h 00m	4h 40m 19h 20m
55° 305°	60° 300°	65° 295°	70° 290°	75° 285	80° 280°	85° 275°	90° 270°	95° 265°	100° 260°	105° 255°	110° 250°
+0,13042	+0,07986	+0,02669	-0,02869	-0,08585	-0,14437	-0,20380	-0,26369	-0,32358	-0,38301	-0,44153	-0,49869
±0,75150	±0,79450	±0,83146	±0,86208	±0,88615	±0,90347	±0,91392	±0,91741	±0,91392	±0,90347	±0,88615	±0,86208
+0,64672	+0,60200	+0,55495	+0,50596	+0,45538	+0,40361	+0,35103	+0,29805	+0,24507	+0,19249	+0,14072	+0,09014
80°09' 279°51'	84°16' 275°44'	88°10' 271°50'	91°54' 268°06'	95°32' 264°28'	99°05' 260°55'	102°34' 257°26'	106°02' 253°58'	109°30' 250°30'	112°58' 247°02'	116°29' 243°31'	120°03' 239°57'
40°18'	37°01'	33°42'	30°24'	27°05'	23°48'	20°33'	17°20'	14°11'	11°06'	8°05'	5°10'
+0,76272	+0,79850	+0,83189	+0,86256	+0,89029	+0,91493	+0,93637	+0,95455	+0,96951	+0,98130	+0,99005	+0,99593



tieňa v bode  $P$  na reliéfe veľkosť uhla  $\eta'$  v smere dopadajúceho slnečného lúča vzhľadom na to, že v tomto mieste je vektor  $\mathbf{L} \perp \mathbf{N}$ . Vypočítaná hodnota azimutu Slnka  $A_{\odot}$  v tab. 1 určuje potom v zmysle práce [14] smer premeritného slnečného lúča do roviny  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$  (do mapy) a veľkosť uhla  $h_{\odot}$  určuje veľkosť sklonu na reliéfe v smere tohto lúča, v mieste prechodu zo svetla do tieňa ( $\mathbf{L} \perp \mathbf{N}$ ) (obr. 1).



Obr. 1.

Absolútne hodnoty súradníc  $x_L, y_L, z_L$  vektora  $\mathbf{L}$  platia súčasne pre dve korešpondujúce hodiny, tak ako je to vyznačené v tab. 1. Pre odpoľudňajšie hodiny sa však znamienka pri súr.  $y_L = \cos\beta_L$  menia na záporné, čo má vplyv na znamienka súradníc  $x_N, y_N$  vektora normály  $\mathbf{N}$ .

Numerické hodnoty súr.  $x_N, y_N, z_N$  vektora normály  $\mathbf{N}$  podľa sústavy par. rovníc (1) pre jednotlivé izalumklíny môžeme počítať v určitých časových intervaloch (napr. 1 hod.) a uhlových intervaloch  $\Delta\delta_{LN}$  pre uhol  $\delta_{LN}$  určujúcim v zmysle vzťahu (20) práce [13] uhol oslnenie reliéfu  $\delta_{exp} = 90^\circ - \delta_{LN}$ .

Ak teda po stanovení časových intervalov dosadíme z tab. 1 do sústavy rovníc (1) pre príslušnú počítanú hodinu vyčíslené hodnoty  $\cos\alpha_L, \cos\beta_L, \cos\gamma_L, \sin\gamma_L$ , dostaneme pre zvolenú hodnotu uhla  $\delta_{LN}$  veličín  $\sin\delta_{LN}, \cos\delta_{LN}$  tej istej súst. rovníc pri postupnej zmene parametra  $t$  o  $\Delta t$  (napr.  $5^\circ$ ) číselné hodnoty súradníc  $x_N, y_N, z_N$  vektora  $\mathbf{N}$  pre body na reliéfe tvoriace izalumklínu  $\delta_{exp}$  vo zvolenej hodine. Súr.  $x_N, y_N, z_N$  vektora  $\mathbf{N}$  vzhľadom na  $|\mathbf{N}| = 1$  sú zároveň aj jeho smerovými kosínusmi, o ktorých platí

$$\cos^2\alpha_N + \cos^2\beta_N + \cos^2\gamma_N = 1,$$

o čom sa môžeme presvedčiť z tab. 2. V tabulke 2 sú spočítané hodnoty súradníc  $x_N, y_N, z_N$  vektora  $\mathbf{N}$  pre korešpondujúce hodiny a  $9^{00}-15^{00}$ . Tab. 2 nie je optimálnym variantom zápisu všetkých hodnôt  $\mathbf{N} \{x_N, y_N, z_N\}$  z hľadiska miesta. Tvoria však, ako si všimneme ďalej, nutný medzikrok k optimálnejšiemu tabuľkovému vyjadreniu v tab. 3.

Aby sme pre zvolenú počítanú hodinu dostali všetky izalumklíny od  $0^\circ$  do  $90^\circ$  vo zvolených intervaloch  $\Delta\delta_{LN}$ , meníme v súst. rovníc (1) pre nezmenené hodnoty  $\cos\alpha_L, \cos\beta_L, \cos\gamma_L, \sin\gamma_L$  postupne vo veličinách  $\sin\delta_{LN}, \cos\delta_{LN}$  hodnoty uhla  $\delta_{LN}$  o hodnotu  $\Delta\delta_{LN}$  (v tab. 2 hodnota  $\Delta\delta_{LN} = 10^\circ$ ).

Vzhľadom na to, že pre rôzne hodnoty veličín  $\cos\alpha_L, \cos\beta_L, \cos\gamma_L, \sin\gamma_L, \sin\delta_{LN}, \cos\delta_{LN}$  majú kružnice určené súst. parametrických rovníc (1) na jednotkovej guľovej

ploche rôzne polohy, vyskytujú sa pri výpočtoch aj záporné hodnoty súradnice  $z_N$  vektora  $\mathbf{N}$  vtedy, keď kružnica prechádza na zápornú stranu pologule jednotkovej guľovej plochy. Množstvo záporných hodnôt  $z_N$  sa mení jednak v závislosti od hodnôt  $\cos\alpha_L$ ,  $\cos\beta_L$ ,  $\cos\gamma_L$ ,  $\sin\gamma_L$ , jednak v závislosti od hodnoty uhla  $\delta_{LN}$  veličín  $\sin\delta_{LN}$ ,  $\cos\delta_{LN}$ . Keďže však veľkosť veličín  $\cos\alpha_L$ ,  $\cos\beta_L$ ,  $\cos\gamma_L$  závisí v zmysle sústavy rovníc (2) od veličín  $\varphi$ ,  $\delta_{\odot}$  a parametra  $T$ , množstvo záporných hodnôt  $z_N$  v konečnom dôsledku závisí od veličín  $\varphi$ ,  $\delta_{\odot}$ ,  $T$  a  $\delta_{LN}$ . Možno povedať, že počet záporných hodnôt stúpa so zväčšujúcim sa uhlom  $\delta_{LN}$ , so zmenšujúcim sa  $\delta_{\odot}$  a s hodnotou  $T$  pre polohy Slnka bližšie sa k horizontu  $H$ . Maximálny počet záporných hodnôt  $z_N$  — dva kvadranty pre parameter  $0^\circ \leq t \leq 360^\circ$  — pri ktorejkoľvek hodnote  $\delta_{\odot}$  dosahuje: a) pre všetky hodiny v dni pri  $\delta_{LN} = 90^\circ$ , lebo vtedy je vektor  $\mathbf{L} \perp \mathbf{N}$ , a preto jeho koncový bod opisuje na jednotkovej guľovej ploche hlavnú kružnicu, b) pre všetky hodnoty  $\delta_{LN}$  pre moment západu a východu Slnka, lebo pre tieto hodnoty sa stredy kružníc (1) nachádzajú v rovine  $H$ .

Záporné hodnoty sú na reliéfe možné (sklon väčší ako  $90^\circ$ ) a vyskytujú sa vo vysoko-horskom reliéfe pri previsnutých stenách, ktorý však nemôžeme bez neprípustnej generalizácie nahradiť spojitou plochou, a preto tento prípad nebudeme uvažovať. Zároveň z tab. 2 vyplýva, že všetky  $z_N$  sú pre dva a dva kvadranty rovnaké, ďalej, že  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $z_N$  v I. a III. kvadrante 9h00m sa rovnajú  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $z_N$  II. a IV. kvadrantu 15h00m, pričom  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $z_N$  II a IV kvadrantu 9h00m sa rovnajú hodnotám  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $z_N$  I. a III. kvadrantu 15h00m, čo môžeme napísať v schéme

$$\begin{array}{c|c} 9h00m & \begin{array}{cccc} \text{I.} & \text{II.} & \text{III.} & \text{IV.} \end{array} \text{ kv.} \\ 15h00m & \begin{array}{cccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \end{array} \text{ II. I. IV. III. kv.} \end{array}$$

Znamienka pri súradniciach  $x_N$ ,  $z_N$  zostávajú pritom tie isté, mení sa iba znamienko súr.  $y_N$  na opačné pre odpoľudňajšie hodiny. Tento fakt platí pre ktorúkoľvek dvojicu korešpondujúcich dopoludňajších a odpoľudňajších hodín v ktorejkoľvek dvojici dní odpovedajúcich hodnote  $\delta_{\odot}$  a vyplýva z meniacich sa znamienok  $y_L$  pre korešpondujúcu odpoľudňajúcu hodinu miestneho času k príslušnej hodine dopoludňajšej, ako to ukazuje aj tab. 1. V dôsledku toho môžeme, ako to vyplýva aj z tab. 2, každej jednej hodnote  $z_N = \cos\gamma_N$  (t. j. hodnote kosínusu uhla sklonu na reliéfe v smere spád. krivky) priradiť v každej hodine v dvojici korešpondujúcich hodín po dve dvojice súradníc  $x_N$ ,  $y_N$  v takomto zápise

$$\begin{array}{l} 15^{00} \text{ hod } x_{N1,1}, y_{N1,1}; x_{N1,2}, y_{N1,2} \\ 9^{00} \text{ hod } x_{N2,1}, y_{N2,1}; x_{N2,2}, y_{N2,2} \end{array} \left\| \right. ; z_N. \quad (4)$$

Prvý index v poradí znamená poradie dvojice súradníc  $x_N$ ,  $y_N$  v riadkoch podľa korešpondujúcich hodín, druhý index v poradí znamená poradie dvojice súr.  $x_N$ ,  $y_N$  v stĺpcoch v každej z dvojice hodín.

V ďalších úvahách nebudeme záporné hodnoty  $z_N$  vzhľadom na uvedené dôsledky na reliéfe uvažovať.

Všeobecný zápis (4) vyjadrený číselne podľa tab 2. pre  $\delta_{exp} = 10^\circ$  a hodnotu parametra  $t = 185^\circ$  a  $t = 355^\circ$  bude znieť

$$\begin{array}{l} 9^{00} \text{ hod } -0,76007, +0,62852; +0,87249, -0,45990 \\ 15^{00} \text{ hod } +0,87249, -0,45990; -0,76007, -0,62852 \end{array} \left\| \right. ; \pm 0,16510. \quad (4')$$

Vyjadrieme teraz kartézske súradnice  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $z_N$  vektora  $\mathbf{N}$  pomocou polárnych súradníc  $A_N$ ,  $\gamma_N$ , kde uhol  $A_N$  znamená orientáciu reliéfu od  $0^\circ$  do  $360^\circ$  počnúc od jednotkového

vektora  $\mathbf{i}$  v rovine  $(\mathbf{i}, \mathbf{j})$  v kladnom smere a uhol  $\gamma_N$  znamená sklon reliéfu v smere spádovej krivky.

Pri numerických výpočtoch je výhodnejšie síce pracovať so súradnicami  $x_N, y_N, z_N$ , avšak pri metrických prácach v mape by sa súradnice  $x_N, y_N$  okrem súradnice  $z_N$ , nedali priamo metricky zistiť v ich uhlovej hodnote (vzhľadom na  $|\mathbf{N}| = 1$  a z toho vyplývajúcim dôsledkom pre jeho súradnice), kým horizontálny uhol  $A_N$  môžeme merať priamo v mape.

Pre transformáciu kartézskych súradníc do polárnych platia vzťahy

$$\begin{aligned} x_N &= \cos\alpha_N = \sin\gamma_N \cos A_N \\ y_N &= \cos\beta_N = \sin\gamma_N \sin A_N \\ z_N &= \cos\gamma_N = \cos\gamma_N \end{aligned} \quad (5)$$

Aby sme odstránili vo vzťahoch (5) veličinu  $\sin\gamma_N$ , vydelíme prvú rovnicu druhou, čím dostaneme

$$\begin{aligned} \frac{x_N}{y_N} &= \frac{\cos\alpha_N}{\cos\beta_N} = \cotg A_N \\ z_N &= \cos\gamma_N = \cos\gamma_N \end{aligned} \quad (6)$$

odkiaľ už môžeme priamo vyčíslieť tabuľkovú hodnotu uhla  $A_N$  a  $\gamma_N$ , takže zápis (4) a teda aj (4') môžeme v zmysle (6) vyjadriť ako

$$\begin{aligned} 9^{00} \text{ hod} & \left. \begin{array}{l} \frac{x_{N1,1}}{y_{N1,1}} ; \frac{x_{N1,2}}{y_{N1,2}} \\ \frac{x_{N2,1}}{y_{N2,1}} ; \frac{x_{N2,2}}{y_{N2,2}} \end{array} \right\| ; z_N \left. \begin{array}{l} \frac{-0,76007}{+0,62852} ; \frac{+0,87249}{-0,45990} \\ \frac{+0,87249}{+0,45990} ; \frac{-0,76007}{-0,62852} \end{array} \right\| +0,16510. \quad (6') \end{aligned}$$

Konečné určenie hodnoty uhla  $A_N$  z hodnoty tabuľkovej  $A_{Ntab}$  (po vyhľadanií uhla v goniometrických tabuľkách) záleží pre vždy uvažované kladné hodnoty súr.  $z_N$ , na tom, v ktorom z prvých štyroch oktantov sa nachádza vektor  $\mathbf{N}$ , čiže na znamienkach hodnôt  $x_N, y_N$ , pričom môžu zrejme celkove nastať tieto varianty (obr. 2)

$$\frac{+x_N}{-y_N} ; \frac{+x_N}{-y_N} ; \frac{-x_N}{+y_N} ; \frac{-x_N}{+y_N} \quad (7)$$

K definitívnemu vyhodnoteniu uhla  $A_N$  zo zápisu (6') potrebujeme teda vzťahy (7), na základe ktorých môžeme písať konečné hodnoty

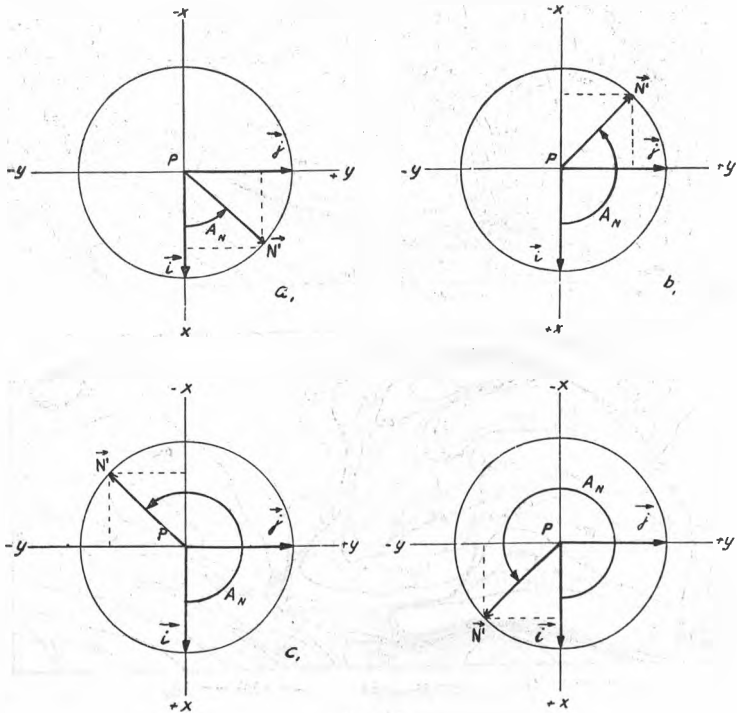
$$\begin{aligned} 9^{00} \text{ hod} & \left. \begin{array}{l} 140^{\circ}25' , 332^{\circ}12' \\ 27^{\circ}48' , 219^{\circ}35' \end{array} \right\| ; 80^{\circ}30' \quad (8) \end{aligned}$$

Stotiny minút sme zaokrúhlili na celé minúty, čo pre metrické práce v mapách veľkých mierok je čo do presnosti prípustné.

Toto je myšlienková podstata konečného numerického vyjadrenia hodnôt polárnych súradníc  $A_N, \gamma_N$  jednotkového vektora normály  $\mathbf{N}$  v množine bodov na reliéfe tvoriacich príslušnú izalumklínu a ich racionálneho stabuľkovania — tab. 3.

Spôsobov na konečnú úpravu tabuliek je prirodzene viac. V príspevku sme volili tento spôsob, lebo sú pri ňom jednoznačne vyjadrené konečné hodnoty  $A_N$  pre obe príslušné korešpondujúce hodiny bez nutnosti akéhokolvek ďalšieho doplnujúceho prepočtu.

V tabulke 3 sú vypočítané a stabulkované hodnoty  $A_N$ ,  $\gamma_N$  pre  $\varphi = 48^\circ 30'$  pre  $\varphi = 48^\circ 30'$  a  $\delta_\odot = 5^\circ 01'$ , t. j. pre dvojicu dní 3. IV. a 10. IX. po intervaloch  $\Delta t = 5^\circ$  parametra  $t$  a pre  $\Delta \delta_{exp} = 10^\circ$  uhla expozície  $\delta_{exp}$  a v časovom intervale 1 hod.

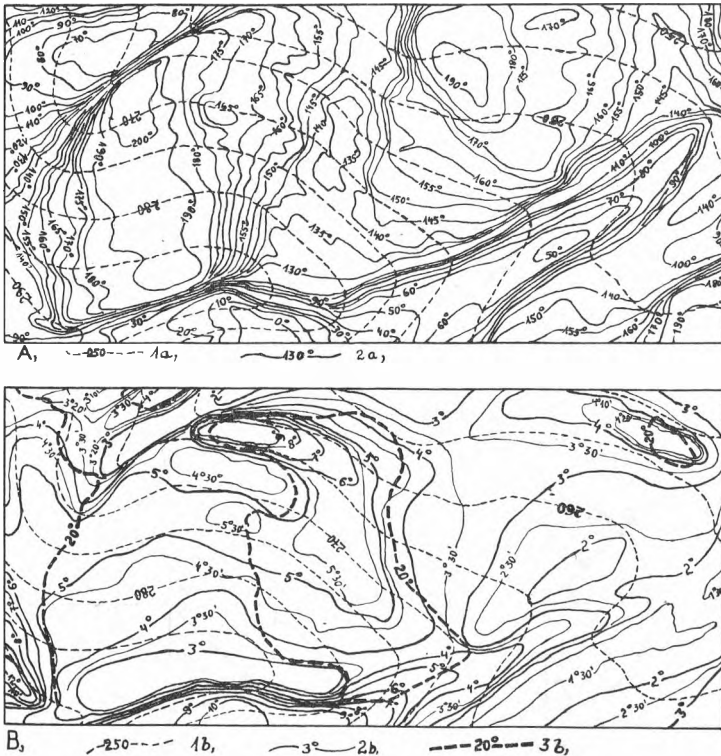


Obr. 2.

Pri konečnom výpočte tabuliek boli intervaly  $\Delta t = 5^\circ$  parametra  $t$  v rovniciach (1) podľa potreby miestami zahustené na  $\Delta t = 2^\circ 30'$ , resp.  $\Delta t = 1^\circ$  vzhľadom na to, že jednak lineárnej zmene parametra  $t$  o  $\Delta t$  neodpovedá lineárna zmena súr. hodnôt  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $z_N$  vektora  $\mathbf{N}$  opisujúceho na jednotkovej guľovej ploche kružnicu, jednak preto, že tieto kružnice sa v závislosti od veličín  $T$ ,  $\delta_{LN}$ , a na  $\delta_\odot$  nachádzajú v rôznych polohách na tejto guľovej ploche, čo po prepočítaní súradníc  $x_N$ ,  $y_N$ ,  $z_N$  do polárnych súr.  $A_N$ ,  $\gamma_N$ , hlavne pri polohách vektora  $\mathbf{N}$  blízkych vektoru  $\mathbf{k}(0,0,1)$  rozdiely v uhle  $A_N$  zväčšuje. Preto sme intervaly miestami zahustili tak, aby rozdiel  $\Delta A_N$  z jednej hodnoty  $A_N$  na druhú hodnotu nebol väčší ako  $10^\circ$ .

Ak v mape veľkej mierky zmeriame sklon svahu  $\gamma_N$  na reliéfe v smere spádovej krivky a jeho orientáciu  $A_N$ , môžeme v nej vyhľadať podľa tab. 3 body pre príslušnú hodinu a hodnotu  $\delta_{exp}$  a interpolovať príslušnú izalumklínu. Ak však v zmysle práce [22] skonštruujeme v určitých intervaloch  $\Delta A$  čiary rovnakej orientácie reliéfu a

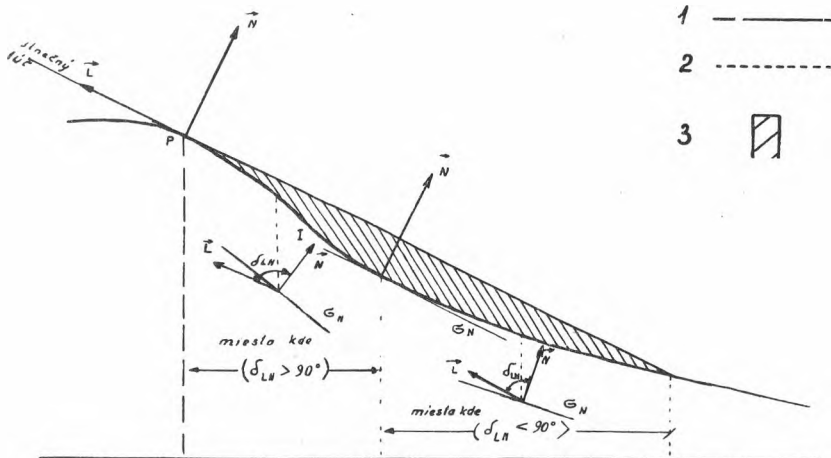
v zmysle prác [11, 12] izoklíny, ktoré nám spájajú na reliéfe miesta rovnakého sklonu v smere spádovej krivky, máme určené v mape sklony v skúmanej oblasti reliéfu, ako aj rôzny priebeh jeho orientácie, takže máme podklad pre priame vyhľadanie bodov v mape s hodnotu  $A_N$ ,  $\gamma_N$  podľa tab. 3 pre príslušnú izalumklínu. Týmito bodmi potom interpolujeme izalumklínu (obr. 3).



Obr. 3.

V práci [13] sa spomína, že v miestach na reliéfe, ktoré v príslušnú hodinu nie sú oslnené, príslušná izalumklína chýba. Tento predpoklad platí napriek tomu, že táto časť reliéfu môže mať takú orientáciu a spádové pomery, že príslušné izalumklíny by v nich mohli existovať, avšak sa nachádza v tieňovom zákryte iných častí reliéfu [14]. Preto sa príslušné izalumklíny končia na rozhraní svetla a tieňa. Rozhranie sa tu chápe nielen pre tie časti reliéfu, pre ktoré vektor  $L \perp N$  v ich konvexnej časti, ale aj pre tie úseky, kde sa v zmysle práce [14] končí vrhaný tieň. Pre prípad, keď vektor  $L \perp N$  je uhol  $\delta_{LN} = 90^\circ$ , a teda  $\delta_{exp} = 0^\circ$ , čo je izalumklína  $\delta_{exp} = 0^\circ$ . Jej časť prebiehajúca po konvexnej časti reliéfu tvorí rozhranie svetla a tieňa (obr. 4).

Teda nie celá nulová izalumklína tvorí rozhranie svetla a tieňa, ale len jej časť, prebiehajúca po konvexnej časti reliéfu. Nulová izalumklína je na spojitaj ploche uzavretá krivka, takže mimo konvexnej časti reliéfu prebieha už na jeho zatienenej časti, čo zachytené v profile vidíme na obr. 4. V tabuľke 2 a 3 chýba tiež hodnota  $\delta_{exp} = 90^\circ$ , lebo pre tieto uhlové hodnoty vektor  $N \equiv L$ .



Obr. 4.

A — mapa čiar rovnakej orientácie reliéfu (mapa smerových frontov). B — mapa izoklín so zostrojenou izalumklínou  $\delta_{exp} = 20^\circ$  pre 16<sup>h</sup> 00<sup>m</sup> odpoľudnia. 1 a, 1 b — vrstevnice, 2 a — čiary rovnakej orientácie reliéfu (smerové fronty), 2 b — izokliny, 3 b — izalumklíny.

Pri členitejšom reliéfe sa vyskytujú hlavne pre menšie hodnoty  $\delta_{\odot}$  v značnej časti dňa dosť rozsiahle zatienené oblasti na reliéfe, ktorých rozsah sa v priebehu dňa i roka (v súvislosti so zmenou  $\delta_{\odot}$ ) mení, takže sa spolu s uhlom oslnenia  $\delta_{exp}$  mení aj dĺžka oslnenia reliéfu [14]. Preto pri komplexnom vyhodnotení dynamiky oslnenia reliéfu musíme popri izalumklínach uvažovať aj časovú dĺžku oslnenia reliéfu a jej rozloženie, čo nám umožní izalumchróny [14]. Sama dĺžka oslnenia reliéfu a jej zachytenie i znázornenie do máp tvorí už samostatnú problematiku.

Cieľom príspevku bolo jednak ukázať možnosti stabelovania vypočítaných číselných hodnôt orientácie reliéfu  $A_N$  a sklonu reliéfu  $\gamma_N$  podľa jednotlivých hodín pre jednotlivé zvolené uhly jednakého oslnenia  $\delta_{exp}$ , jednak ukázať ako podľa týchto stabelovaných hodnôt nájsť v mape body tvoriace na reliéfe jednotlivé izalumklíny pre určité zvolené hodiny.

Prvý riadok tab. 3 zachycuje najnižšie hraničné hodnoty sklonu reliéfu  $\gamma_N$  a im odovedajúce hodnoty orientácie reliéfu  $A_N$ , počnúc od ktorých je reliéf oslnený pod tým istým uhlom  $\delta_{exp}$ . Určitou nevýhodou tab. 3 je, že v ďalších riadkoch nevystupujú vyčíslené hodnoty  $\gamma_N$  v celých uhlových hodnotách, resp. pre nižšie hodnoty  $\gamma_N$ , kde intervaly musia byť hustejšie, v minútach (napr.  $2^\circ 10'$ ,  $2^\circ 20'$ ,  $2^\circ 30'$ ,  $3^\circ 00'$ ,  $3^\circ 30'$ ... atď.). Je to preto, lebo celým hodnotám parametra  $t$  v stupňoch v intervale  $0^\circ \leq t \leq 360^\circ$  väčšinou neodpovedajú vypočítané celé hodnoty  $\gamma_N$ .

I celé hodnoty sklonu reliéfu  $\gamma_N$  je možné dosiahnuť úpravou výpočtu tak, že najprv nájdeme také hodnoty parametra  $t$  v intervale  $0^\circ \leq t \leq 360^\circ$ , pre ktoré pri výpočte dostaneme vždy len celé hodnoty  $\gamma_N$  buď v stupňoch, alebo v celých desiatkach minút v ľubovoľne zvolených intervaloch  $\gamma_N$ . Osamostatnime preto z tretej rovnice

$$z_N = -\sin\gamma_L \sin\delta_{LN} \sin t + \cos\gamma_L \cos\delta_{LN} \quad (9)$$

sústavy rovníc (1) veličinu  $\sin t$  ako neznámu, t. j.

$$\sin t = \frac{\cos \gamma_L \cos \delta_{LN} - z_N}{\sin \gamma_L \sin \delta_{LN}}, \quad (10)$$

príčom veličina  $z_N = \cos \gamma_N$  bude vždy pre vopred stanovenú hodnotu uhla  $\delta_{LN}$  známa voliteľná veličina v intervale  $\langle (\cos \gamma_N)_{min}, (\cos \gamma_N)_{max} \rangle$  tak, aby rovnica (10) mala pre zvolené  $z_N$  riešenie vzhľadom na  $-1 \leq \sin t \leq +1$ . Indexy *min* a *max* označujú minimálnu a maximálnu hodnotu veličiny  $\cos \gamma_N = z_N$ . To znamená, že musíme najprv zistiť extrémne hodnoty  $(z_N)_e$  rovnice (9) v závislosti od parametra  $t$  a stanoviť ich maximum a minimum. Derivujeme preto rovnicu dva razy podľa parametra  $t$ , čím dostaneme jej prvú a druhú deriváciu

$$\begin{aligned} \frac{dz_N}{dt} &= - \sin \gamma_L \sin \delta_{LN} \cos t \\ \frac{d^2 z_N}{dt^2} &= + \sin \gamma_L \sin \delta_{LN} \sin t \end{aligned} \quad (11)$$

Pre extrémne hodnoty  $(z_N)_e$  rovnice (9) platí, že v (11) bude

$$\left( \frac{dz_N}{dt} \right)_e = 0, \quad (12)$$

čo je splnené pre hodnoty parametra  $t_{e1} = \frac{\pi}{2}$  a  $t_{e2} = \frac{3\pi}{2}$

z ktorých jedna spĺňa podmienky pre minimum a druhá pre maximum. Index  $e$  označuje extrém. Ak pritom

$$\left( \frac{d^2 z_N}{dt^2} \right)_{max} < 0, \quad (13)$$

čo je splnené pre hodnotu parametra  $t_{e(max)} = \frac{3\pi}{2}$ , nadobúda  $z_N$  v (9) maximum (*max*) a ak

$$\left( \frac{d^2 z_N}{dt^2} \right)_{min} > 0, \quad (14)$$

čo je splnené pre hodnotu parametra  $t_{e(min)} = \frac{\pi}{2}$  nadobúda hodnota  $z_N$  minimum (*min*).

Je zrejmé, že maximá a minimá hodnôt  $z_N$  budú mať pre jednotlivé rôzne uhly  $\delta_{LN}$  rôzne hodnoty (ako to skutočne vyplýva i z tab. 3). Tieto hodnoty pre jednotlivé zvolené veľkosti uhlov  $\delta_{LN}$  zistíme výpočtom rovnice (9) pre hodnoty parametrov  $t_{max} = \frac{3\pi}{2}$ ,  $t_{min} = \frac{\pi}{2}$  podľa podmienok (13), (14). Podotknime, že pre  $(z_N)_{max} = (\cos \gamma_N)_{max}$  je hodnota uhla  $\gamma_N$  minimálna vzhľadom na to, že s rastúcou hodnotou  $\cos \gamma_N$  uhol  $\gamma_N$  klesá ( $\cos 90^\circ = 0$ ,  $\cos 0^\circ = 1$ ). Potom pre  $(z_N)_{min} = (\cos \gamma_N)_{min}$  má uhol  $\gamma_N$  maximálnu veľkosť. Ako vyplýva z tab. 2 a tab. 3, dôležité je hlavne stanoviť

hodnoty sklonu  $(\gamma_N)_{min}$ , t. j.  $(\cos\gamma_N)_{max}$  pre jednotlivé uhly  $\delta_{LN}$ , lebo pre väčšinu hodnôt uhla  $\delta_{LN}$  je  $(\gamma_N)_{max} > 90^\circ$ , t. j. súradnica  $z_N$  nadobúda záporné hodnoty, ktoré však vzhľadom na reliéf, ako sme už spomenuli, neuvažujeme, a teda počítame iba s maximálnym uhlom sklonu  $\gamma_N = 90^\circ$ , t. j.  $\cos\gamma_N = 0$ . Po určení minimálnych a maximálnych hodnôt uhla sklonu  $\gamma_N$  stanovíme dostatočne husto jednotlivé hodnoty uhlov sklonu  $\gamma_{N1}, \gamma_{N2}, \gamma_{N3}, \dots$ , ku ktorým vypočítame pomocou rovnice (10) im odpovedajúce hodnoty  $t_1, t_2, t_3 \dots$  parametra  $t$ . Dosadením takto vypočítaných hodnôt parametra  $t$  do prvých dvoch rovníc súst. parameterických rovníc (1) vypočítame v konečnom dôsledku jednotlivé hodnoty orientácie reliéfu  $A_{N1}, A_{2N}, A_{N3}, \dots$  odpovedajúce hodnotám sklonu  $\gamma_{N1}, \gamma_{N2}, \gamma_{N3}, \dots$ . Pri voľbe hodnôt uhlov sklonu  $\gamma_{N1}, \gamma_{N2}, \dots$  musíme dbať však na to, aby rozdiel  $\Delta A_N$  medzi vždy za sebou nasledujúcimi dvoma hodnotami  $A_{N1}, A_{N2}, \dots$  nebol príliš veľký (najlepšie nie väčší ako  $10^\circ$ ).

Uvedený postup je však veľmi náročný na množstvo početných úkonov, a preto sme volili pre parameter  $t$  konštantné intervaly  $\Delta t = 5^\circ$ , v prípade potreby hustejšie, ako sme už uviedli. Tento postup sme volili preto, lebo sme mali k dispozícii iba mechanické počítacie stroje. Pri možnosti použitia samočinného počítacieho stroja je možné bez ťažkostí realizovať druhý postup výpočtu hodnôt  $A_N, \gamma_N$  a ich stabelovania uskutočniť podľa už uvedeného postupu.

Výhodou stabelovaných celých hodnôt sklonu reliéfu  $\gamma_N$  je, že nám ich v mape udávajú v dostatočne hustých intervaloch zostrojené izokliny v celých stupňových hodnotách alebo v ucelených desiatkach minút, takže interpolujeme iba im odpovedajúcu hodnotu orientácie reliéfu  $A_N$  pomocou čiar jednakej orientácie reliéfu (smerové fronty v zmysle práce [22]).

#### LITERATÚRA

1. Dunajev B., *Metodika určení doby oslnění bytu*. Sov. arch. V, č. 3, Praha 1955. — 2. Gassmann F., Gutersohn H., *Kotenstreuung und Relieffaktor*. Geogr. Helv. II. Nr. 1, Bern 1947. — 3. Götschman H., *Eine Untersuchung über die Veränderung der Sonnenscheindauer in der letzten Vierzig Jahren*. Zeit. für Meteor. H. 7,9 B. 14. Berlin 1960. — 4. Garnett A., *Insolation and relief*. Publ. Inst. Brit. Geogr. 5. — 5. Hannauer K., *Fotobiologie architekтуры* I. Praha 1946. — 6. Imhof E., *Isolinienkarten*. Internationales Jahrbuch für Kartographie I. 1961. — 7. Kacvinský M., Kacvinská K., *Slnčné žiarenie v Bratislave*. Zemepisný zborník SAVU IV, č. 3, 4, Bratislava 1953. — 8. Kaempfert W., Morgen A., *Die Besonnung*. Meteorologie B.6 H.5 1962. — 9. Kosický J., *Problém oslnění bytu a ploch*. Sov. arch. IV, č. 2, Praha 1954. — 10. Krch V., *Oslunění budov a vnitřku*. Technicko-vědecké vydavatelství, Praha 1952.

11. Krcho J., *K problému zostrojenia máp gradientov spádu, máp izoklín, izalumklín a izalumchrón*. Geograf. čas. XVI, č. 1, Bratislava 1964. — 12. Krcho J., *Morfometrická analýza spádových pomerov Košickej kotliny*. Acta geol. et geogr. Geographica Nr. 4, Bratislava 1964. — 13. Krcho J., *Oslnenie reliéfu v ľubovoľnom uhle a čase a jeho znázornenie do mapy pomocou izaluklín*. Geograf. čas. XVII, č. 1, Bratislava 1965. — 14. Krcho J., *Dĺžka oslnenia reliéfu a jeho znázornenie do mapy pomocou izalumchrón*. Geograf. čas. XVII, č. 3, Bratislava 1965. — 15. Kudrnovská O., *Exposice topografické plochy*. Kartogr. př. VII, Praha 1953. — 16. Látal A., Látalová B., *Grafické znázornění oslnění ploch*. Meteor. správy, č. 1, 2, 1950. — 17. Neunschwanger G., *Morphometrische Begriffe*. Diss. Zürich 1944. — 18. Peattie R., *Mountain geography*. London 1936. — 19. Richter H., *Eine neue Methode der grossmasstabigen Kartierung des Reliefs*. Pett. geogr. Mitt., 106, J. 1962. — 20. Sirotkin M. P., *Matematičeskaja charakteristika relefa zemnoj poverchnosti*. Geodesist., No 6, 1937.

21. Šalamon B., *Některé morfometrické charakteristiky krajinných reliéfů*. Kart. př. VII. No. 1, 2, Praha 1953. — 22. Šalamon B., *Das typische Isoliniengrundfeld und seine*



Anwendung (1,2 teil). Studia geoph. et geod. 7 (1963) 93. Praha 1963. — 23. Procházka J., *Sférická astronomie*, Praha 1953. — 24. *Hvězdárská ročenka*, ČSAV Praha 1964. — 25. Thauer W., *Neue Methoden der Berechnung und Darstellung der Reliefenergie*. Pett. Mitt. 99. Jg. 1955. — 26. Tomlain J., *Časové a priestorové rozloženie radiačnej bilancie na území ČSSR*. Meteor. správy XVII. č. 6. Praha 1964. — 27. Tomlain J., *Geografické rozloženie globálneho žiarenia na území ČSSR*. Meteorologické správy XVII, č. 6, Praha 1964. — 28. Twardowski M., *Słońce w architekturze*. Arkady, Warszawa 1962.

Recenzoval J. Štohl

Jozef Krcho

THE NUMERICAL EXPRESSION OF THE RELIEF POINTS FORMING ISALUMCLINES BY MEANS OF TABULATED VALUES OF RELIEF INCLINATION AND ORIENTATION

After the theoretical reasoning on relief isalumclines and isalumchrones in the articles [13, 14], the question of practical construction of the isalumclines on the map will be explained in this contribution. As a basis for construction of them tabulated numerical values  $A_N$ ,  $\gamma_N$  will serve, where  $A_N$  is a relief orientation from  $0^\circ$  up to  $360^\circ$  in the positive direction beginning from the vector  $\mathbf{i}$  (i. e. from south) and  $\gamma_N$  is an inclination on the relief in the direction of the slope curve. (See table III.) The relief course considered in the coordinate system  $\langle 0, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$  is determined by the vector of the normal  $\mathbf{N} \{x_N, y_N, z_N\}$ , where  $x_N, y_N, z_N$  are the Cartesian coordinates of the vector  $\mathbf{N}$ . The plane  $\langle \mathbf{i}, \mathbf{j} \rangle$  of the coordinate system  $\langle 0, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$  is identical with the horizon plane  $H$ , i. e.  $\mathbf{i}, \mathbf{j} \equiv H$  (see the articles [13, 14]). The points on the relief creating the individual isalumclines are determined by the equation system (1), where  $t$  is a variable parameter within the interval  $0^\circ \leq t \leq 360^\circ$ , see [13]. The orientation of the relief  $A_N$  and the inclination of the relief  $\gamma_N$  are then the polar coordinates of the vector  $\mathbf{N}$  expressed from their Cartesian coordinates  $x_N, y_N, z_N$  by means of the transforming equations (5). The variable constants  $\cos \alpha_L = x_L, \cos \beta_L = y_L, \cos \gamma_L = z_L$  in the equation system (1) are in fact the coordinates of the vector  $\mathbf{L}$  about which regarding  $|\mathbf{L}| = 1$  the relation (3) holds good. We shall determinate them for the individual values of the Sun's declination  $\delta_\odot$  and for geographical latitudes  $\varphi$  from the equation system (2). The angle  $\delta_{LN}$  in the system (1) is formed by the vector  $\mathbf{L}$  (sun beam) and the vector  $\mathbf{N}$ . The Sun's position in the sky is determined in the coordinate system  $\langle 0, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ , where plane  $\langle \mathbf{i}, \mathbf{j} \rangle \equiv H$  [14] by the terminal point of the vector  $\mathbf{L}$ . The Cartesian coordinates  $x_L, y_L, z_L$  as well as the horizontal coordinates  $A_\odot, h_\odot$  are reckoned for a given local time on the basis of the equations (2) for  $\varphi = 48^\circ 30'$  in the table I. The variable parameter  $T$  was chosen in the intervals  $\Delta T = 5^\circ$  (i. e. 20 minutes of time). In the table II the values  $x_N, y_N, z_N$  of the vector  $\mathbf{N}$  for isalumclines with a value  $\delta_{exp}$  from  $0^\circ$  up to  $90^\circ$  for 9 hours and for its corresponding 15 hours as well as for  $\delta_\odot = 5^\circ 01'$  are reckoned. From the table II we can see the coordinates  $z_N$  to be the same every time for two quadrants of the parameter  $t$  of the equation system (1) and the absolute values  $x_N, y_N, z_N$  of the 1st and 3rd quadrants at 9 hours forenoon to be equal to the absolute values of the 2nd and 4th quadrants at 15 hours afternoon. The mark of  $y_N$  changes to the contrary one only. It makes possible writing the values  $x_N, y_N$  for equal  $z_N$  in the model (4). The model (4) numerically stated from the table II for  $\delta_{exp} = 10^\circ$  as well as the parameter values  $t = 185^\circ$  and  $t = 275^\circ$  are written as (4'). If the transforming equations (5) are divided in the sense of the note (6), then  $A_N, \gamma_N$  is stated, and the model (4) as well as its numerical statement (4') can be written as the

model (6'). For the positive  $z_N$  the variation possibilities (7) arise for the coordinates  $x_N$  and  $y_N$ . According to them the enumerated model (6') can be expressed then in angle measure as the model (8). This is a rational note of the values  $A_N, \gamma_N$  for the relief points forming isalumclines with a value  $\delta_{exp}$  from  $0^\circ$  up to  $90^\circ$  according to the individual time. There are the reckoned values  $\delta_{exp}$  according to the intervals  $10^\circ$  in the table III. At  $\delta_{exp} 90^\circ$  the vector  $\mathbf{N} \equiv \mathbf{L}$ . If we measure the inclination  $\gamma_N$  and the orientation  $A_N$  of the relief on the map, then we can find according to the table III the points with values  $A_N, \gamma_N$  forming the corresponding isalumcline on it.

(The explanation of signs in the tables:  $\delta_{exp}$  — angle of relief insolation, exposition angle;  $\delta_\odot$  — Sun's declination;  $h$  — hours,  $m$  — minutes, e. g.  $8^h 20^m$  means 8 hours 20 minutes;  $\varphi$  — geographical latitude.)

From the Slovak translated by A. K r a j č í r

A — Map of lines of equal relief orientation (map of directional fronts). B — Map of isoclines with a constructed isalumcline  $\delta_{exp} = 20^\circ$  for 16.00 hours afternoon. 1 a, 1 b — contour lines, 2 a — lines of equal relief orientation (directional fronts), 2 b — isoclines, 3 b — isalumclines.