

JOZEF KRCHO

ZOSTROJENIE MÁP ČASOVEJ A UHLOVEJ DYNAMIKY OSLNENIA
RELIÉFU GRAFICKO-NUMERICKÝM SPÔSOBOM A POMOCOU
SAMOČINNÝCH POČÍTAČOV

Der Autor beschäftigt sich in dieser Arbeit mit der Konstruktion von Karten der Zeit- und Winkeldynamik der Besonnung des Reliefs auf zweierlei Weise: auf graphisch-numerische Weise und mittels Elektronen-Rechenmaschinen. Die Abb. 3 zeigt eine Darstellung der Konstruktionsschema der Karten mittels Elektronen-Rechenmaschinen. Er erörtert zwei Möglichkeiten: die numerische Elektronen-Rechenmaschine verbunden mit Elektronen-Zeicheneinrichtung KINGMATIC (Abb. 3a), oder die analoge Elektronen-Rechenmaschine verbunden mit der numerischer Elektronen-Rechenmaschine (Abb. 3b). In beiden Fällen sind als Einlässe die Kartenangaben in Form einer Matritze (24) eingemessen (Abb. 5). Als Auslässe sind verschiedene Arten von morphometrischen Karten sowie Karten der Dynamik der Reliefbesonnung. Program für die Konstruktion aller Arten von morphometrischen Karten und Karten der Besonnung des Reliefs welche auf der Basis des geometrischen Aspekts der Theorie der Felder in mathematischer Sprache ALGOL gelöst werden, befindet sich in der Arbeit [2].

V dnešnom príspevku sa chceme zaoberať jednak problémom graficko-numerického spôsobu zostrojenia máp časovej a uhlovej dynamiky oslnenia reliéfu, vyjadrenej v nich pomocou izalumklín, izalumchrónextrém a izalumchrón, a jednak problémom zostrojenia týchto máp pomocou samočinných počítačov.

Spôsobom zostrojenia týchto máp pomocou samočinných počítačov, t. j. jednak samotného výpočtu ukazovateľov a ich jednotlivých izočiari a jednak vykreslenia týchto máp pomocou elektronických samočinných krasliacich zariadení sa budeme zaoberať v tomto príspevku z hľadiska matematickej štruktúry teoretického postupu. Tento postup je potom pre samočinné počítače vyjadrený v blokových schémach A, B, C, D. Podrobný matematický rozpis pre samočinné počítače a jeho vyjadrenie v jazyku ALGOL pre všetky druhy izočiari je podrobne uvedený v práci [2].

V oboch prípadoch však máme na mysli rýdzo kartografické postupy, ktoré nám umožnia získať z vrstevnicovej mapy, ako podkladovej mapy, rôzne druhy informácií, ktoré sú v nej obsiahnuté, resp. z hľadiska teórie informácie vyjadrené, ktoré sú v nej zakotvené. Ide teda v podstate o stanovenie takých postupov, ktoré nám umožňujú dešifrovať čo najväčšie množstvo rôznych druhov informácií zakódovaných vo vrstevnicovej mape.

Túto vrstevnicovú mapu z hľadiska geometrického aspektu teórie polí v zmysle [3, 9, 14] môžeme považovať za bázu spojitého skalárneho poľa a vrstevnice za izočiary spojitého skalárneho poľa, o čom sa podrobnejšie zmienime v ďalších odsekoch.

Pod informáciami obsiahnutými vo vrstevnicovej mape rozumieme v našom prípade všetky možné druhy kvantitatívnych ukazovateľov a ich vzájomné rozloženie v mape ponímanej ako skalárne pole či už z oblasti morfometrickej analýzy reliéfu, alebo z oblasti časovej a uhlovej dynamiky oslnenia reliéfu, ktoré môžeme z tejto mapy získať takými metrickými postupmi, ktoré vyplývajú z geometrického aspektu teórie polí. To znamená, že tieto metrické postupy musia vychádzať z tohto geometrického aspektu; musia mu vyhovovať.

V dnešnom príspevku chceme na jednom vzorovom území rozsahu jedného mapového listu 1:5000, na príklade jednej dvojice dní s hodnotou deklinácie Slnka $\delta_{\odot} = 5^{\circ}01'$ ukázať, ako sa mení rozloženie hodnôt uhla expozície δ_{exp} v mape so zmenou času, a zároveň, ako sa mení časové a priestorové rozloženie extrémnych hodnôt uhla oslnenia reliéfu $(\delta_{\text{exp}})_e$ na reliéfe.

V úvode sme načrtli, že v zmysle prác [3, 4, 9, 14], v ktorých sme vymedzili vlastnosti reliéfu, považujeme mapu za bázu skalárneho poľa.

Takúto mapu budeme považovať za bázu spojitého skalárneho poľa, v ktorom poloha každého bodu je určená kartézskymi súradnicami x, y , pričom je k nemu zároveň priradená hodnota skalára nadmorskej výšky z v mierke mapy.

Keďže skalár z je funkciou polohy (x, y) v skalárnej báze, je definovaný rovnicou

$$z = z(x, y), \quad (1)$$

ktorej pravá strana predstavuje konečnú a spojitú funkciu. Táto funkcia je síce závislá od voľby súradnicového systému x, y , avšak to nemá vplyv na zákonitosť podľa ktorej je v báze usporiadané rozloženie skalárnych hodnôt skalára z . Uvažujme ďalej veličinu C meniacu sa v nejakom intervale (C_d, C_h) , v ktorom bude mať význam premenného parametra. Potom rovnicou

$$z(x, y) = C \quad (2)$$

bude vyjadrená sústava kriviek — izočiar (vrstevníc v mape), tvoriaca izočiarové pole [9, 14]. Z tohto izočiarového poľa sú jednotlivé vrstevnice v uvažovanej mape ako izočiary tohto poľa zachytené podľa nejakého intervalu $\Delta C = 1\text{m}$ resp. $\Delta C = 5\text{m}$, t. j. uvažované v milimetroch ($\Delta C = 0,1\text{ mm}$; $\Delta C = 1\text{ mm}$). Poznamenajme ešte, že v zmysle práce [3, 4, 9] a práce [14] uvažujeme topografickú plochu, ktorou modelujeme reliéf za interpolačnú plochu skalárneho poľa.

Vymedzíme teraz voľbu súradnicového systému, v ktorom budeme skalárnu bázu z hľadiska našich potrieb v ďalšom uvažovať! Túto budeme uvažovať v kartézskej súr. sústave $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$, pričom rovina x, y určená jednotkovými vektormi \mathbf{i}, \mathbf{j} , nech tvorí spomenutú skalárnu bázu. Súr. sústavu orientujeme v zhode s prácami [5, 6, 8] tak, že jednotkový vektor \mathbf{i} smeruje k juhu, jedn. vektor \mathbf{j} k východu a jedn. vektor \mathbf{k} smeruje k zenitu. V ľubovoľnom bode $P(x, y, z)$ na topografickej ploche v zhode s prácami [5, 6, 7, 8, 9] uvažujme kartézsku súradnicovú sústavu $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ takže tento bod $P(x, y, z)$ bude zároveň počiatkom tejto súradnicovej sústavy, t. j. $P(x, y, z) \equiv O$. Rovina (x, y) tejto sústavy je potom paralelná so skalárnou bázou a s rovinou horizontu H a rovina (x, z) je totožná s rovinou miestneho poludníka.

V tejto súradnicovej sústave $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ opäť uvažujeme jednotkovú guľovú plochu, ktorej stred $S \equiv O \equiv P(x, y, z)$ tejto súr. sústavy. Slnečný lúč sme v uvedených prácach považovali za nositeľa jednotkového vektora \mathbf{L} (L_x, L_y, L_z), ktorého koncový bod sa nachádzal na uvažovanej jednotkovej guľovej ploche. S touto jednotkovou guľovou plochou sme stotožnili nebeskú sféru v horizontálnej sférickej sústave, ktorej

rovina horizontu $H \equiv (x, y)$, takže poloha Slnka udaná koncovým bodom jednotkového vektora \mathbf{L} (L_x, L_y, L_z) na nebeskej sfére je jednoznačne určená horizontálnymi sférickými súradnicami A_\odot, h_\odot , kde A_\odot je azimut Slnka a h_\odot uhlová výška Slnka nad rovinou horizontu H . Vzťah medzi uvedenými súradnicami L_x, L_y, L_z a súradnicami A_\odot, h_\odot je vzhľadom na $|\mathbf{L}| = 1$ daný sústavou transformačných rovníc medzi kartézskymi a polárnymi súradnicami, pričom zároveň súr. L_x, L_y, L_z sú určené zo sférickej astronómie známymi parametrickými rovnicami, takže vzhľadom na uvedené, súradnice vektora \mathbf{L} môžeme vyjadriť sústavou rovníc

$$\mathbf{L} \begin{cases} L_x = \cos h_\odot \cos A_\odot = L_x = C_{11} \cos T + C_{13} \\ L_y = \cos h_\odot \sin A_\odot = L_y = C_{22} \sin T \\ L_z = \sin h_\odot = L_z = C_{31} \cos T + C_{33}, \end{cases} \quad (3)$$

kde premenný parameter T v intervale $\langle 0, 360^\circ \rangle$ označuje vlastne hodinový uhol $T = 15^\circ \equiv 1^h$ a premenné konštanty $C_{11}, C_{13}, C_{22}, C_{31}, C_{33}$ sú podľa poradia určené vzťahmi

$$\begin{aligned} C_{11} &= \sin \varphi \cos \delta_\odot; & C_{13} &= -\cos \varphi \sin \delta_\odot; \\ C_{22} &= \cos \delta_\odot; & & \\ C_{31} &= \cos \varphi \cos \delta_\odot; & C_{33} &= \sin \varphi \sin \delta_\odot, \end{aligned} \quad (4)$$

v ktorých veličina φ označuje zemepisnú šírku a veličina δ_\odot označuje deklináciu Slnka. My, vzhľadom na vymedzený rozsah skúmaného územia považujeme zemepisnú šírku φ za konštantnú v celom skúmanom území.

Po určení orientácie kartézskej súr. sústavy $\langle O', \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ a $\langle O, \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ vymedzme teraz podmienky o vlastnostiach funkcie $z(x, y)$, ktoré táto musí spĺňať, aby definičná rovnica (1) bola rovnicou typických izočiarových polí v zmysle práce [3, 9, 14].

Nech je preto táto funkcia spojito diferencovateľná v oblasti uvažovanej definície. To znamená, že jej parciálne derivácie až do najmenej druhého radu budú konečné, jednoznačné a spojité v celej uvažovanej skalárnej báze.

Uvažujme ďalej v ľubovoľnom bode $P(x, y, z)$ jednotkový vektor normály $\mathbf{N}(N_x, N_y, N_z)$ k topografickej ploche, takže vzhľadom na $|\mathbf{N}| = 1$ budú jeho súradnice N_x, N_y, N_z zároveň aj jeho smerovými kosínusmi. Vyjadrieme teraz jeho pravouhlé súradnice v polárnych súradniciach pomocou vzťahov

$$\mathbf{N} \begin{cases} N_x = \sin \gamma_N \cdot \cos A_N \\ N_y = \sin \gamma_N \cdot \sin A_N \\ N_z = \cos \gamma_N \end{cases}, \quad (5)$$

kde uhol γ_N je uhol spádu topografickej plochy v bode $P(x, y, z)$ v smere spádovej krivky a uhol A_N je uhol orientácie reliéfu v tomto bode, ako sme to už podrobnejšie vyjadrili v prácach [5, 7, 9]. Súradnice N_x, N_y, N_z vektora normály \mathbf{N} k topografickej ploche sú vzhľadom na rovnicu (1) určené vzťahmi

$$N_x = \frac{-z_x}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}}; \quad N_y = \frac{-z_y}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}}; \quad N_z = \frac{1}{\sqrt{z_x^2 + z_y^2 + 1}}; \quad (6)$$

pričom vektor \mathbf{N} je orientovaný na vonkajšiu stranu topogr. plochy, ako to vyplýva zo znamienok.*

*) Symboly $z_x, z_y, z_{xx}, z_{xy}, z_{yy}$ označujú parciálne derivácie.

Všetky druhy izočiari, pripadajúcich do úvahy, o ktorých budeme v našom príspevku hovoriť, možno zostrojiť buď graficko-numerickým spôsobom, alebo pomocou samočinných počítačov. V našom dnešnom príspevku budeme uvažovať oba druhy zostrojenia uvedených máp.

Podkladom pre graficko-numerický spôsob zostrojenia máp izalumklín, izalumchró-nextrém a izalumchrón sú mapy izoklín (resp. izogradient výškových), mapy izočiari rovnakej orientácie reliéfu, t. j. smerových frontov (izotangent) a tabuľky hodnôt sklonu γ_N reliéfu a orientácie A_N reliéfu pre jednotlivé izalumklíny a izalumchróextrémy, ktorých problém výpočtu sme rozobrali podrobne v práci [9]. Izokliny alebo izogradienty sme vo svojich predošlých prácach definovali ako čiary spájajúce v skalárnom poli množinu bodov s rovnakou hodnotou $|\text{grad } z$, ktoré na topogr. ploche majú význam čiar spájajúcich množinu bodov s rovnakou hodnotou spádu uvažovaného vždy v smere spádových kriviek tejto plochy. Rovnica izoklín (izogradient výškových) má v skalárnej báze tvar

$$\sqrt{z_x^2(x, y) + z_y^2(x, y)} = C, \quad (6')$$

kde $C = \text{tg } \gamma_N$ má význam premenného parametra. Smerové fronty definujeme ako izočiary orientácie reliéfu A_N , kde uhol A_N je uhol zovretý v ľubovoľnom bode $P(x, y)$ v skalárnej báze od kladnej poloosy x s dotyčnicou k ortog. trajektórii orientovanom na stranu klesajúceho skalára z . Podrobne pozri prácu [8, 9]. To znamená, že pre tieto izočiary je v množine bodov, ktoré ich tvoria smernica dotyčnice k izočiaram skalárneho poľa (k vrstevniciam) vždy konštantou, takže rovnicu smerových frontov môžeme napísať v tvare

$$z_x(x, y) + z_y(x, y) \cdot k_t = 0, \quad (6'')$$

kde $k_t = \frac{dy}{dx}$ má význam premenného parametra s volenou konštantnou hodnotou pre jednotlivé smerové fronty.

Definujeme teraz v zhode s prácami [5, 7, 9] izalumklíny ako čiary spájajúce na topografickej ploche množinu bodov osvetlených v ľubovoľnom časovom okamihu pod rovnakým uhlom expozície δ_{exp} . Pre tento uhol platí, že tvorí s uhlom δ_{LN} zovretým jednotkovým vektorom \mathbf{N} a jednotkovým vektorom \mathbf{L} doplnok do 90° , t. j.

$$\delta_{LN} + \delta_{exp} = 90^\circ, \quad (7)$$

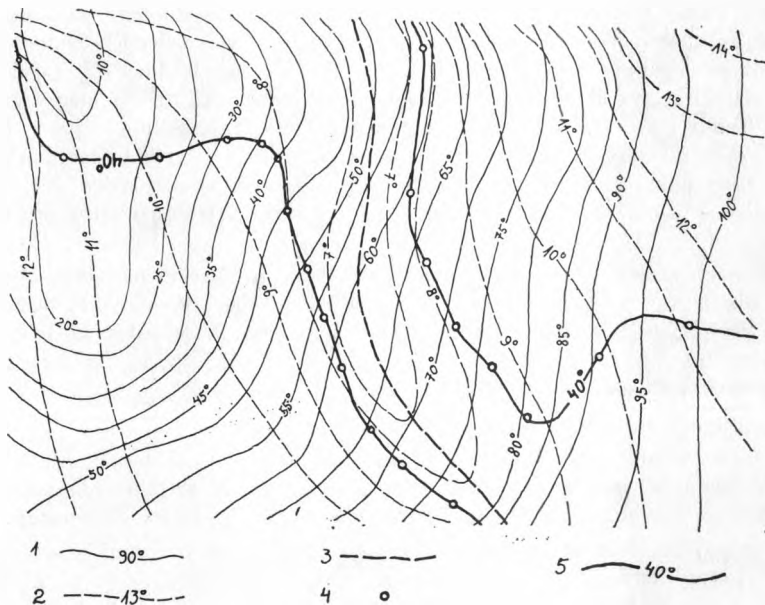
pričom uhol δ_{LN} je určený vzťahom

$$\mathbf{N} \cdot \mathbf{L} = \cos \delta_{LN}, \quad (8)$$

čo rozpísané pomocou súradníc dvoch vektorov môžeme vyjadriť v tvare

$$N_x L_x + N_y L_y + N_z L_z = \cos \delta_{LN}. \quad (8')$$

Potom pre zvolený časový okamih príslušnú izalumklínu δ_{exp} konšt. tvorí množina takých bodov na topografickej ploche, v ktorých súradnice jednotkového vektora normály \mathbf{N} (N_x, N_y, N_z), resp. polárne súradnice γ_N, A_N spĺňajú podmienky, že veličina $\cos \delta_{LN}$ vo vzťahoch (8) a (8') bude v nich konštantou, t. j. $\cos \delta_{LN} \equiv \text{konšt.}$ Podrobne pozri práce [5, 7, 8]. Keďže mapa izoklín a smerových frontov nám udáva podrobné informácie o rozložení hodnôt polárnych súradníc vektora normály \mathbf{N} k topogr. ploche v skalárnej báze, môžeme ich využiť ako podkladové mapy k zostro-



Obr. 1. Princíp konštrukcie izalumklín podľa tabuľkových hodnôt izalumklín, odvodených a stabilovaných v práci [7]. Izalumklíny na obr. sú konštruované pre 9^{00} hod. a pre $\delta_{exp} = 40^\circ$. 1 — smerové fronty (izočiary rovnakého uhla orientácie reliéfu A_N), 2 — izoklíny, 3 — parabolická čiara oddeľujúca konvexné časti reliéfu od konkávných častí, 4 — vynesené body tvoriace izalumklíny podľa tabuľkových hodnôt práce [7], 5 — interpolované izalumklíny.

jeniu izaluklín za pomoci tabuliek, vypočítaných ako návod v práci [7]. Podľa týchto tabuliek vyzerajú nájdené body tvoriace izalumklíny nasledovne (obr. 1). Tabuľky boli v práci [7] vypočítané pomocou parametrických rovníc izalumklín, pričom z rovnice (8') možno za pomoci vzťahov (6), (3) a (4) odvodiť aj všeobecnú rovnicu týchto izočiari, ktorá má tvar

$$Az_x^2 + 2Bz_xz_y + Cz_y^2 + Dz_x + Ez_y + F = 0,$$

kde

$$A = \cos^2 \alpha_L - K^2; \quad 2B = 2 \cos \alpha_L \cos \beta_L; \quad C = \cos^2 \beta_L - K^2;$$

$$D = -2 \cos \alpha_L \cos \gamma_L; \quad E = -2 \cos \beta_L \cos \gamma_L; \quad F = \cos^2 \gamma_L - K^2; \quad (8'')$$

Avšak ak uvažujeme také hodnoty parametra T , že súradnica L_z vektora \mathbf{L} je väčšia ako nula, potom vektor \mathbf{L} nadobúda rovnako veľké abs. hodnoty súradníc L_x , L_y vždy pre dva časové okamihy odpovedajúce hodnotám T_1 , T_2 parametra T , ako to plynie zo sústavy rovníc (3). To znamená, že každej hodnote L_x odpovedajú dve rovnako veľké hodnoty L_y , a to jedna kladná hodnota L_y pre hodnotu parametra T_1 v dopoludňajších hodinách a jedna záporná hodnota L_y pre hodnotu parametra T_2 v odpoľudňajších hodinách, pričom hodnota L_y sa rovná nule presne na poludnie miestneho času, pre $T = 0$. Čiže každému L_y odpovedá jedna dvojica hodín (napr. 11–13; 10–14; 9–15; atď.), symetricky rozdelená podľa $L_y = 0$ pri $T = 0$, t. j. podľa 12 hod. miestneho času.

Preto pre každé zvolené \mathbf{L} (L_x, L_y, L_z) s konštantnými hodnotami súradníc L_x, L_y a $L_z = 0$ existujú dva súbory izalumklín podľa jednotlivých volených hodnôt K , a to jeden súbor pre hodnotu parametra T_1 s kladnou hodnotou súradnice L_y a jeden súbor pre hodnotu parametra T_2 so zápornou hodnotou súradnice L_y (pozri mapy izalumklín 1 — 7). Tento fakt je vyjadrený aj v tabuľkách pre izalumklíny v práci [7], ako výsledku riešenia sústavy parametrických rovníc izalumklín. V týchto tabuľkách každej jednej hodnote uhla sklonu γ_{LN} na topografickej ploche odpovedajú dve dvojice orientácie reliéfu — jedna dvojica pre dopoludňajšie hodiny a jedna dvojica pre odpoľudňajšie hodiny.

V priložených mapách izalumklín sa preto v zmysle uvedeného nachádzajú vždy dva súbory izalumklín s intervalmi $\Delta\delta_{exp} = 10^\circ$. Jeden súbor pre dopoludňajšiu hodinu s hodnotou parametra T_1 , ktorej odpovedá kladná hodnota L_y a jeden súbor pre odpoľudňajšiu hodinu s hodnotou parametra T_2 , ktorej odpovedá záporná hodnota L_y . Dvojica hodín na každej mape je vždy uvedená hore.

Odvodíme teraz všeobecnú rovnicu izalumchrónextrém.

Izalumchrónextrémy definujeme ako izočiary spájajúce v skalárnej báze množinu bodov s extrémnymi hodnotami uhla oslnenia $(\delta_{exp})_E$ a v im odpovedajúcich bodoch na topografickej ploche, vo zvolenom časovom momente T_E . Index E označuje extrém.

To znamená, že tieto izočiary, rovnako ako izalumklíny, možno konštruovať pre ľubovoľný časový moment (pre ktorý je hodnota súradnice L_z vektora \mathbf{L} kladná). Izočiara spája body, ktoré sú v danú hodinu T_E extrémne oslnené, t. j. hodnoty uhla expozície δ_{exp} sú v tejto množine bodov najextrémnejšie vo zvolený deň zo všetkých hodnôt δ_{exp} vzhľadom na ostatné hodiny, pre ktoré sú hodnoty δ_{exp} vždy menšie. Izalumchrónextrémy sme zároveň skonstruovali a zakreslili v každej mape izalumklín pre uvedenú dvojicu hodín. Ak by sme ich všetky zakreslili na jednu mapu, budú nám tvoriť súbor izočiary ako spojité izočiaryové pole, napr. pre jeden deň.

Ak teda máme už zostrojenú mapu izalumklín, napr. pre určitú hodinu alebo dvojicu hodín, ktorá nám zobrazuje pomery rozloženia uhlov expozície δ_{exp} reliéfu v oné zvolené hodiny, potom ak do nej zanesieme zostrojené izalumchrónextrémy, dostávame obraz nielen o rozložení uhlov dopadu δ_{exp} svetelných lúčov na reliéf, resp. topografickú plochu ako jeho obraz, ale zároveň dostávame aj obraz o rozložení extrémnych hodnôt $(\delta_{exp})_E$ na topografickej ploche v oné hodiny.

Pri odvodení rovnice izalumchrónextrém vyjdeme zo základnej rovnice (8), resp. (8') pre uhol δ_{LN} zovretý vektormi \mathbf{N} a \mathbf{L} . Keďže súradnice L_x, L_y, L_z vektora \mathbf{L} sú určené sústavou parametrických rovníc (3), v ktorých premenný parameter T označuje vlastne hodinový uhol, rovnicu (8') môžeme z tohto hľadiska napísať v tvare

$$N_x (C_{11} \cos T + C_{13}) + N_y C_{22} \sin T + N_z (C_{31} \cos T + C_{33}) = \cos \delta_{LN} \quad (9)$$

takže dostávame závislosť medzi súradnicami N_x, N_y, N_z vektora normály \mathbf{N} a parametrom T pre veľkosť $\cos \delta_{LN}$. Hodnoty uhla δ_{LN} budú potom vždy pre každú zvolenú hodnotu parametra T ako konštantnú závisieť na zmenách smeru vektora normály \mathbf{N} . To znamená, že premenný parameter T nadobúda význam premennej konštanty, ktorej hodnotu počítame podľa zvolenej hodiny. Z tohto hľadiska upravme preto rovnicu (9) na tvar

$$K \cos T + L \sin T + M = \cos \delta_{LN}, \quad (10)$$

pričom

$$K = N_x C_{11} + N_z C_{31}; \quad L = N_y C_{22}; \quad M = N_x C_{13} + N_z C_{33},$$

v ktorom pre zvolený smer vektora normály \mathbf{N} môžeme počítať hodnotu $\cos \delta_{LN}$ pre jednotlivé hodnoty parametra T . To znamená, že pre ľubovoľne zvolený bod $P(x, y, z)$ na topografickej ploche môžeme podľa vzťahu (10) sledovať meniace sa hodnoty uhla δ_{LN} v súvislosti so zmenou času, ktorému odpovedá meniacia sa hodnota parametra T ako hodinového uhla. Možno teda aj určiť takú hodnotu T_E parametra T , pre ktorú nadobudne uhol δ_{LN} extrémnu hodnotu. Preto vzhľadom na to, že nás zaujíma čas T_E , pre ktorý nadobúda uhol δ_{LN} , a teda aj δ_{exp} extrémne hodnoty, upravme rovnicu (10) na tvar

$$\delta_{LN} = \arccos [K \cos T + L \sin T + M]. \quad (11)$$

Takto upravenú rovnicu (15) derivujeme podľa T , takže dostaneme vzťah

$$\frac{d\delta_{LN}}{dT} = \frac{-K \sin T + L \cos T}{\sqrt{1 - [K \cos T + L \sin T + M]^2}}, \quad (11')$$

z ktorého určíme podmienky pre extrém, pre ktorý platí, že

$$\left(\frac{d\delta_{LN}}{dT} \right)_E = 0, \quad (11'')$$

takže vzťah (11') v zmysle podmienky (11'') upravíme na tvar

$$-K \sin T_E + L \cos T_E = 0, \quad (12)$$

čo je goniometrická rovnica, ktorú budeme neskôr riešiť. Avšak najprv z hľadiska cieľa, ktorý sledujeme, t. j. vyjadrenie všeobecnej rovnice izalumchrónextrém, upravme rovnicu (12) na tvar

$$-N_x C_{11} \sin T_E + N_y C_{22} \cos T_E - N_z C_{31} \sin T_E = 0, \quad (13)$$

v ktorom veličina T_E nadobúda význam voliteľnej konštanty, zatiaľ čo veličiny N_x, N_y, N_z sú pre zvolenú konštantnú hodnotu T_E premennými. Za tieto veličiny N_x, N_y, N_z dosadíme vzťahy (6), takže po úprave dostávame rovnicu množiny bodov tvoriacich v skalárnej báze izalumchrónextrémy, t. j.

$$Az_x(x, y) + Bz_y(x, y) + C = 0,$$

kde (14)

$$A = C_{11} \sin T_E; B = -C_{22} \cos T_E; C = -C_{31} \sin T_E.$$

Rovnica (14) nám určuje priebeh izalumchrónextrémy vždy pre určitú hodinu, podľa volenej hodnoty T_E . Mapu izalumchrónextrém pre všetky volené hodiny dostaneme tak, že tieto krivky nakreslíme postupne do jednej mapy (pozri mapa 8).

Z rovnice (14) by sme mohli jej úpravou vyjadriť vzťah

$$\operatorname{tg} T_E = \frac{C_{22} z_y(x, y)}{C_{11} z_x(x, y) - C_{31}}, \quad (15)$$

kde T_E má význam premenného parametra. Voľbou jeho premenných hodnôt vždy pre určité volené konštantné T_E dostaneme súbor kriviek pre tieto jednotlivé veličiny (pozri mapa 8).

Rovnica (14), a teda aj (15) však vyžaduje poznať analytický tvar rovnice poľa (1), aby sme ju mohli konkrétne riešiť. Tento nepoznáme, a preto musíme nájsť spôsob pre numerický výpočet bodov tvoriacich izalumchrómextrémy v mape pomocou meraných hodnôt polárnych súradníc vektora normály \mathbf{N} , t. j. uhla γ_N sklonu topografickej plochy v smere spádových kriviek a uhla A_N orientácie topografickej plochy vzhľadom na svetové strany. To znamená taký spôsob, v ktorom veličiny γ_N , A_N metricky zistené nám budú vystupovať ako známe veličiny.

Vráťme sa preto k rovnici (12), ktorú riešime raz podľa $\sin T_E$ a raz podľa $\cos T_E$, takže dostaneme riešenie v tvare

$$\begin{aligned}\sin T_E &= \frac{L}{\sqrt{K^2 + L^2}} \\ \cos T_E &= \frac{K}{\sqrt{K^2 + L^2}}.\end{aligned}\quad (15')$$

Ak delíme vzťahy (15') navzájom, t. j. $\sin T_E$ delíme $\cos T_E$ dostaneme jednoduchší vzťah

$$\operatorname{tg} T_E = \frac{L}{K} = \frac{N_y C_{22}}{N_x C_{11} + N_z C_{31}}.\quad (16)$$

Pomocou vzťahu (16) určíme pre ľubovoľne zvolený bod $P(x, y, z)$ na topografickej ploche s vektorom normály \mathbf{N} k tejto ploche o súradniciach N_x, N_y, N_z čas T_E , pre ktorý nadobúda uhol δ_{exp} vo zvolenom bode extrémne hodnoty.

Hodnoty kartézskych súradníc N_x, N_y, N_z poznáme, meriame ich v mape nepriamo v ich polárnych súradniciach (γ_N, A_N). Ich dosadením do vzťahu (16) potom pre volený bod vypočítame T_E . Po vypočítaní hodnôt T_E pre všetky dostatočne husto zvolené body interpolujeme izočiary jednotlivých hodnôt T_E .

Iný postup je, že priamo vypočítame tabuľkové hodnoty kartézskych súradníc N_x, N_y, N_z vektora normály \mathbf{N} , resp. jeho polárnych súradníc (γ_N, A_N) pre množinu bodov tvoriacich jednotlivé izalumchrómextrémy, podobne, ako to bolo pri izalumklínach v práci [7], kde sme tiež počítali tabuľkové hodnoty. Pomocou týchto tabuľkových hodnôt a pomocou máp izoklín a smerových frontov (izotangent) priložených na seba hľadáme v nich body pre jednotlivé izalumchrómextrémy, ktorými potom prekladáme krivky (obr. 2). Preto z rovnice (13), v ktorej veličina T_E nadobúda význam voliteľnej premennej konštanty vyjadríme jednotlivé súradnice N_x, N_y, N_z .

Pre súradnice N_x, N_y, N_z vektora normály \mathbf{N} platí vzťah

$$N_x^2 + N_y^2 + N_z^2 = 1,\quad (17)$$

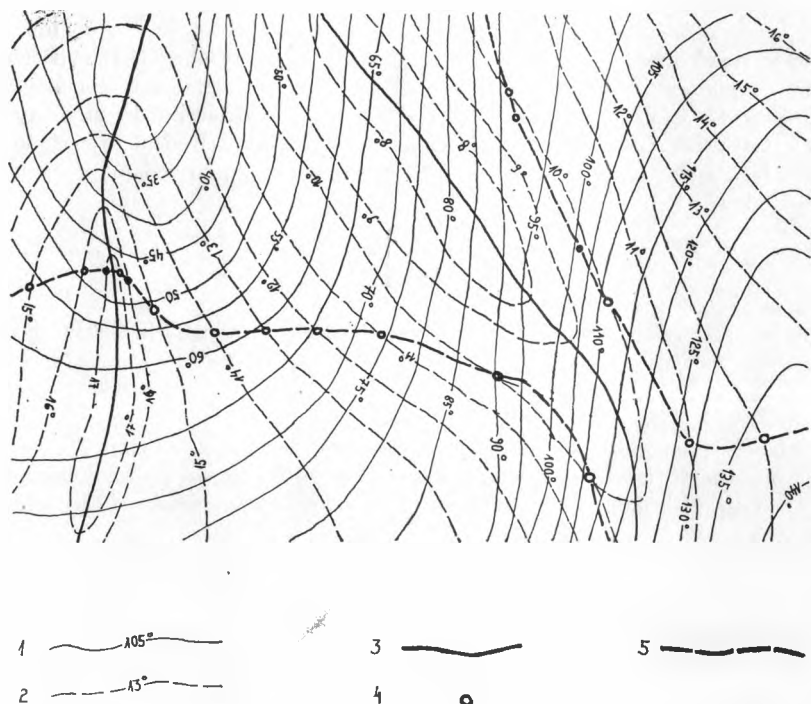
do ktorého keď za N_y dosadíme veličinu vyjadrenú z rovnice (13) dostaneme po úprave kvadratickú rovnicu

$$ON_x^2 + PN_x + R = 0,\quad (18)$$

kde koeficienty O, P, R sú dané nasledovnými vzťahmi

$$\begin{aligned}O &= C_{22}^2 \cos^2 T_E + C_{11}^2 \sin^2 T_E; \quad P = 2N_z C_{11} C_{31} \sin^2 T_E; \\ R &= N_z^2 (C_{22}^2 \cos^2 T_E + C_{31}^2 \sin^2 T_E) - C_{22}^2 \cos^2 T_E;\end{aligned}\quad (19)$$

Veličiny T_E a N_z vystupujú v koeficientoch O, P, R (19) rovnice (18) ako ľubovoľne



Obr. 2. Princíp konštrukcie izalumchrónextrém podľa tabuľkových hodnôt izalumchrónextrém. Izalumchrónextrémy sú konštruované pre 11⁰⁰ hod., podľa pripojených tabuliek izalumchrónextrém. 1 — smerové fronty (izočiary rovnakého uhla orientácie reliéfu AN), 2 — izokliny, 3 — parabolická čiara oddeľujúca konvexné časti reliéfu od konkávných častí, 4 — vynesené body tvoriace izalumchrónextrémy podľa pripojených tabuľkových hodnôt izalumchrónextrém, 5 — interpolované izalumchrónextrémy.

premenené v obore kladných hodnôt, takže pre nejakú zvolenú hodnotu z z každej z nich dostaneme ako riešenie rovnice (18) dvojicu hodnôt N_{x_1} , N_{x_2} , danú vzťahom

$$N_{x_{1,2}} = \frac{-\frac{P}{2} \pm J \sqrt{N_z^2 G + I}}{O}, \quad (20)$$

v ktorom veličiny P , O sú určené vzťahmi (19) a veličiny J , G , I sú určené vzťahmi

$$\begin{aligned} J &= C_{22} \cos T_E; \quad G = -C_{22}^2 \cos^2 T_E - (C_{31}^2 + C_{11}^2) \sin^2 T_E; \\ I &= C_{22}^2 \cos^2 T_E + C_{31}^2 \sin^2 T_E; \end{aligned} \quad (20')$$

Zmysel tohto riešenia pre nás spočíva v tom, že vo vzťahu (20) volíme hodnotu z (s odpovedajúcou hodnotou parametra T_E) extrémneho oslnenia a pre ňu v tomže vzťahu meníme postupne hodnoty N_z označujúce v zmysle vzťahov (6) hodnotu $\cos \gamma_{N_z}$, kde γ_N je uhol spádu v nejakom bode $P(x, y, z)$ na topografickej ploche v smere

spádovej krivky. To znamená, že vždy pre zvolenú hodnotu $N_z = \cos \gamma_N$ uhla spádu γ_N vypočítame veličiny N_{x_1}, N_{x_2} , a pre tieto potom pomocou vzťahov (13) vypočítame im odpovedajúce hodnoty N_{y_1}, N_{y_2} , takže dostaneme úplné údaje o súradniciach vektora normály \mathbf{N} k topografickej ploche v bode $P(x, y, z)$ patriaceho do množiny bodov tvoriacich príslušnú (pre zvolenú T_E) izalumchrónextrému. Uvedené vypočítané hodnoty, t. j. $N_{x_1}, N_{x_2}, N_{y_1}, N_{y_2}$ priradíme k sebe tak, ako si odpovedajú pre jednu spoločnú hodnotu N_z , t. j.

$$\left. \begin{array}{l} N_{x_1}, N_{y_1} \\ N_{x_2}, N_{y_2} \end{array} \right\} N_z,$$

ktoré na základe vzťahov (5) vyjadríme v polárnych súradniciach, takže dostaneme

$$A_{N_1}; A_{N_2}, \gamma_N. \quad (21)$$

Pre úplnosť je potrebné poznamenať, že voliteľnú premennú veličinu $N_z = \cos \gamma_N$ môžeme voliť len do určitej minimálnej hodnoty, ktorú zistíme z diskriminantu Q rovnice (18). Tvar diskriminantu Q je daný pod odmocninou vo vzťahu (20), kde

$$Q = N_z^2 G + I. \quad (22)$$

Tabuľka 1

Tabuľkové hodnoty pre izalumchrónextrémy

$T_E = 45^\circ \equiv 900$ hod
 $T_E = 315^\circ \equiv 1500$ hod

$\delta_{\odot} = 5^\circ 01'$ 3. IV.

γ_N	A_N dop. A_N odp.		$(\delta_{exp})_E$	
27°56'	126° 58' 233° 02'		37° 03'	
28°	126° 25' 233° 35'	127° 14' 232° 46'	37° 13'	36° 50'
28°30'	114° 31' 245° 29'	139° 12' 220° 48'	42° 55'	31° 11'
29°	109° 56' 250° 04'	143° 34' 216° 26'	45° 09'	28° 57'
30°	103° 38' 256° 22'	150° 23' 209° 37'	48° 46'	25° 32'
35°	85° 32' 274° 28'	167° 36' 192° 24'	51° 11'	15° 03'
40°	76° 02' 283° 58'	173° 12' 186° 48'	50° 44'	9° 13'
45°	68° 52' 291° 08'	175° 12' 184° 48'	46° 09'	0° 13'

Tabuľka 2

Tabuľkové hodnoty pre izalumchrónextrémy

$$T_E = 30^\circ \equiv 10^{00} \text{ hod}$$

$$T_E = 330^\circ \equiv 14^{00} \text{ hod}$$

$$\delta_\odot = 5^\circ 01' \quad \begin{array}{l} 3. \text{ IV.} \\ 10. \text{ IX.} \end{array}$$

γ_N	A_N dop. A_N odp.	$(\delta_{exp})_E$
19° 21'	113° 23' 246° 37'	42° 29'
19° 30'	105° 57' 254° 03'	44° 57' 40° 00'
20° 00'	98° 07' 261° 53'	47° 39' 37° 19'
20° 30'	93° 18' 266° 42'	49° 23' 35° 34'
21°	89° 33' 270° 27'	50° 48' 34° 10'
22°	83° 44' 276° 16'	53° 09' 31° 48'
23°	79° 12' 280° 48'	55° 10' 29° 48'
24°	75° 27' 284° 33'	56° 57' 28° 00'
25°	72° 13' 287° 47'	58° 37' 26° 20'
26°	69° 26' 290° 34'	60° 11' 24° 46'
27°	66° 57' 293° 03'	61° 51' 23° 12'
28°	64° 43' 295° 17'	63° 07' 21° 50'
29°	62° 41' 297° 19'	64° 11' 20° 32'
30°	60° 51' 299° 09'	65° 52' 19° 06'

Premennú hodnotu uhla sklonu γ_N na topografickej ploche v smere spádových kriviek vo veličine $N_z = \cos \gamma_N$ musíme voliť tak, aby rovnica (18) mala reálne riešenie, t. j. aby jej diskriminant Q bol väčší ako nula ($Q > 0$), čiže

$$N_z^2 G + I > 0. \quad (22')$$

To znamená, že uhol γ_N veličiny $N_z = \cos \gamma_N$ volíme tak, aby veličina N_z spĺňala podmienky, že

$$N_z > \frac{-I}{G}. \quad (23)$$

Počnúc od tejto minimálnej hodnoty, stanovenej vzťahom (23), meníme pre zvolené T_E hodnoty spádu γ_N po pravidelných intervaloch a počítame podľa už uvedeného postupu k nim odpovedajúce hodnoty AN_1, AN_2 .

Takýmto postupom môžeme stabulkovať podľa volených hodnôt T_E príslušné hodnoty uhlov orientácie AN_1, AN_2 pre každé, pravidelne od seba odstupňované γ_N , ako polárne súradnice vektorov normály \mathbf{N} . Tieto hodnoty súradníc nadobúdajú vektory normály \mathbf{N} len v tých bodoch na topografickej ploche, a teda i v jej skalárnej báze, ktoré tvoria príslušnú izalumchrónextrému.

Tabuľky izalumchrónextrém sú vypočítané v jednotlivých intervaloch, pričom každá z nich obsahuje dve dvojice hodnôt AN_1, AN_2 pre každú hodnotu γ_N . Horná dvojica hodnôt AN_1, AN_2 platí pre príslušnú hodnotu spádu γ_N pre dopoludňajšie hodiny a dolná dvojica hodnôt AN_1, AN_2 platí pre tú istú hodnotu γ_N pre odpoľudňajšie hodiny, ako je to vyznačené aj v záhlaví tabuliek. Tabuľky zároveň obsahujú vypočítané extrémne hodnoty uhla expozície $(\delta_{exp})_E$ priradené k tým jednotlivým hodnotám γ_N , ktoré ukazujú, že body na reliéfe s príslušnou orientáciou a spádom tvoriace túto príslušnú izalumchrónextrému, sú v daný deň a volenú hodinu pod týmto uhlom extrémne oslnené. To znamená, že pre ostatné hodiny tohto voleného dňa sú hodnoty δ_{exp} menšie. Body v mape s uvedenými stabulkovanými hodnotami orientácie a sklonu reliéfu, tvoriace príslušnú izalumchrónextrému interpolujeme potom podľa máp izoklín a smerových frontov, ktoré preložíme cez seba (obr. 2).

Izalumchrónextrémy sme vykreslili v pripojených mapách podľa hodín. Každá mapa teda ukazuje pomery oslnenia reliéfu v príslušnú dvojicu hodín a zároveň vyznačuje aj miesta oslnené extrémne v ten deň a v tú hodinu. Mapa 8 ukazuje priestorový chod extrémnych hodnôt oslnenia reliéfu za príslušnú dvojicu dní.

Na mapách sú zároveň vyznačené zatienené miesta na reliéfe, pričom rozhranie svetla a tieňa tvorí vždy nulová izalumklína v konvexnej časti topografickej plochy, kdežto v konkávnej časti sa nachádza v zatienenej oblasti. Týmto problémom sme sa zaoberali v prácach [6, 8], v ktorých sme ho podrobne rozobrali.

Rozoberme teraz problém časovej dĺžky oslnenia reliéfu a jej zmeny (mapa 9). Tento problém je z hľadiska postupu takmer úplne totožný s postupom pre samočinné počítače, a preto si ho, ako aj tzv. veličinu q matematicky udávajúcu pravdepodobnosť priestorového rozloženia sumy hodín priameho oslnenia reliéfu a ich časovej diferenciacie podrobne všimnime v druhej časti práce. Rozoberme teraz postup výpočtov pomocou samočinných počítačov.

V prvom prípade je to samočinný číslicový počítač v spojení so samočinným vykresľovacím zariadením (napr. KINGMATIC), obr. 3a, kde výstupom sú rôzne druhy máp. V druhom prípade je to analógový samočinný počítač, spojený pomocou prevodníkov s číslicovým počítačom (obr. 3b). V príspevku rozoberieme prvý postup, ktorý sme rozpracovali pre rôzne druhy máp. Podrobne je celý postup rozpracovaný v jazyku ALGOL v práci [2].

Pre samočinné počítače musíme voliť vhodné vstupné veličity takého druhu, aby sa dali použiť na čo najväčší počet rôznych druhov výpočtov, t. j., aby boli teda maximálne univerzálne.

Tabuľka 3

Tabuľkové hodnoty pre izalumchrónextrémy

$T_E = 15^\circ \equiv 11^{00}$ hod
 $T_E = 345^\circ \equiv 13^{00}$ hod

$\delta_\odot = 5^\circ 01'$ 3. IV.
 10. IX.

γ_N	A_N dop. A_N odp.	$(\delta_{exp})_E$
$9^\circ 05'$	$101^\circ 21'$ $258^\circ 39'$	$45^\circ 32'$
10°	$92^\circ 11'$ $267^\circ 49'$	$47^\circ 07'$ $44^\circ 57'$
11°	$74^\circ 57'$ $285^\circ 03'$	$50^\circ 25'$ $40^\circ 40'$
12°	$66^\circ 20'$ $293^\circ 40'$	$52^\circ 23'$ $38^\circ 41'$
13°	$60^\circ 18'$ $299^\circ 52'$	$54^\circ 02'$ $37^\circ 02'$
14°	$58^\circ 38'$ $304^\circ 22'$	$55^\circ 30'$ $35^\circ 34'$
15°	$51^\circ 52'$ $309^\circ 08'$	$56^\circ 53'$ $34^\circ 11'$
16°	$48^\circ 43'$ $311^\circ 17'$	$58^\circ 11'$ $32^\circ 53'$
17°	$46^\circ 03'$ $313^\circ 57'$	$59^\circ 26'$ $31^\circ 38'$
18°	$43^\circ 45'$ $316^\circ 15'$	$60^\circ 40'$ $30^\circ 25'$
19°	$41^\circ 43'$ $318^\circ 17'$	$61^\circ 51'$ $29^\circ 13'$
20°	$39^\circ 55'$ $320^\circ 05'$	$63^\circ 01'$ $28^\circ 03'$
21°	$38^\circ 19'$ $321^\circ 41'$	$64^\circ 10'$ $26^\circ 54'$
22°	$36^\circ 52'$ $323^\circ 08'$	$65^\circ 18'$ $25^\circ 47'$
23°	$35^\circ 33'$ $324^\circ 27'$	$66^\circ 25'$ $24^\circ 39'$
24°	$34^\circ 22'$ $325^\circ 38'$	$67^\circ 31'$ $23^\circ 33'$
25°	$33^\circ 16'$ $326^\circ 44'$	$68^\circ 37'$ $22^\circ 27'$
30°	$28^\circ 53'$ $331^\circ 07'$	$74^\circ 00'$ $17^\circ 04'$

Vychádzame opäť z toho, že mapu považujeme za spojité skalárne pole a vrstevnice za izočiaru tohto poľa. V mape, ako v izočiarovom poli sa spravidla nachádzajú jednak singulárne body izolované pozitívne, resp. negatívne, ktorým na topografickej ploche

Tabuľka 4

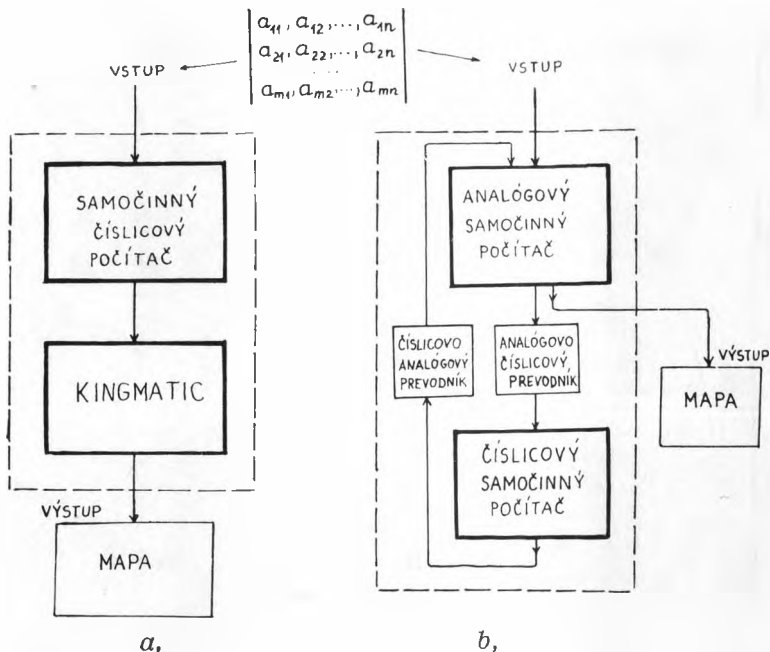
Tabuľkové hodnoty pre izalumchrónextrémy

$$T_E = 0^\circ \equiv 12^{00} \text{ hod}$$

$$\delta_{\odot} = 5^\circ 01' \quad \begin{matrix} 3. \text{IV.} \\ 10. \text{IX.} \end{matrix}$$

γ_N	A_N		$(\delta_{exp})_E$		
0°	0		46° 31'		
0° 30'	0	180°	47° 02'	46° 00'	
1°	0	180°	47° 31'	45° 31'	
1° 30'	0	180°	48° 10'	45° 02'	
2°	0	180°	48° 31'	44° 31'	
3°	0	180°	49° 31'	43° 31'	
4°	0	180°	50° 32'	42° 31'	
5°	0	180°	51° 31'	41° 31'	
6°	0	180°	52° 31'	40° 31'	
7°	0	180°	53° 31'	39° 31'	
8°	0	180°	54° 31'	38° 31'	
9°	0	180°	55° 31'	37° 31'	
10°	0	180°	56° 31'	36° 31'	
11°	0	180°	57° 31'	35° 31'	
12°	0	180°	58° 31'	34° 31'	
13°	0	180°	59° 31'	33° 32'	
14°	0	180°	60° 31'	32° 31'	
15°	0	180°	61° 31'	31° 31'	
16°	0	180°	62° 31'	30° 31'	
17°	0	180°	63° 31'	29° 31'	
18°	0	180°	64° 31'	28° 31'	
19°	0	180°	65° 40'	27° 31'	
20°	0	180°	66° 31'	26° 31'	
21°	0	180°	67° 31'	25° 31'	
22°	0	180°	68° 14'	24° 38'	

odpovedajú vrcholové body, resp. depresné body, jednak singularne dvojné body, ktorým na topografickej ploche odpovedajú sedlové body. Kartografický aspekt problému podrobne rozoberáme v práci [9]. Singularne body trajektóriového poľa zapadajú do singularných bodov izocharového poľa, pričom ortogonálne trajektórie vychádzajú zo singularných bodov izolovaných, pozitívnych na všetky strany kolmo na izočiary skalárneho poľa, t. j. vrstevníc v mape. Každému singularnému bodu pozitívnemu odpovedá teda v mape ako v skalárnom poli určitá oblasť s množinou jeho vlastných spádových kriviek, ktoré z neho vybiehajú. Skalárne pole sa nám tak rozčlení na systém areálov jednotlivých singularít, pričom každá z nich má svoj systém spádových kriviek. Z hľadiska, ktoré sledujeme, nás zaujímajú spádové krivky konštruované po určitých intervaloch tak, aby nám primerane pokryli celú skúmanú oblasť, pričom každú začíname, alebo ukončujeme v miestach zbiehania, kde by nám ich nahustenie v ďalšom priebehu spôsobilo neprehľadnosť. V areáli každej singularity dostaneme tak určitý počet spádových kriviek. Jednotlivé singularne body izolované očísľujeme podľa zvoleného poradia a zároveň podľa zvoleného poradia očísľujeme spádové krivky každej singularity (obr. 4). Súčasne na každej spádovej krivke očísľujeme podľa poradia body tvoriace priesečníky spádovej krivky s vrstevnicami, začínajúc počiatočným bodom spádovej krivky a končiac jej koncovým bodom. Tento postup nám umožní v areáli každej singularity



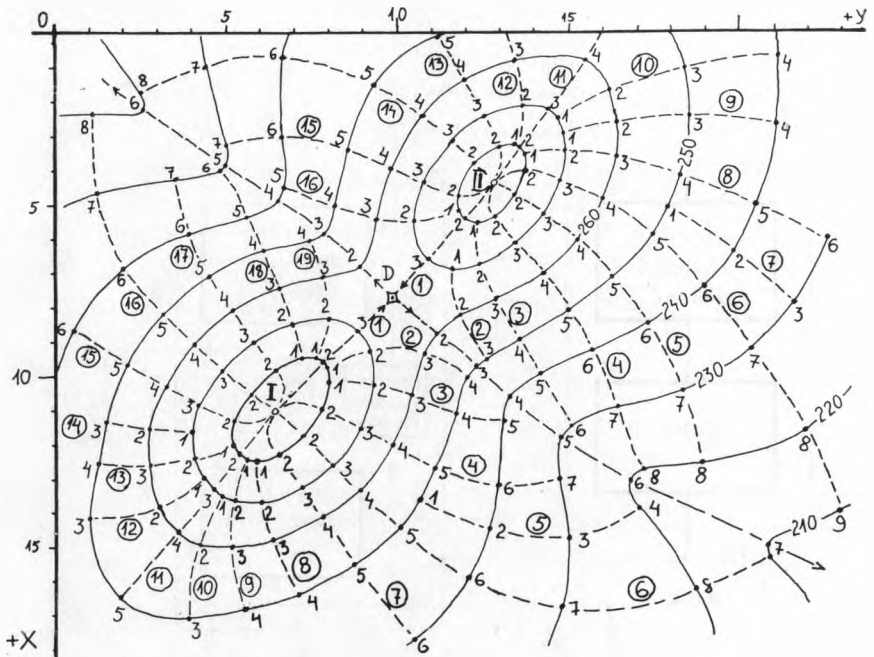
Obr. 3.

zapsat systém bodov tvoriacich priesečníky spádových kriviek s vrstevnicami do tvaru matice, ktorej riadky budú tvoriť jednotlivé vrstevnice v oblasti areálu príslušnej singularity a stĺpce budú tvoriť spádové krivky tejto singularity.

Práve spomenutý problém množiny bodov môžeme všeobecne vyjadriť v tvare matice ako

$$\begin{bmatrix} a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n} \\ a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2n} \\ \dots \dots \dots \\ a_{m1}, a_{m2}, \dots, a_{mn} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

kde jednotlivé prvky matice v jej jednotlivých stĺpcoch sú body na spádových krivkách v ich priesečníkoch s vrstevnicami a v riadkoch sú body na vrstevniciach v priesečníkoch jednotlivých spádových kriviek. Množinu bodov na súbore spádových kriviek každej singularity zapíšeme tak v tvare matice. Jednotlivé prvky matice (24) sa skladajú z nameraných koordinát x , y a skalára z každého bodu matice v mierke mapy, alebo v cm mierky 1:1. Dve rozhraničovacie spádové krivky vybiehajúce zo sedlového bodu zapíšeme v tvare stĺpcovej matice. Hodnoty matice (24) sú vstupnými hodnotami pre samočinný počítač. V ďalšom postupe potrebujeme v zmysle našich prác [2, 3, 4] zistiť na spádových krivkách body s hodnotou spádu γ_N a orientácie reliéfu A_N (ako je to pre hodnotu spádu vyjadrené na obr. 4 práce [3], alebo na konštrukčných prievitkách práce [9]). Teraz však zároveň potrebujeme zistiť aj polohu týchto bodov na spádových krivkách medzi vrstevnicami, vyjadrenú v súradniciach x , y . Tieto body



Obr. 4. Rozčlenenie skalárneho poľa do singularít a zápis vstupných údajov pre samočinný počítač vo forme matice. Ako príklad je zápis I. singularity do tvaru matice

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
285	1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	0
280	1	1	1	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1
270	1	1	1	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
260	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
250	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
240	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	0
230	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
220	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
210	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tie členy matice, ktoré sú zapísané číslom 1, tvoria priesečníky spádových kriviek s vrstevnicami. V stĺpcoch matice sú obsiahnuté jednotlivé spádové krivky podľa poradia, v riadkoch matice sú jednotlivé vrstevnice. Číslom 0 sú označené tie členy matice, kde spádová krivka už nie je ďalej konštruovaná, ale ktorej priebeh je pre samočinný počítač potrebné uvažovať. Nenulové prvky matice (zapísané ako jednotky) sa skladajú z nameraných súradníc x , y priesečníkov spádových kriviek s vrstevnicami a skalárnej hodnoty z (čiou je nadmorská výška príslušného priesečníka). Nulové prvky matice sa skladajú z nulových hodnôt súr. x , y , z , t. j. (0, 0, 0).

Vysvetlivky: 1 — singularne izolované body pozitívne. Na topografickej ploche im odpovedajú vrcholové body, 2 — singularne dvojné body poľa. Na topografickej ploche im odpovedajú sedlové body, 3 — priesečníky spádových kriviek s vrstevnicami, 4 — vrstevnice, 5 — spádové krivky 6 — čísla, označujúce poradie spádových kriviek v areáli každej singularity.

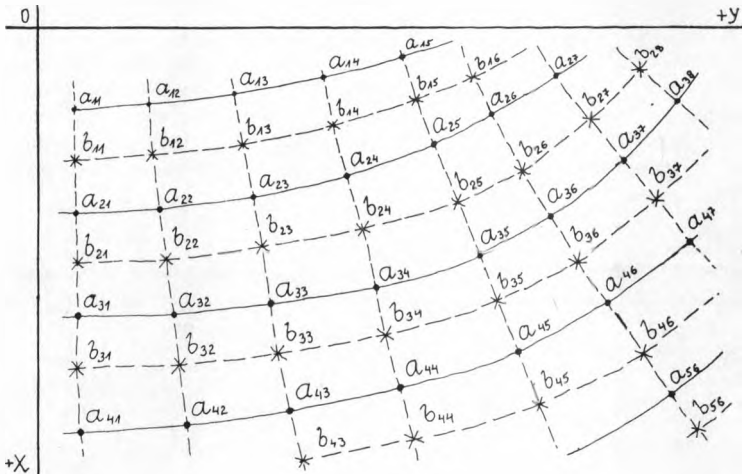
budú v areáli každej singularity tvoriť opäť množinu bodov, ktorú môžeme zapísať v tvare matice

$$\begin{bmatrix} b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n} \\ b_{21}, b_{22}, \dots, b_{2n} \\ \dots \dots \dots \\ b_{m1}, b_{m2}, \dots, b_{mn} \end{bmatrix} \quad (25)$$

Rozloženie prvkov matice (25) je zakreslené na obr. 5. Výpočet ich polohy podrobne rozoberáme v práci [2]. Výpočet veličín γ_N , A_N sme robili podľa vzťahov

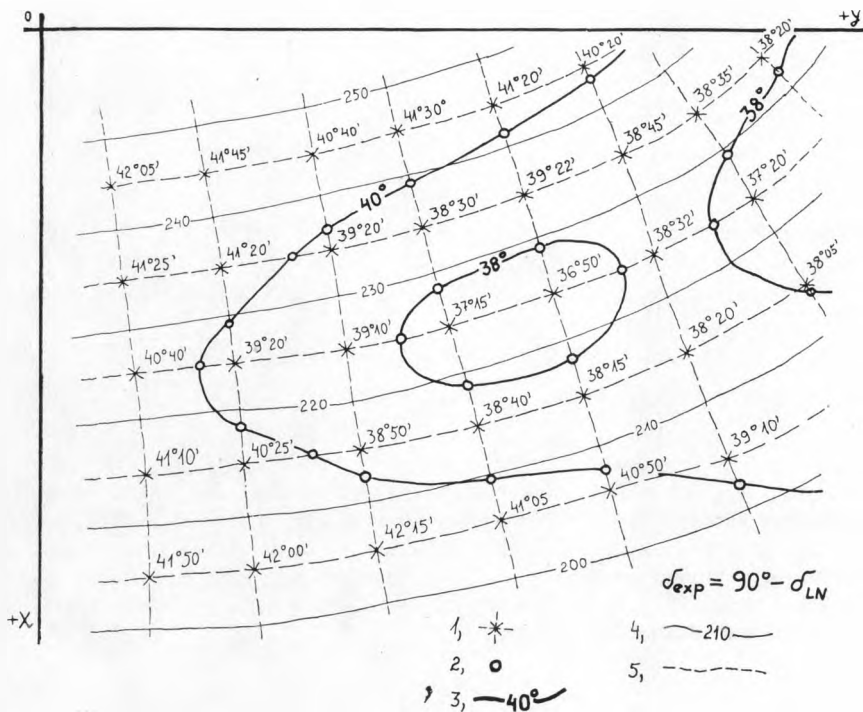
$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \gamma_N &= \frac{\Delta z}{\Delta n} = \frac{z_{m-1,n} - z_{mn}}{\sqrt{(x_{m-1,n} - x_{mn})^2 + (y_{m-1,n} - y_{mn})^2}} \\ \operatorname{tg} A_N &= \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_{m-1,n} - y_{mn}}{x_{m-1,n} - x_{mn}}, \end{aligned} \quad (26)$$

kde súr. x_{mn} , y_{mn} sú súčasti prvkov matice (24). Vzťahy (26) tvoria podklad pre určenie hodnôt súradníc N_x , N_y , N_z vektora normály \mathbf{N} , a teda aj podklad pre výpočet uhla δ_{exp} v zmysle vzťahov (7), (8). Súradnice bodov tvoriacich prvky matice (25), ku ktorým sú priradené veličiny γ_N , A_N sa vypočítavajú pomocou vzťahov podrobne odvodených v práci [2]. Tu len poznamenajme, že body ležia na spádových krivkách medzi vrstevnicami ako to ukazuje obr. 5.



Obr. 5. Polohové vyznačenie vstupných hodnôt a_{mn} , tvoriacich členy matice (24) a medzi-výsledkových hodnôt b_{mn} , tvoriacich členy matice (25).

Z hľadiska nášho problému, t. j. zostrojenia máp izalumklín pomocou samočinných počítačov, samočinný počítač na základe vzťahov (26) určí teda súr. vektora normály \mathbf{N} a v zmysle vzťahov (7), (8) aj hodnotu uhla δ_{LN} , a tak aj uhla expozície δ_{exp} . Vypočítanú hodnotu uhla δ_{LN} priradí ako skalárnu hodnotu ku každému prvku matice



Obr. 6. Izalumklíny, vykreslené prístrojom KINGMATIC podľa sústavy rovníc (33) na podklade bodov vypočítaných samočinným počítačom zo štvoric (28) ako prvkov matice (24). Vysvetlivky: 1 — body tvoriace prvky matice (25), (27). Stupňové hodnoty k nim priradené, sú ako skalárne hodnoty v matici (27) priradené k súradniciam, určujúcim polohu každého bodu ako prvku matice, 2 — body, vypočítané na základe štvoric (28) podľa podmienok (29), 3 — vykreslené izalumklíny prístrojom KINGMATIC, 4 — vrstevnice, 5 — spádové krivky k vrstevniciam.

(25) namiesto pôvodných skalárnych hodnôt γ_N , A_N , ktoré slúžili ako medzivýpočtové hodnoty. Tak dostaneme maticu, ktorej prvky sa skladajú zo súradníc x , y a z priradenej skalárnej hodnoty δ_{LN} . Z hľadiska nášho cieľa im priradíme ešte vypočítanú hodnotu súradnice z , takže matica bude mať tvar

$$\begin{bmatrix} b_{11}[(x, y, z; \delta_{LN})_{11}], & b_{12}[(x, y, z; \delta_{LN})_{12}], & \dots, & b_{1n}[(x, y, z; \delta_{LN})_{1n}] \\ b_{21}[(x, y, z; \delta_{LN})_{21}], & b_{22}[(x, y, z; \delta_{LN})_{22}], & \dots, & b_{2n}[(x, y, z; \delta_{LN})_{2n}] \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1}[(x, y, z; \delta_{LN})_{m1}], & b_{m2}[(x, y, z; \delta_{LN})_{m2}], & \dots, & b_{mn}[(x, y, z; \delta_{LN})_{mn}] \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Samočinný počítač vypočítava teda hodnoty uhlov δ_{LN} pre každý bod matice (27) podľa volených jednotlivých časových intervalov ΔT pre jednotlivé hodnoty deklinácie Slnka δ_0 podľa jej stĺpcov, t. j. v smere jednotlivých spádových kriviek. Z vypočítaných hodnôt δ_{LN} na jednotlivých spádových krivkách samočinný počítač interpoláciou vypočíta na každej spádovej krivke body s volenou hodnotou $\delta_{LN} = \text{konšt}$ (obr. 6.). Tu však možno pri formulácii programu postupovať viacerými spôsobmi. Vždy je však potrebné

volí taký postup, aby samočinný počítač mohol zistené body s konštantnou hodnotou uhla δ_{LN} , ležiace na nejakej izalumklíne, správne k sebe podľa poradia priradiť, a nimi potom interpolovať krivku, modelujúcu priebeh izalumklíny. Pre túto krivku potom vypočítava po určitých krokoch (dĺžkových úsekoch tejto krivky) súradnice x , y bodov na tejto krivke, ako vstupné hodnoty pre KINGMATIC. Z uvedeného hľadiska samočinný počítač podľa zadanej inštrukcie v ďalšom postupe berie do úvahy prvky matice (27) podľa nasledovných štvoríc

$$\left[\begin{array}{ccc} b_{11}, b_{12} & ; & b_{21}, b_{22} & ; \dots ; & b_{m-1,1}, b_{m-1,2} \\ b_{21}, b_{22} & ; & b_{31}, b_{32} & ; \dots ; & b_{m,1}, b_{m,2} \\ \\ b_{12}, b_{13} & ; & b_{22}, b_{23} & ; \dots ; & b_{m-1,2}, b_{m-1,3} \\ b_{22}, b_{23} & ; & b_{32}, b_{33} & ; \dots ; & b_{m,2}, b_{m,3} \\ \\ & & \dots & & \\ \\ b_{1,n-1}, b_{1n} & ; & b_{2,n-1}, b_{2n} & ; \dots ; & b_{m-1,n-1}, b_{m-1,n} \\ b_{2,n-1}, b_{2n} & ; & b_{3,n-1}, b_{3n} & ; \dots ; & b_{m,n-1}, b_{m,n} \end{array} \right], \quad (28)$$

z ktorých vyberá tie štvorice pre príslušné volené $\delta_{LN} = \textit{konšt}$, v ktorých aspoň jeden člen musí pre túto volenú hodnotu spĺňať podmienku, že

$$(\delta_{LN})_{mn} < (\delta_{LN})_{\textit{konšt}} \quad (29)$$

alebo aspoň jeden člen

$$(\delta_{LN})_{mn} > (\delta_{LN})_{\textit{konšt}}.$$

Vybrané štvorice (29) tvoria z geometrického hľadiska, čo sa týka ich polohy v mape, určenej ich súradnicami x , y , vrcholy štvoruholníkových útvarov. Samočinný počítač v nich interpoláciou zisťuje polohu x , y bodov so zvolenou hodnotou $(\delta_{LN})_{\textit{konšt}}$ (obr. 6). V ďalšom postupe možno opäť zvoliť dvojaký spôsob výpočtu izočiari zo štvoríc (28). V prvom spôsobe samočinný počítač interpoluje zistenými bodmi $(\delta_{LN})_{\textit{konšt}}$ zoradenými podľa poradia izalumklínu pomocou krivky n -tého stupňa

$$y = f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + a_2 x^{n-2} + \dots + a_{n-1} x + a_n. \quad (30)$$

V druhom spôsobe uvažujeme rozložené hodnoty δ_{LN} v mape ako nové skalárne pole, takže jeho rovnicu môžeme napísať v tvare

$$\delta_{LN} = f(x, y). \quad (31)$$

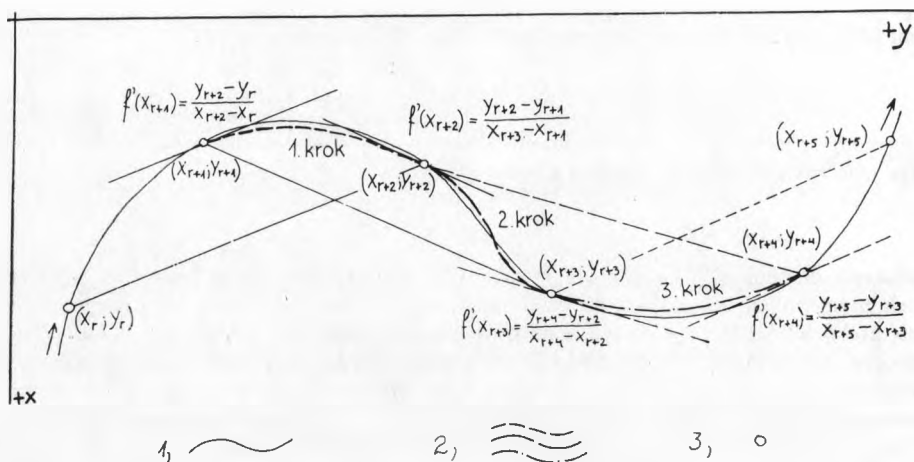
Rozloženie hodnôt δ_{LN} na základe štvoríc (28) vyšetrojeme potom pomocou polynómu dvoch premenných, na základe ktorého samočinný počítač vypočítava po určitých dĺžkových úsekoch súradnice x , y izalumklíny s volenou hodnotou $(\delta_{LN})_{\textit{konšt}}$. Oba prípady podrobne rozoberáme v práci [2]. Teraz stručne uvedieme postup podľa krivky (30) s volenou hodnotou $n = 4$. Touto krivkou nahradzujeme neznámu izalumklínu po určitých úsekoch medzi jej známymi bodmi $b_1, b_2, \dots, b_{r-1}, b_r$. Pre výpočet koeficientov a_0 až a_4 krivky (30) s $n = 4$ berieme do úvahy vždy štyri známe body $b_r, b_{r+1}, b_{r+2}, b_{r+3}$ ležiace na neznámej krivke (izalumklíne) s uvažovanou hodnotou $(\delta_{LN})_{\textit{konšt}}$, ktorú v úseku medzi dvoma vnútornými bodmi b_{r+1}, b_{r+2} nahradíme krivkou (30). Uvedené známe body sú vždy pre volenú hodnotu $(\delta_{LN})_{\textit{konšt}}$ určené zo štvoríc (28). Zároveň predpíšeme ako ohraničujúcu podmienku v bodoch b_{r+1}, b_{r+2} hodnoty prvých derivácií určených zo známych štyroch bodov vzťahmi

$$\left. \begin{aligned} \left(\frac{dy}{dx}\right)_{r+1} &= f'(x_{r+1}) = \frac{y_{r+2} - y_r}{x_{r+2} - x_r} \\ \left(\frac{dy}{dx}\right)_{r+2} &= f'(x_{r+2}) = \frac{y_{r+3} - y_{r+1}}{x_{r+3} - x_{r+1}} \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Každý presun vo výpočte koeficientov a_0 až a_4 z jednej dvojice bodov na druhú dvojicu nazveme krokom. Hodnotu koeficientov a_0 až a_4 pre každý krok dostaneme opätovným riešením sústavy rovníc

$$\left. \begin{aligned} y_{r+1} &= a_0 x_{r+1}^4 + a_1 x_{r+1}^3 + a_2 x_{r+1}^2 + a_3 x_{r+1} + a_4 \\ y_{r+2} &= a_0 x_{r+2}^4 + a_1 x_{r+2}^3 + a_2 x_{r+2}^2 + a_3 x_{r+2} + a_4 \\ y_{r+3} &= a_0 x_{r+3}^4 + a_1 x_{r+3}^3 + a_2 x_{r+3}^2 + a_3 x_{r+3} + a_4 \\ \frac{y_{r+2} - y_r}{x_{r+2} - x_r} &= 4 a_0 x_{r+1}^3 + 3 a_1 x_{r+1}^2 + 2 a_2 x_{r+1} + a_3 \\ \frac{y_{r+3} - y_{r+1}}{x_{r+3} - x_{r+1}} &= 4 a_0 x_{r+1}^3 + 3 a_1 x_{r+2}^2 + 2 a_2 x_{r+2} + a_3 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

Zmieneny postup podľa jednotlivých krokov je graficky znázornený na obr. 7. Podľa uvedeného postupu vypočítané hodnoty súradníc x, y bodov na izalumklínach sú ako výstupné hodnoty zo samočinného počítača. V každom úseku medzi známymi bodmi b_{r+1}, b_{r+2} volíme vzdialenosť medzi vypočítavanými bodmi v závislosti od veľkosti zakrivenia tejto krivky. Hustotu vypočítavaných bodov sme volili ako priamoúmernú veľkosti zakrivenia krivky. Podrobne sa týmto problémom zaoberáme v práci [2].



Obr. 7. Postup samočinného počítača po jednotlivých krokoch pri výpočte krivky nahradzujúcej izalumklínu a iné druhy izočiar v zmysle sústavy rovníc (33). Vysvetlivky: 1 — priebeh neznámej izalumklíny, alebo inej izočiar, 2 — vypočítaný priebeh krivky v jednotlivých krokoch, nahradzujúcej izalumklínu, alebo iné izočiar, 3 — body zistené zo štvoric (28) podľa podmienok (29), tvoriace krajné hodnoty intervalov pri každom kroku.

Postup pri výpočte a samočinnom vykreslení izalumchrónextrém je obdobný ako pri predošlom. Namiesto hodnôt δ_{LN} budú však v matici (27) vystupovať hodnoty T_E , zistené samočinným počítačom zo vzťahov (16). Súradnice x, y v prvkoch pôvodnej matice (27) sa nemenia. To znamená, že zloženie prvkov matice pre výpočet izalumchrónextrém bude

$$\begin{bmatrix} b_{11}(x, y, z; T_E)_{11}, b_{12}(x, y, z; T_E)_{12}, \dots, b_{1n}(x, y, z; T_E)_{1n} \\ b_{21}(x, y, z; T_E)_{21}, b_{22}(x, y, z; T_E)_{22}, \dots, b_{2n}(x, y, z; T_E)_{2n} \\ \dots \dots \dots \\ b_{m1}(x, y, z; T_E)_{m1}, b_{m2}(x, y, z; T_E)_{m2}, \dots, b_{mn}(x, y, z; T_E)_{mr} \end{bmatrix}. \quad (34)$$

V ďalšom postupe samočinný počítač zistí súradnice x, y bodov s rovnakými hodnotami parametrov T_E zo štvoric obdobných štvarciam (28) analogicky presne, ako to bolo pri izalumklínach, a nakoniec pomocou vzťahov (33) modeluje priebeh izalumchrónextrém, pre ktoré vypočítava súr. x, y a zároveň k nim zaznamenáva do výstupnej pásky vonkajšie inštrukcie pre KINGMATIC.

Teraz pristúpime k problému zostrojenia máp izalumchrón, ako izočiar spájajúcich na reliéfe množinu bodov potenciálne priamo oslnených rovnako dlhú dobu. Tento problém úzko súvisí s problémom nulových izalumklín a priestorového rozloženia zatienenia reliéfu vo zvolených časových okamihoch T , menených podľa pravidelných intervalov ΔT , ako sme to zakreslili aj v mapách 1 až 8. Na mape 9 je zakreslené priestorové rozloženie celkových súčtov hodín priameho možného oslnenia. Súčet hodín ΣT_T zatienenia nejakého bodu P na reliéfe súvisí so súčtom hodín ΣT_S priameho možného oslnenia tak, že tvoria spolu súčet hodín ΣT_C celkového priameho možného oslnenia pre bod P bez vplyvu reliéfu od východu Slnka po západ, vzhľadom na rovinu horizontu (zdanlivého) H , uvažovaného ako skutočný horizont. To znamená, že platí jednoduchý vzťah

$$\Sigma T_T + \Sigma T_S = \Sigma T_C. \quad (35)$$

Skôr než rozoberieme samotný problém zostrojenia máp izalumchrón, rozoberme v súvislosti s nulovými izalumklínami aj výpočet vyhraničenia areálov zatienených oblastí na reliéfe a ich zobrazenia v mape pomocou samočinných počítačov.

Uvažujme teraz slnečný lúč ako priamku L_i prechádzajúcu nejakým bodom $P_i(x_{P,i}, y_{P,i}, z_{P,i})$ na topogr. ploche na rozhraní svetla a tieňa, t. j. na nulovej izalumklíne v konvexnej časti topogr. plochy, pričom jej orientácia však nech je daná vektorom $-\mathbf{L}$. To znamená, že orientácia priamky L_i je totožná so smerom dopadajúceho slnečného lúča. Priebeh tejto priamky v priestore v súr. sústave $\langle O', \mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k} \rangle$ bude určený rovnicou

$$\frac{X - x_{P,i}}{-L_x} = \frac{Y - y_{P,i}}{-L_y} = \frac{Z - z_{P,i}}{-L_z}, \quad (36)$$

kde veličiny X, Y, Z označujú súradnice bodov na priamke a veličiny $x_{P,i}, y_{P,i}, z_{P,i}$ sú súradnice bodu P_i na topogr. ploche. Veličiny L_x, L_y, L_z sú určené vzťahmi (3). Slnečný lúč, ako priamka (36) vo zvolenom časovom okamihu T , bude mať s topografickou plochou spoločné dva body: dotykový bod P_i na rozhraní svetla a tieňa, t. j. na nulovej uvažovanej izalumklíne v konvexnej časti topografickej plochy a bod $B_i(x_{B,i}, y_{B,i}, z_{B,i})$ dopadu na topografickú plochu. V týchto dvoch bodoch bude mať priamka L_i rovnakú hodnotu veličiny Z ako body P_i a B_i . Nás na priamke L_i (36) zaujíma veľkosť úseku medzi bodom P_i a bodom B_i v smere orientácie priamky L_i .

Tento úsek vyhraničuje zatienujú oblasť topografickej plochy pre zvolenú hodnotu časového parametra T . V ňom budú mať totiž body so súradnicami X, Y, Z ležiace na uvažovanej priamke väčšiu hodnotu súradnice Z oproti súradniciam $x = X, y = Y$ súradníc bodov priamky. Výnimkou budú body P_i a B_i , ktorých $Z_{P,i} = z_{P,i}$ a $Z_{B,i} = z_{B,i}$.

Uvažované z hľadiska mapy ako skalárnej bázy spojitého skalárneho poľa v rovine (x, y) , budú tie body skalárneho poľa, ktorých súradnice $x = X, y = Y$ ležať na priamke L'_i , tvoriacej zvislý priemet priestorovej priamky o rovnici (36), do roviny (x, y) . K nim priradené skalárne hodnoty z , v zmysle rovnice (1) budú v uvažovanom intervale P_i, B_i v skalárnej báze menšie, ako hodnoty Z .

Uvažujme preto teraz priamku L'_i ako zvislý priemet priamky (36) do skalárnej bázy v rovine (x, y) . Jej priebeh v skalárnej báze bude určovať rovnica, ktorú dostaneme z rovnice (36) a ktorá bude mať tvar

$$Y = A X - A x_{P,i} + y_{P,i},$$

$$\text{kde } A = \frac{-L_y}{-L_x} = \frac{-(C_{22} \sin T)}{-(C_{11} \cos T + C_{13})}, \quad (37)$$

pričom veličiny X, Y sú súradnice bodov priamky a veličiny $x_{P,i}, y_{P,i}$ vystupujú ako konštanty a sú súradnicami bodov P_i . Vyjadríme ešte vzťah medzi volenými hodnotami X a im odpovedajúcimi hodnotami Z , ktoré budú dané rovnicou

$$Z = C X - C x_{P,i} + z_{P,i},$$

$$\text{kde } C = \frac{-L_z}{-L_x} = \frac{-(C_{31} \cos T + C_{33})}{-(C_{11} \cos T + C_{13})}. \quad (38)$$

Zatiaľ čo poloha bodu P_i na príslušnej nulovej izalumkline, cez ktorý prechádza priamka L_i na topografickej ploche, alebo priamka L'_i v skalárnej báze, vystupuje už ako konštantná známa veličina, poloha bodu B_i na tejto priamke, v ktorom slnečný lúč dopadá na topografickú plochu, musí byť zistená výpočtom z rovníc (1), (37) a (38). Dosadením hodnôt $x = X, y = Y$ z rovnice (37) do rovnice (1), vypočítame priebeh hodnôt skalárov z v poli počnúc od bodu P_i v smere orientácie priamky L'_i . Hodnoty skalárov z budú pre uvedené súradnice $x = X, y = Y$ menšie, ako hodnoty súr. Z v rovnici (38) pre tie isté uvažované hodnoty $x = X$. V bode B_i však bude splnená podmienka $z_{B,i} = Z_{B,i}$, čo môžeme vyjadriť pomocou vzťahu

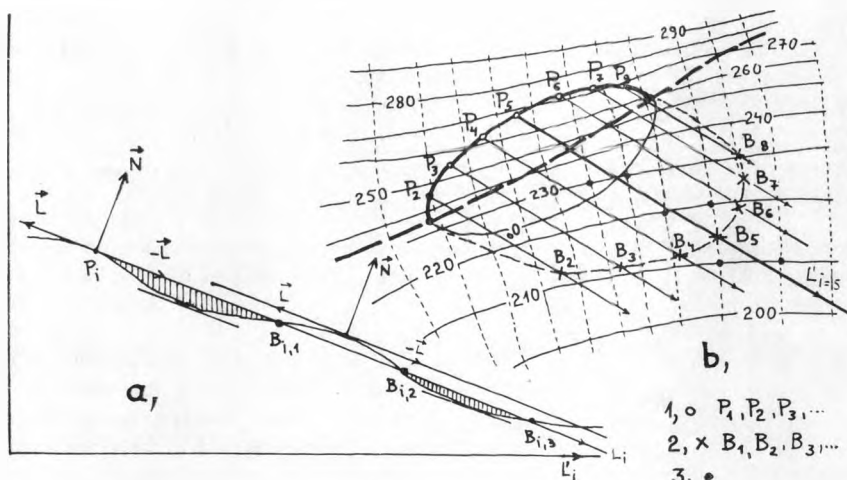
$$C X_{B,i} - C x_{P,i} + z_{P,i} = z [X_{B,i}; (A X_{B,i} - A x_{P,i} + y_{P,i})], \quad (39)$$

z ktorého, ako riešenie vypočítame súr. $X_{B,i}$. Riešení môže byť pre každú nulovú izalumklinu väčší počet, t. j. $(X_{B,i})_j$, kde $j = 1, 2, 3, \dots$. Nás však zaujíma len jedno z nich, a síce to, ktoré označuje prvý bod B_i po bode P_i , v ktorom je $z_{B,i} = Z_{B,i}$ (obr. 8a). Ostatné riešenia označujúce na obr. 8a body $B_{i,2}, B_{i,3}$ nemajú pre nás význam.

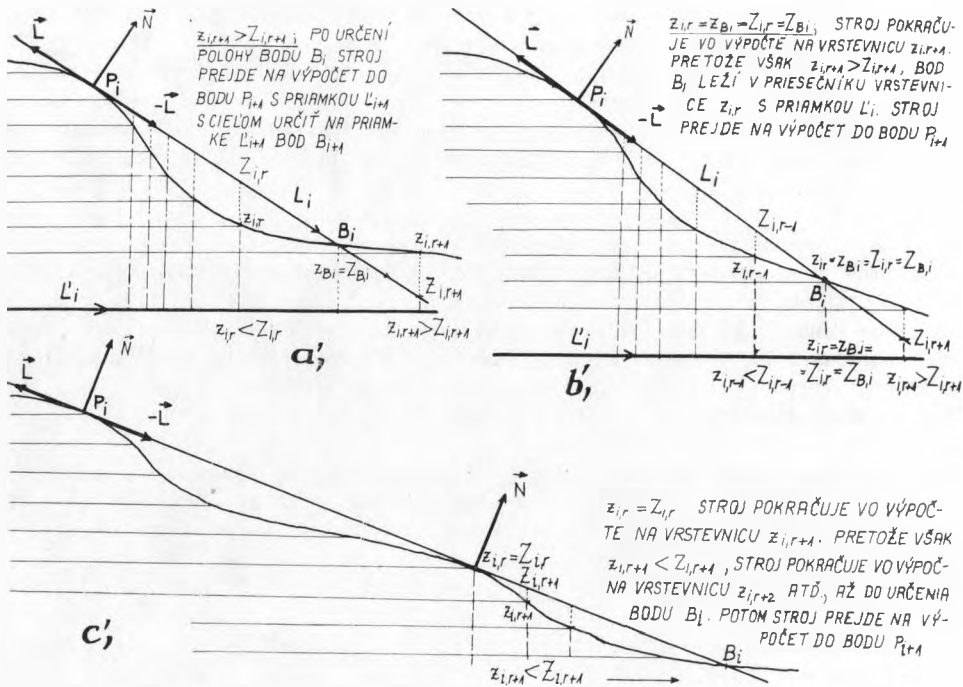
Analytické vyjadrenie rovnice (1) skalárneho poľa nepoznáme, a preto rovnicu (39) nemôžeme analyticky riešiť. Poznáme však rozloženie hodnôt skalárov výšok z , ktoré sme metricky zistili a sú obsiahnuté vo vstupnej matici (24). Preto je dôležitá teoretická formulácia problému, na základe ktorej riešime potom problém pomocou samočinných počítačov, obdobne, ako to bolo pri izalumklínach a izalumchrónextrémach. Ako základné vstupné veličiny pre samočinný počítač aj v tomto prípade budú prvky matice

(24), ktoré nám podávajú numerický obraz o rozložení skalárov z v skalárnej báze. Na ich základe a na základe rovníc (37), resp. (38) riešime potom celý problém výpočtu a samočinného vykreslenia zatienených oblastí pre jednotlivé časové momenty T podľa volených časových intervalov ΔT .

Samočinný počítač podľa zadaného programu určí pre zvolený časový moment T na nulovej izalumkline, tvoriacej na konvexnej časti topografickej plochy rozhranie svetla a tieňa, súradnice $x_{P,i}$, $y_{P,i}$, $z_{P,i}$ bodov P_i (kde $i = 1, 2, 3, \dots$) vzdialených od seba vo zvolených vzdialenostiach Δs . Týmito bodmi na topografickej ploche ako dotykovými bodmi prechádzajú priamky L_i určené rovnicou (36), alebo uvažované v skalárnej báze, priamky L'_i určené rovnicou (37). Počnúc od nejakého uvažovaného bodu P_i , ktorým prechádza uvedená priamka L'_i , samočinný počítač počíta v smere orientácie priamky L'_i body so súradnicami $x = X$, $y = Y$ v skalárnej báze, v ktorých porovnáva im priradené hodnoty skalárov z s odpovedajúcimi hodnotami Z na priamke určenej rovnicou (38), ktoré sú priradené k tým istým bodom $x = X$, $y = Y$. Ako podkladové veličiny pre výpočet súradníc $x = X$, $y = Y$ uvažovaných bodov na priamke L'_i počnúc od voleného bodu P_i nám slúžia tie prvky matice (24), pomedzi ktoré priamka L'_i v mape ako skalárnej báze prechádza. To znamená, že priesečník každej príslušnej vrstevnice s priamkou L'_i medzi dvoma bodmi ako členmi matice (24), tvorí hľadaný bod na priamke. Pribeh každej vrstevnice v úseku medzi týmito príslušnými dvoma bodmi buď modeluje pomocou polynómu (30), alebo ju pre jednoduchosť nahradí priamkou prechádzajúcou onými dvoma bodmi. To môže urobiť vtedy, ak sú body dostatočne husto rozložené, takže nedôjde k neprípustnému posunutiu priesečníka priamky L'_i s uvažovanou priamkou, oproti priesečníku vrstevnice s uvažovanou priamkou L'_i , (obr. 8b). Potom priesečník tejto priamky s priamkou L'_i tvorí príslušný hľadaný bod X, Y na vrstevnici s hodnotou skalára z_i . Pre tento bod samočinný počítač vypočíta podľa rovnice (38) hodnotu súradnice Z_i , ktorú porovná s odp-



Obr. 8. Postup samočinného počítača pri výpočte zatienených oblastí. 1 — body P_i na nulovej izalumkline v konvexnej časti topografickej plochy ($i = 1, 2, 3, \dots$), v ktorých $z_{P,i} = Z_{P,i}$, 2 — body B_i dopadu slnečného lúča na topografickú plochu, v ktorých $z_{B,i} = Z_{B,i}$, 3 — dvojice bodov ako prvkov matice (24), pomedzi ktoré priamka L_i prechádza. Na obrázku sú vyznačené body pre priamku $L'_{i=5}$, prechádzajúcu bodom $P_{i=5}$.



Obr. 9.

vedajúcou hodnotou skalára z_i . Označme práve skúmanú vrstevnicu so skalárom z_i podľa poradia počnúc od bodu P_i indexom r (kde $r = 1, 2, 3, \dots$). V nej nastávajú pre hodnotu skalára $z_{i,r}$ vzhľadom k hodnote súr. $Z_{i,r}$ na priamke (38) tri možnosti:

- a) $z_{i,r} < Z_{i,r}$; b) $z_{i,r} = Z_{i,r}$; c) $z_{i,r} > Z_{i,r}$.

Ak nastáva prípad a) pokračuje samočinný počítač v smere priamky L'_i na ďalšiu vrstevnicu $z_{i,r+1}$. Ak v priesečníku vrstevnice $z_{i,r+1}$ s priamkou L'_i nastane prípad c), vráti sa na priesečník vrstevnice $z_{i,r}$ s priamkou L'_i a zvolenou interpoláciou vypočíta polohu bodu $B_i(X_{B,i}, Y_{B,i})$ na priamke L'_i v ktorom nastáva prípad b) (obr. 9a'). Po určení bodu B_i stroj prechádza na výpočet do bodu P_{i+1} s priamkou L'_{i+1} . Ak na vrstevnici $z_{i,r}$ nastal prípad b) vznikajú dve možnosti: 1., buď na vrstevnici $z_{i,r}$ v jej priesečníku s priamkou L'_i leží bod B_i , t. j. $z_{i,r} = z_{B_i}$, a potom aj $z_{B_i} = z_{i,r} = z_{B_i}$ (obr. 9b') alebo 2., priesečníkom prechádza druhá nulová izalumklína (obr. 9c'). Preto, aby bolo možné v prípade b) jednoznačne rozhodnúť, ktorý uvedený prípad nastáva, pokračuje stroj vo výpočte o ďalší krok na priesečník vrstevnice $z_{i,r+1}$ s priamkou L'_i . Ak v priesečníku na vrstevnici $z_{i,r+1}$ nastane prípad c), potom v priesečníku vrstevnice $z_{i,r}$ s priamkou L'_i leží bod B_i (obr. 9b') a stroj prechádza s celým výpočtom v uvedenom zmysle na ďalší bod P_{i+1} , ktorým prechádza priamka L'_{i+1} . Ak však v priesečníku s priamkou L'_i na vrstevnici $z_{i,r+1}$ nastane prípad a), potom priesečníkom s priamkou L'_i na vrstevnici $z_{i,r}$ prechádza ďalšia nulová izalumklína (obr. 9c'), a preto stroj pokračuje v ďalšom výpočte na vrstevnici $z_{i,r+2}$ až do určenia bodu B_i . Po určení polohy bodu

B_i stroj prechádza na výpočet do bodu P_{i+1} , ktorým prechádza priamka L'_{i+1} . Po určení polohy všetkých bodov B_i na priamkach L'_i (kde $i = 1, 2, 3, \dots$), stroj pomocou polynómu v zmysle rovníc (24) vypočíta vo zvolených intervaloch Δs súradnice x, y bodov krivky vymedzujúcej zatienenú oblasť.

Teraz rozoberme postup pre zostrojenie máp izalumchrón pomocou samočinných počítačov. Z hľadiska použitia samočinných počítačov to opäť znamená určiť pre jednotlivé body $P(x, y, z)$ na topografickej ploche a im odpovedajúce body $P(x, y) \equiv b_{mn}$ v mape, tvoriace prvky matice (27), sumu hodín za každú volenú hodnotu deklinácie Slnka δ_{\odot} . To znamená určiť pre každý bod b_{mn} súčet hodín od časového okamihu T_v prechodu z tieňa do svetla po časový okamih T_z prechodu bodu b_{mn} zo svetla do tieňa pre každú volenú hodnotu deklinácie Slnka. Označme túto sumu hodín v bode b_{mn} pre jednu hodnotu deklinácie Slnka symbolom $\Sigma(T_S)_{mn}$. V matici (27) bude tak namiesto hodnoty δ_{LN} každému bodu priradená hodnota $\Sigma(T_S)$, takže dostaneme maticu

$$\begin{bmatrix} b_{11}(x, y, z; \Sigma T_S)_{11}, & b_{12}(x, y, z; \Sigma T_S)_{12}, & \dots, & b_{1n}(x, y, z; \Sigma T_S)_{1n} \\ b_{21}(x, y, z; \Sigma T_S)_{21}, & b_{22}(x, y, z; \Sigma T_S)_{22}, & \dots, & b_{2n}(x, y, z; \Sigma T_S)_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1}(x, y, z; \Sigma T_S)_{m1}, & b_{m2}(x, y, z; \Sigma T_S)_{m2}, & \dots, & b_{mn}(x, y, z; \Sigma T_S)_{mn} \end{bmatrix}$$

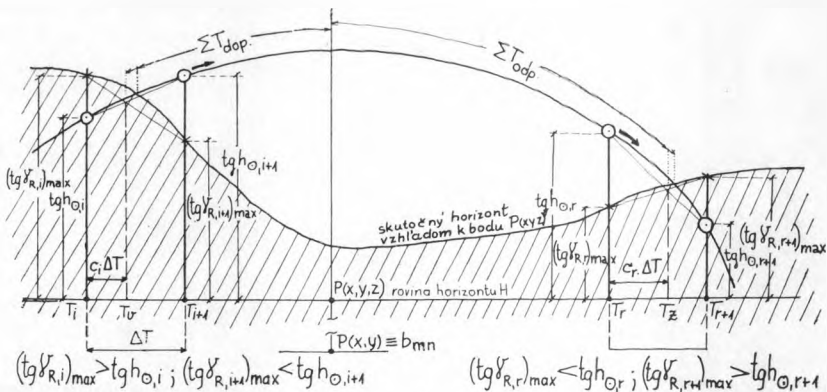
kde $\Sigma(T_S)$ je v zmysle vzťahu (35) a ktorej súradnice x, y, z v jej jednotlivých prvkoch sú tie isté ako súradnice x, y, z v prvkoch matice (27). Výška bodov v matici (27) je určená veličinami z . Veličina ΣT je určená vzťahom

$$\Sigma T = T_z - T_v, \quad (40)$$

pričom T_v je časový moment prechodu bodu $P = b_{mn}$ z tieňa do svetla a T_z je časový moment prechodu toho istého bodu zo svetla do tieňa (obr. 10). Ak je bod b_{mn} zatienený viackrát, potom

$$\Sigma T = (T_{z,1} + T_{z,2} + \dots) - (T_{v,1} + T_{v,2} + \dots). \quad (41)$$

Odvodme teraz vzťahy pre časové momenty T_v a T_z . Opäť uvažujme priamku L' v skalárnom poli, ktorej priebeh je určený rovnicou (37), ktorá však bude mať teraz



Obr. 10.

opačnú orientáciu. To znamená, že jej smer bude teraz určený vektorom L' v rovine (x, y) (pozri práca [8]), ktorý vychádza z uvažovaného bodu $P = b_{mn}$ a leží na priamke L' . Priamka L' bude teda vždy prechádzať nejakým bodom P ako prvkom b_{mn} matice (27), na rozdiel od priamky (37), ktorá prechádzala vždy nejakým bodom P_i na uvažovanej nulovej izalumklíne. Vzhľadom na to, že budeme uvažovať len časť priamky L' počnúc od bodu b_{mn} v smere jej orientácie, budeme ďalej hovoriť o polopriamke L' . Ukážeme, že hodnota časového momentu T_v, T_z je závislá jednak od rozloženia hodnôt skalárov z bodov poľa ležiacich na polopriamke L' v smere jej orientácie, jednak od hodnoty skalára z_{mn} uvažovaného bodu b_{mn} a jednak od výšky Slnka nad horizontom H pre zvolený časový moment T . Rovnicu priamky uvažujeme teda v tvare

$$Y = (\operatorname{tg} A_{\odot}) X + q_1, \quad (42)$$

v ktorej

$$\operatorname{tg} A_{\odot} = \frac{L_y}{L_x} = \frac{C_{22} \sin T}{C_{11} \cos T + C_{13}} \quad (42')$$

$$q_1 = y_{mn} - (\operatorname{tg} A_{\odot}) x_{mn},$$

na ktorej uvažujeme všetky body v smere jej orientácie počnúc bodom b_{mn} , ktorým prechádza. So zmenou parametra T o hodnotu ΔT mení sa podľa (42) hodnota uhla A_{\odot} o ΔA_{\odot} v smere zdanlivého pohybu Slnka po oblohe. Parameter T uvažujeme v diskrétnych hodnotách T_1, \dots, T_n , pričom

$$T_n = T_v + n \Delta T, \quad (43)$$

kde $n = 1, 2, \dots$ a T_v je hodnota parametra T pre východ Slnka nad rovinu zdanlivého horizontu H . Na polopriamke L' uvažujeme všetky body, ktorých výškový skalár z je väčší ako výškový skalár z_{mn} bodu b_{mn} , t. j. $z > z_{mn} = h'$. Rozdiel skalárov $\Delta z = z - z_{mn}$ delený vzdialenosťou Δ_n medzi dvomi bodmi, ku ktorým sa skaláry z, z_{mn} vzťahujú, určuje tangetu výškového uhla γ_R , t. j.

$$\operatorname{tg} \gamma_R = \frac{\Delta z}{\Delta_n} = \frac{z - z_{mn}}{\sqrt{(x - x_{mn})^2 + (y - y_{mn})^2}}. \quad (44)$$

Ten bod na polopriamke L' , pre ktorý je hodnota (44) maximálna, leží na skutočnom horizonte vzťahujúc sa k bodu b_{mn} . Bod b_{mn} sa nachádza: a) v tieni, b) na rozhraní svetla a tieňa, c) v priamom oslnení, podľa toho, ktorá z podmienok

$$\begin{aligned} \text{a) } & (\operatorname{tg} \gamma_R)_{\max} > \operatorname{tg} h_{\odot} \\ \text{b) } & (\operatorname{tg} \gamma_R)_{\max} = \operatorname{tg} h_{\odot} \\ \text{c) } & (\operatorname{tg} \gamma_R)_{\max} < \operatorname{tg} h_{\odot} \end{aligned} \quad (45)$$

je splnená. Z rovníc (3) dostaneme pre $\operatorname{tg} h_{\odot}$ vzťah

$$\operatorname{tg} h_{\odot} = \frac{C_{31} \cos T + C_{33}}{\sqrt{1 - (C_{31} \cos T + C_{33})^2}}. \quad (46)$$

Zmenou parametra T podľa zvoleného intervalu ΔT (napr. $T = 1^\circ = 4 \text{ min.}$) v zmysle podmienky (43) meníme smernicu $\operatorname{tg} A_{\odot}$ v smere postupu Slnka po zdanlivej dráhe

na oblohe a po každom kroku vyšetrujeme, ktorá z podmienok (45) nastala. Hľadáme hodnotu T_v a T_z . Ak pre nejaké T_i , ktorému odpovedá hodnota $\text{tg } A_{\odot,i}$, platí podmienka a) vo vzťahoch (45), zmení sa smernica $\text{tg } A_{\odot,i}$ na $\text{tg}(A_{\odot,i} + \Delta A_{\odot}) = \text{tg } A_{\odot,i+1}$ a opäť sa skúma, ktorá z podmienok a) až c) je splnená. Ak je opäť splnená podmienka a), mení sa hodnota smernice na $\text{tg } A_{\odot,i+2}$. Ak však nastáva podmienka c), vypočíta sa časový moment T_v z predošlého kroku s hodnotou parametra T_i podľa vzťahu

$$T_v = T_i + c_i \Delta T = T_v + (i + c_i) \Delta T, \quad (47)$$

kde

$$c_i = \frac{\text{tg } h_{\odot,i} - \text{tg } \gamma_{R,i}}{(\text{tg } h_{\odot,i} - \text{tg } \gamma_{R,i}) + (\text{tg } \gamma_{R,i} - \text{tg } h_{\odot,i})}.$$

Obdobne sa postupuje pri určení T_z , časového momentu prechodu zo svetla do tieňa. Tu pre hodnoty indexov $r, r+1$, kde $r > i$ platí, že

$$\begin{aligned} (\text{tg } \gamma_R)_{\max,r} &< \text{tg } h_{\odot,r} \\ (\text{tg } \gamma_R)_{\max,r+1} &> \text{tg } h_{\odot,r+1}. \end{aligned}$$

Pre časový moment T_z platí obdobne vzťah

$$T_z = T_r + c_r \Delta T = T_v + (r + c_r) \Delta T. \quad (48)$$

Ako podkladové veličiny pre výpočet súradníc x, y , uvažovaných bodov na polopriamke L' nám slúžia tie prvky matice (24), pomedzi ktoré polopriamka L' prechádza. To znamená, že v každom riadku (24), uvažujeme vždy tie dva prvky s hodnotou skalárov $z > z_{mn}$, pomedzi ktoré na príslušnej vrstevnici polopriamka L' prechádza.

Výpočet veličiny q , ukazujúcej rozloženie veličiny ΣT v jednej dvojici dní (v našom prípade, keď $\delta_{\odot} = 5^{\circ}01'$), vykonáme podľa vzťahu

$$q_1 = \frac{\Sigma T_{\text{dop.}}}{\Sigma T}, \quad q_2 = \frac{\Sigma T_{\text{odp.}}}{\Sigma T}, \quad (49)$$

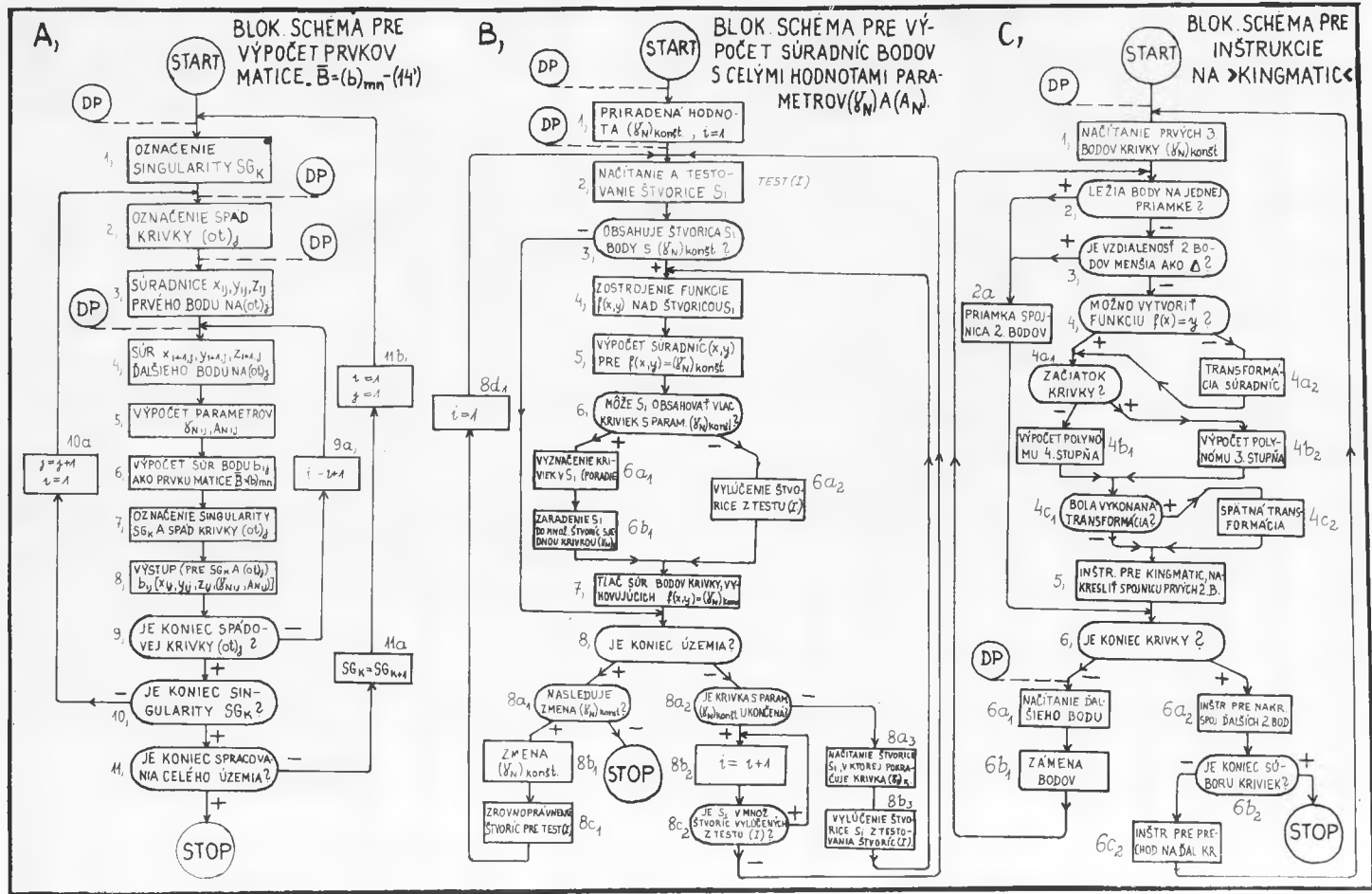
pričom

$$q_1 + q_2 = 1.$$

Veličiny q_1, q_2 sa vzťahujú k prvkom b_{mn} pôvodnej matice (27) avšak na miesto jej pôvodných skalárnych hodnôt δ_{LN} , pričom súradnice x, y, z v týchto prvkoch zostávajú nezmenené. Dostaneme tak maticu

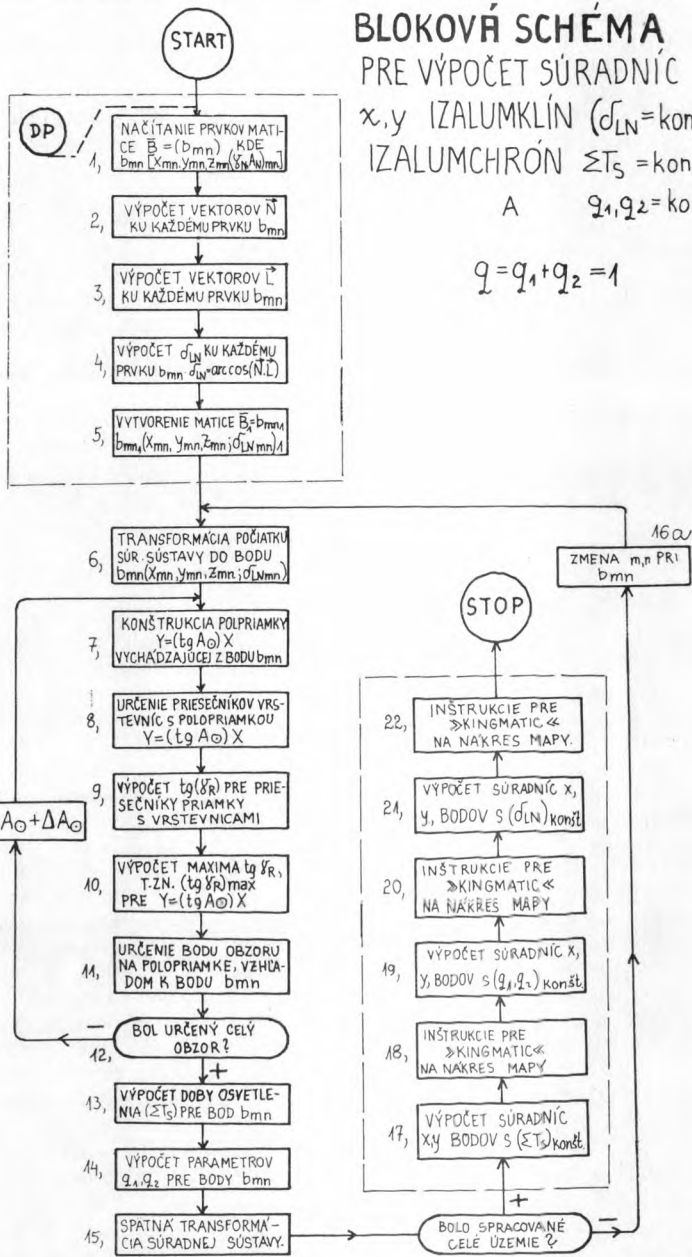
$$\begin{bmatrix} b_{11}(x, y, z; q_1, q_2)_{11}, & b_{12}(x, y, z; q_1, q_2)_{12}, & \dots, & b_{1n}(x, y, z; q_1, q_2)_{1n} \\ b_{21}(x, y, z; q_1, q_2)_{21}, & b_{22}(x, y, z; q_1, q_2)_{22}, & \dots, & b_{2n}(x, y, z; q_1, q_2)_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1}(x, y, z; q_1, q_2)_{m1}, & b_{m2}(x, y, z; q_1, q_2)_{m2}, & \dots, & b_{mn}(x, y, z; q_1, q_2)_{mn} \end{bmatrix}, \quad (50)$$

ktorá je podkladom pre výpočet súradníc x, y izočiar hodnôt q_1 , resp. q_2 . Výpočet súradníc izalumchrón a izočiar rovnakých hodnôt veličiny q a ich vykreslenie KING-MATIC-om sa vykoná podľa predtým uvedeného postupu spoločného pre výpočet a vykreslenie všetkých druhov izočiar. Podrobne aj s vypracovaným programom v jazyku ALGOL pozri prácu [2, 10].



BLOKOVÉ SCHÉMA PRE VÝPOČET SÚRADNÍC x, y IZALUMKLÍN ($\sigma_{LN} = \text{konšt}$), IZALUMCHRÓN $\Sigma T_S = \text{konšt}$ A $q_1, q_2 = \text{konšt}$

$$q = q_1 + q_2 = 1$$



Blokové schémy A, B, C, D pre samočinné počítače:

Blok. schéma A: zachycuje postup pre výpočet parametrov γ_N, A_N na základe vstupných údajov z matice (24).

Blok. schéma B: označuje postup pre výpočet súradníc bodov tvoriacich prvky matice (25), obr. 5. Pri ďalších výpočtoch ostatných druhov kriviek sa súradnice bodov matice (25) nemenia, ale menia sa len skalárne hodnoty v zmysle matice (27), (34) atď., t. j. skalárne hodnoty $\delta_{LN}, T_E, \Sigma T_S, q_1, q_2$.

Blok. schéma C: obsahuje inštrukcie pre KINGMATIC.

Blok. schéma D: zachycuje postup výpočtu parametrov δ_{LN} pre izalumklíny a parametrov $\Sigma T_S, q_1, q_2$ pre izalumchróny (prvé dva bloky blok. schémy).

Každý prvok z prvkov 17, 19, 21 v treťom (poslednom) bloku blok. schémy označuje skoncentrovaný postup obsiahnutý v blokovej schéme B, len namiesto parametrov (γ_N, A_N) budú vo výpočte obsiahnuté parametre $\delta_{LN}, \Sigma T, q_1, q_2$.

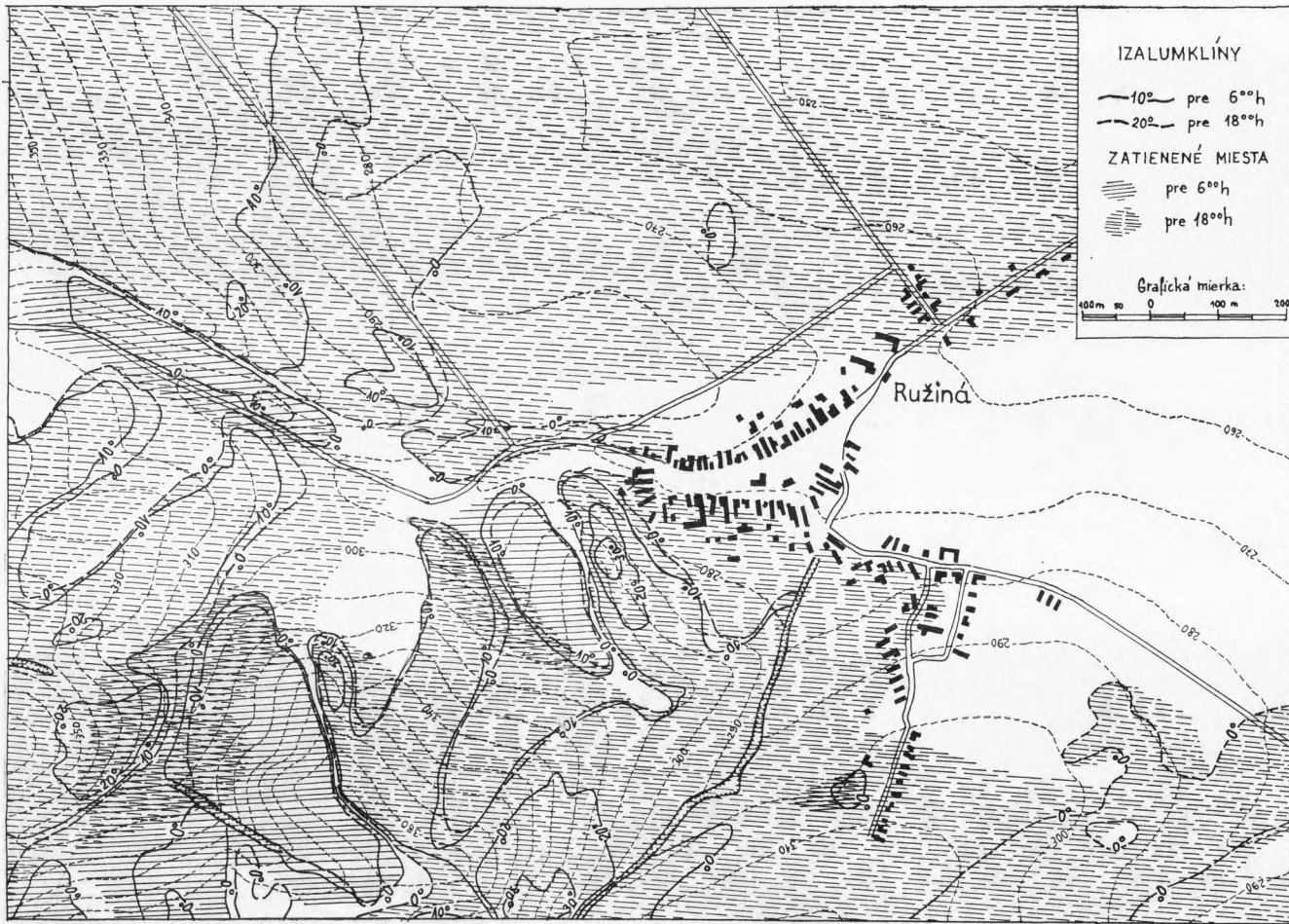
Každý prvok z prvkov 18, 20, 22 v treťom (poslednom) bloku blok. schémy označuje skoncentrovaný postup obsiahnutý v blok. schéme C pre jednotlivé výpočty z prvkov 17, 19, 21.

LITERATÚRA

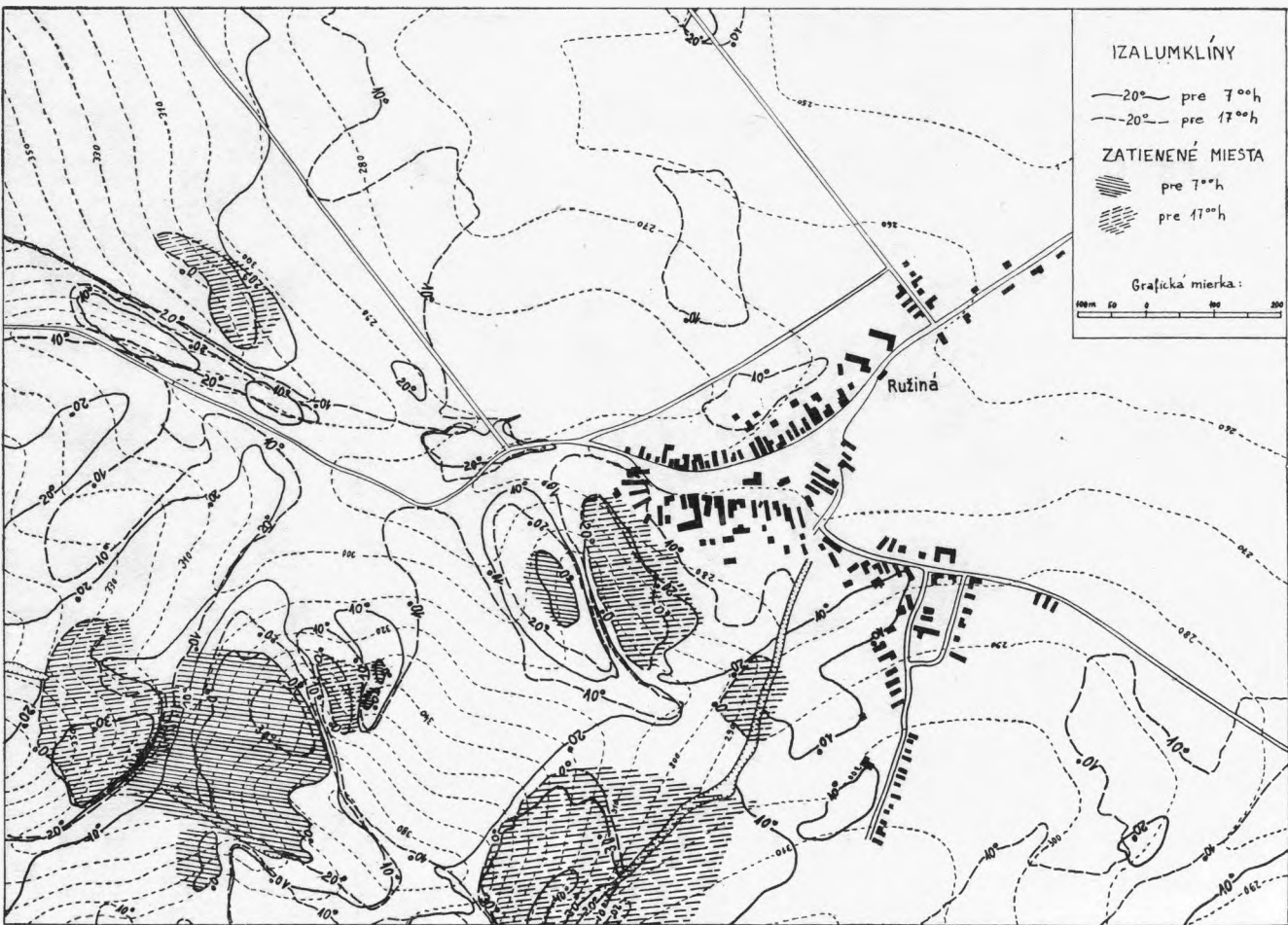
1. Gassmann F., — Gutersohn H., *Die Kotenstreueung und relieffaktor*. Geogr. Helv. II. Nr. 2. Bern 1947. — 2. Haverlík I., Krcho J., *Použitie samočinných počítačov pri morfolometrickej analýze reliéfu a dynamike oslnenia reliéfu a vypracovanie programu v AL-GOLE na zostrojenie máp*. (Výsk. úloha F-13 časť III., Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského, Katedra fyz. geografie) Bratislava 1970. (V rukopise.) — 3. Krcho J., *K problému zostrojenie máp gradientov spádu, máp izoklín, izalumklín a izalumchrón*. Geogr. časopis SAV XVI. č. 1., Bratislava 1964. — 4. Krcho J., *Morfometrická analýza spádových pomerov Košickej kotliny*. Acta geol. et geogr. UK, Nr. 4, Bratislava 1964. — 5. Krcho J., *Oslnenie reliéfu v ľubovoľnom uhle a čase a jeho znázornenie do mapy pomocou izalumklín*. Geogr. časopis SAV, XVII, č. 1. Bratislava 1965. — 6. Krcho J., *Dĺžka oslnenia reliéfu v hodinách a jeho znázornenie do mapy pomocou izalumchrón*. Geogr. časopis SAV, XVII, č. 3. Bratislava 1965. — 7. Krcho J., *Numerické vyjadrenie bodov na reliéfe tvoriacich izalumklíny pomocou stabelovaných hodnôt spádu a orientácie reliéfu*. Geogr. časopis SAV XVIII. č. 3. Bratislava 1966. — 8. Krcho J., *Zovšeobecnenie rovnice izalumklín na topografickej ploche a v jej skalárnom poli*. Geogr. časopis SAV, XIX. č. 2. Bratislava 1967. — 9. Krcho J., *Morfometrická analýza reliéfu na báze geometrického aspektu teórie poli*. (Výskumná úloha F-13. časť I., Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského. Katedra fyz. geografie), Bratislava 1969. — 10. Krcho J., *Dynamika oslnenia reliéfu z hľadiska morfolometrickej analýzy reliéfu*. (Výskumná úloha F-13, časť II., Prírodovedecká fakulta Univerzity Komenského, Katedra fyz. geografie), Bratislava 1960.

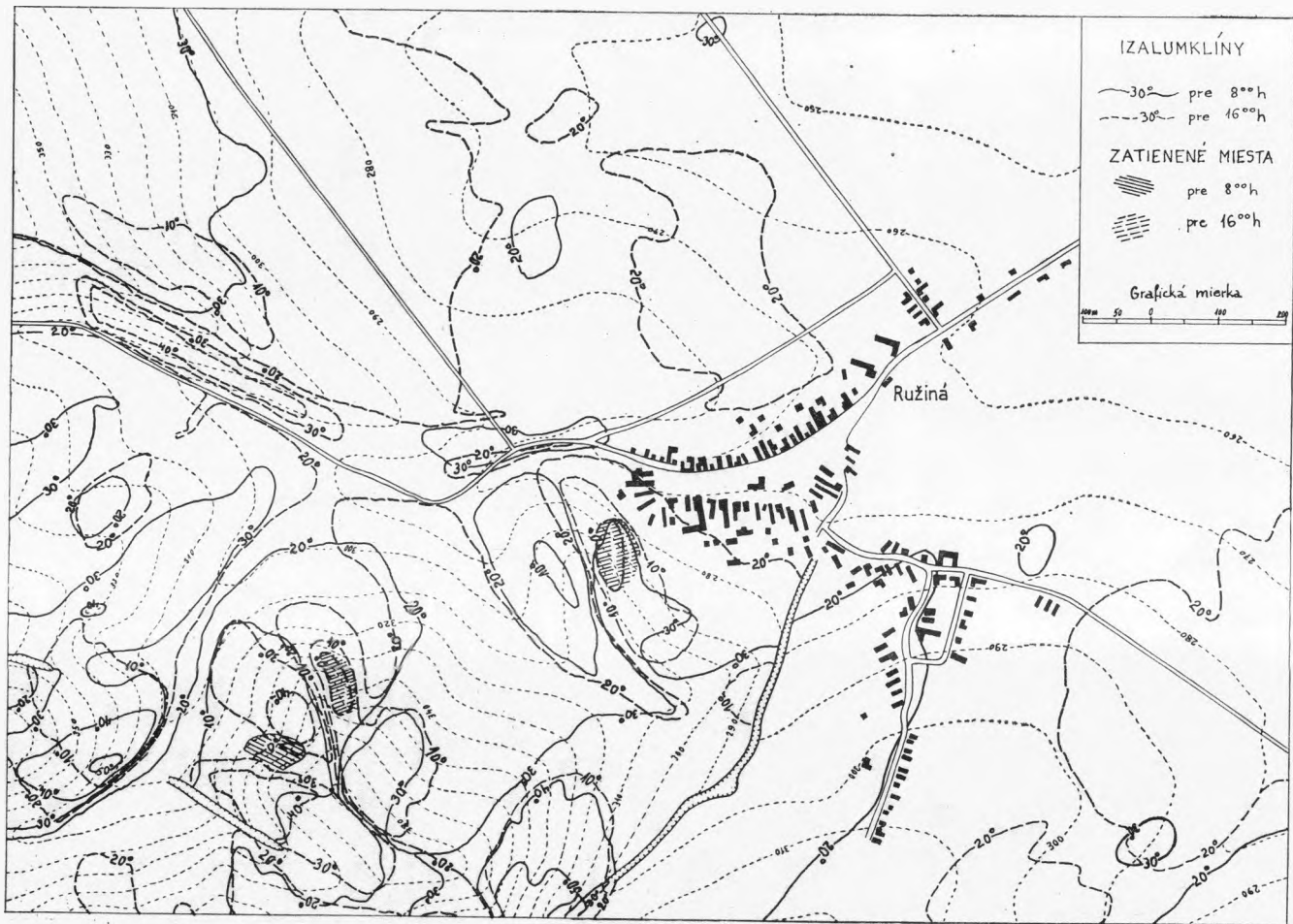
11. Krcho J., *Použitie samočinných počítačov pri zostrojení morfolometrických máp uvažovaných na základe geometrického aspektu teórie poli*. (Referát na 2. kartogr. konferencii v Prahe 14.—16. X. 1969). Geodetický a kartografický obzor (rukopis v tlači). — 12. Klír J., Seidl, *Synthesa Logických obvodů*. SNTL, Praha 1966. — 13. Šalamon B., *Saklární pole na geometrických mapách vyšetřované na podkladě vlastností jeho interpolační plochy*. Kart. přehled, VI., č. 1., č. 6. Praha 1951. — 14. Šalamon B., *Některé morfolometrické charakteristiky krajinných reliéfů*. Kartogr. přehled, VII. č. 1—2, 1953. — 15. Šalamon B., *Das typische Isoliniengrundfeld und seine Anwendung (1., 2. Teil)*. Studia geophysica et geodetica 7/1963/93.

Do redakcie došlo 20. 1. 1970

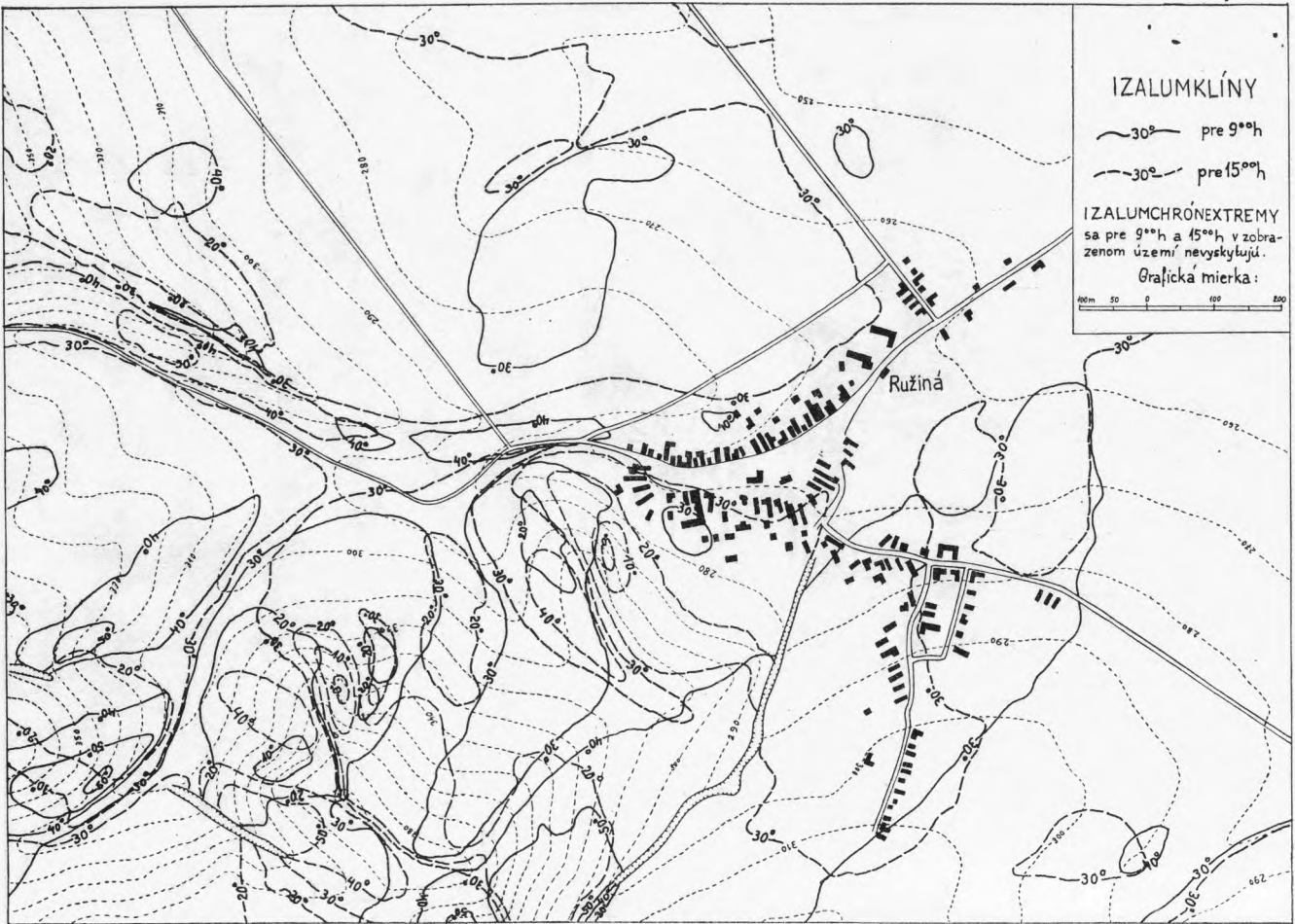


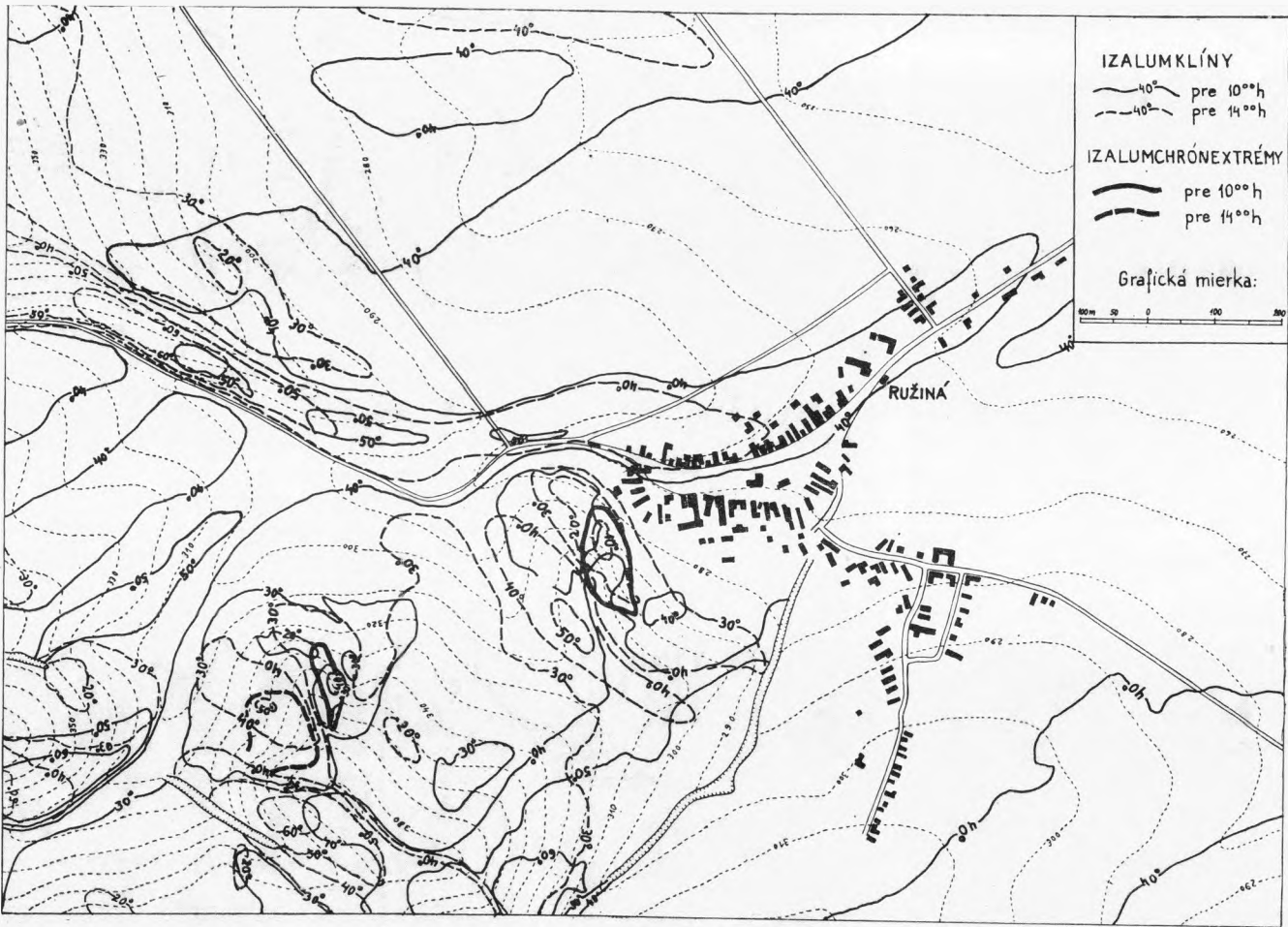
Mapa I.



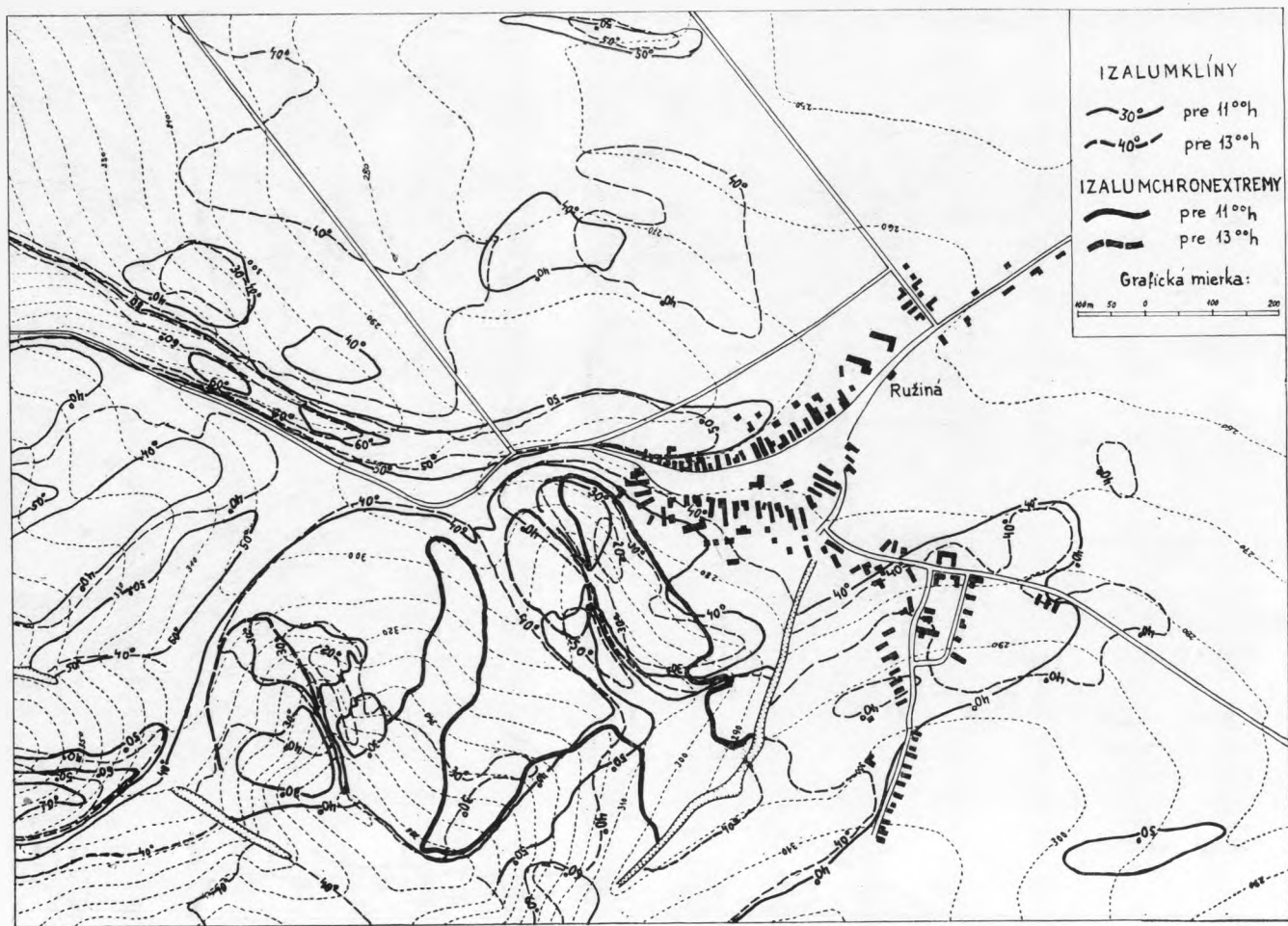


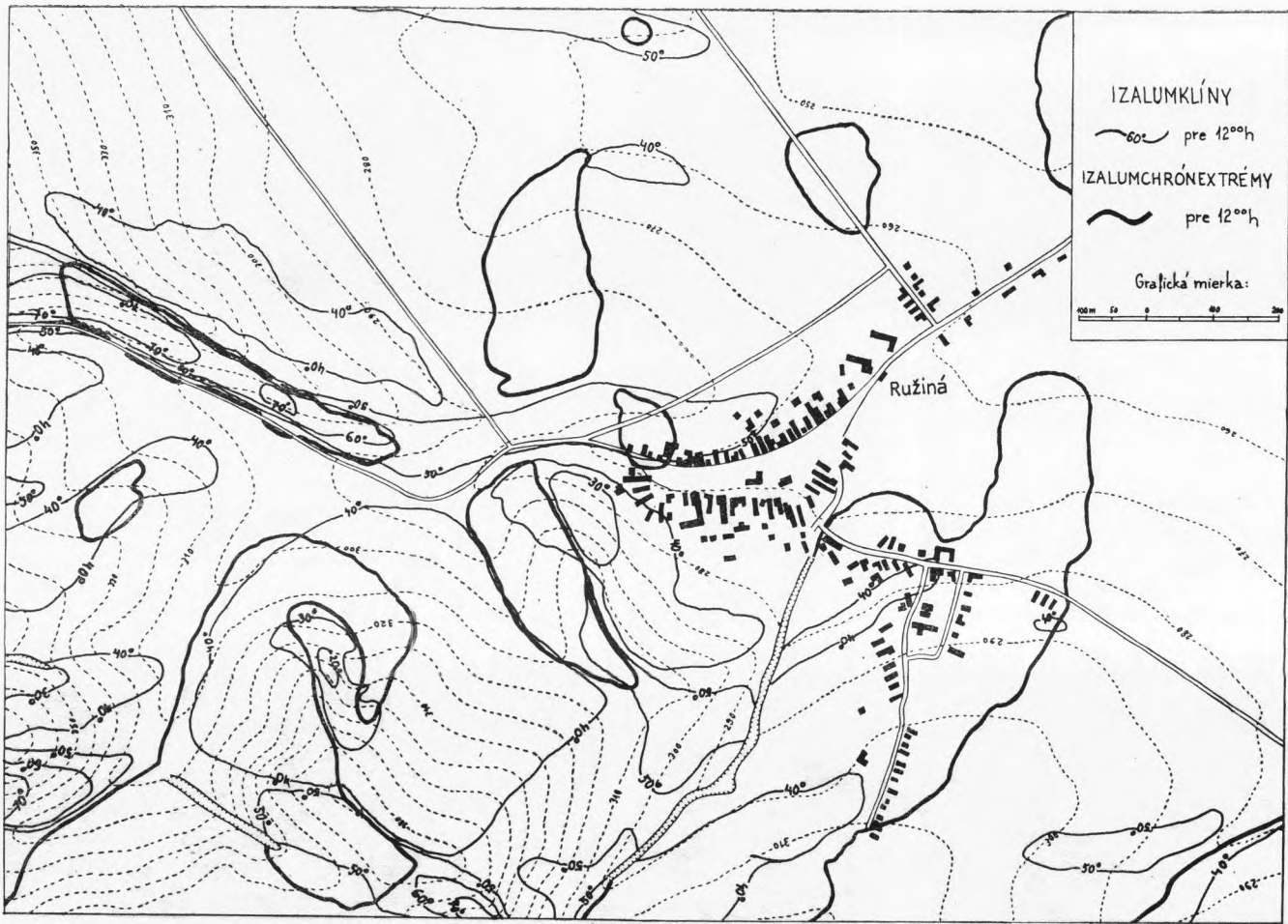
Mapa 3

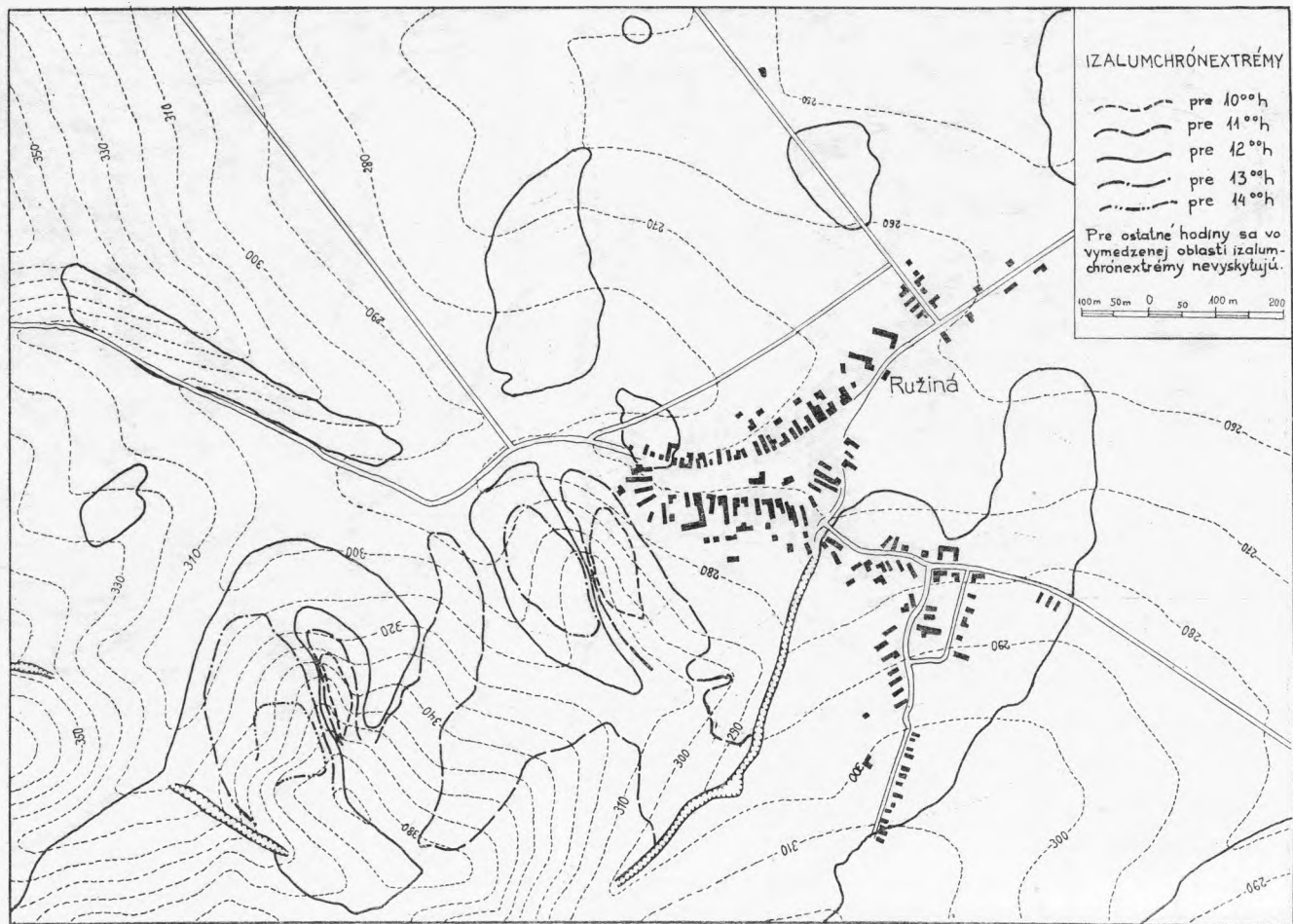




Mapa 5.







CONSTRUCTION OF THE MAPS OF TIME AND ANGULAR DYNAMICS IN RELIEF INSOLATION IN A GRAPHICONUMERICAL WAY AND BY MEANS OF AUTOMATIC COMPUTERS

In this contribution on the one hand I should like to deal with a graphiconumerical way in constructing the maps of time and angular relief insolation dynamics expressed by means of isalumclines, isalumchronextremes, and isalumchrones, and on the other with constructing these maps by means of automatic computers. As for the latter I mean on the one hand the computation of indices and their individual isolines proper by means of automatic computers, and on the other the drawing of these maps by means of electronic drawing device, of which I have used an apparatus KINGMATIC.

In both the cases, however, I mean genuine cartographic processes enabling gathering various kinds of information from the contoured map as a basic map, contained in it. Consequently in the main there are such processes to be settled in question, which enable deciphering as great number of various kinds of information coded in the contoured map as possible. By the information contained in the contoured map I mean in this case all possible kinds of quantitative indices and their mutual dislocation in the map conceived as a scalar field, whether from the sphere of relief morphometric analysis or from that of time and angular dynamics of relief insolation. From this map these may be obtained by such metrical processes, which arise out of the geometrical aspect of the field theory. Thus let us state what kinds of quantitative indices should be the item of our interest from the viewpoint of thematic direction of work. They shall be as follows:

a) Gradient angle γ_N of the topographical surface in the direction of its gradient curves, expressed by means of the absolute value of scalar gradient, i. e. $|\text{grad } z|$ as well as the dislocation of its values in the map as a basis of scalar field, being supported by the results of my works [2, 3, 4, 9, 10]. Isolines are defined as lines connecting points with equal value $\text{grad } z = tg \gamma_N$ in the map. The maps of isalumclines are constructed in a graphiconumerical way and by means of automatic computers.

b) Value and spatial dislocation as to the relief orientation towards the points of direction as an angle A_N . This angle A_N is investigated on the topographic surface as an interpolation surface of scalar field, eventually on the map that is considered as the basis of the scalar field. As to the correlation between the angle A_N and the time and angular dynamics in relief insolation together with the gradient angle γ_N , see the work [10]. The maps of angular isolines of relief orientation A_N are constructed.

c) Dislocation of angular values as to the incidence of sun-rays upon the relief indicated as δ_{exp} , its change in time. In the work the values of angle δ_{exp} are considered by the individual time intervals for the Sun's declination value $\delta_{\odot} = 5^{\circ} 01'$, i. e. for one couple of days corresponding to it. They may, however be constructed even for all vegetation period, eventually for all the year. The isolines connecting the places with an equal angle δ_{exp} in the map at a chosen time moment are called isalumclines. The construction of them is solved in a graphiconumerical way and by means of automatic computers.

d) Extreme values of the angle δ_{exp} according to the individual time intervals and their dislocation on the map. They indicate the places extremely insulated at the respective chosen time moment T_E . The isolines connecting the places of extreme values of insolation angle δ_{exp} at a chosen time T_E on the map are called isalumchronextremes. I deal with the graphiconumerical way in constructing the maps of isalumchronextremes as well as with a way of constructing them by means of automatic computers.

e) Time length of direct relief insolation from the viewpoint of relief configuration, and the spatial dislocation of its individual values. At that the values of the time length of direct possible insolation may be followed for one value δ_{\odot} or for any other period long anyway one choses, e. g. a vegetation period etc. At the time I state a detailed expression by means

of the so called index q specifying the period that the plotted time sum, e. g. forenoon, afternoon, month and the like belongs to. The lines connecting on the map the places with an equal time sum I define as isalumchrones.

In this contribution on a chosen area of a map plate in 1:5000 on an example of a couple of days with a Sun's declination value $5^{\circ} 01'$ is shown how the dislocation of angular values of the sun-ray incidence upon the relief varies according to time variation and at the same time how the time and spatial dislocation of the extreme values of this angle does, i. e. the values $(\delta_{exp})_e$ on the relief. On Maps 1 to 7 the course of isalumclines and their variation by hour-intervals and at the same time the course of isalumchronextremes for a given hour have been put down. On the Map 8 the course of isalumchronextremes and the variation of course by one-hour-intervals have been put down. On Map 9 the relief insolation length in hours, for the chosen Sun's declination, i. e. for the couple of days.

From the Slovak translated by A. K r a j č í r